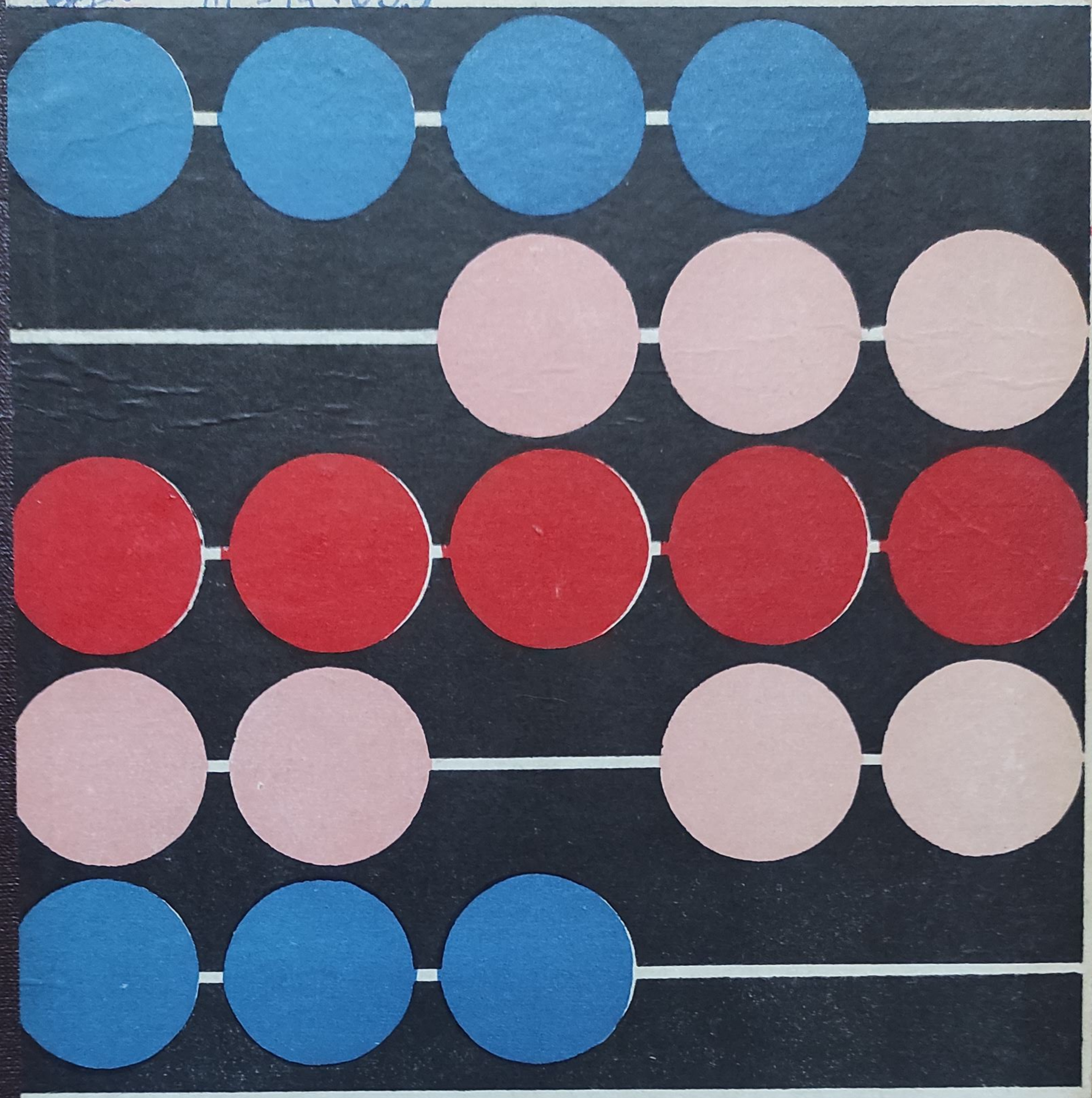
III - 12 . 659



Ioan Aron

Metodica predării aritmeticii la clasele I-IV

Manual pentru liceele pedagogice

PED
A82

Capitolul I

Probleme generale privitoare la predarea aritmeticii în primele patru clase

1. Obiectul metodicii, importanța studierii ei

Marele pedagog și gînditor umanist al veacului al XVII-lea, J. A. Comenius, considera didactica drept „arta universală de a învăța pe toți toate", iar pentru a ilustra importanța deosebită pe care o acorda acestei discipline a denumit-o cu atributul de „magna".

Treptat didactica s-a transformat delimitîndu-și domeniul de cercetare și devenind o adevărată știință a instrucției și educației intelectuale. Ca disciplină subordonată pedagogiei, didactica studiază legile generale ale desfășurării procesului de învățămînt, principiile, metodele și formele de organizare ale acestuia, stabilind norme privitoare la scopurile, sarcinile și conținutul învățămîntului.

În condițiile determinate de impetuoasa dezvoltare și diversificare a științei și tehnicii contemporane, volumul de cunoștințe și structura pregătirii școlare a noilor generații suferă modificări substanțiale, astfel că didactica își lărgește considerabil orizontul și-și îmbogățește conținutul cu noi achiziții științifice. Preocupările ei sînt orientate în direcția realizării sarcinilor instructiv-educative prin concentrarea și îndrumarea unitară a tuturor eforturilor care se depun pentru modernizarea și sporirea randamentului procesului de învățămînt. De aceea didactica modernă se preocupă atît cu problema aplicării în mod creator a principiilor și metodelor clasice, cît și cu aceea a înnoirii conținutului învățămîntului, a utilizării în mod judicios a metodelor informative și sprijinirea procesului de învățămînt în măsură din ce în ce mai mare pe metodele și activitățile cu caracter formativ.

În cazul cînd didactica se referă la un anumit obiect de învățămînt, ea îmbracă forma de *didactică specială*, adică de *metodică* a acelui obiect. Metodica cercetează și aplică principiile didacticii, legile și formele de organizare ale procesului de învățămînt la conținutul unui anumit obiect, ține seama de caracteristicile obiectului respectiv și studiază metodele sale specifice.

Metodicile diferitelor obiecte de învățămînt acumulează și pun la dispoziția didacticii materialul necesar pe baza căruia didactica stabilește legi cu caracter general privitoare la organizarea și desfășurarea procesului instructiv-educativ. Didactica, la rîndul său, stabilește liniile directoare și indică metodicilor căile principale de dezvoltare, ferindu-le

astfel de izolare și practicism îngust. Interdependența dintre didactică și metodici reflectă legătura dintre o teorie mai generală — didactica — alta mai puțin generală — metodica — și *practica*, aceasta verificîndu-le și îmbogățindu-le pe amîndouă.

Metodica predării aritmeticii în clasele I—IV, ca didactică specială, conține un ansamblu de norme, metode și procedee izvorîte din studiul legilor de dezvoltare a matematicii, bazate pe principiile general-valabile ale didacticii generale și pe rodul experienței colective a pedagogilor, cercetătorilor și cadrelor didactice. Cu alte cuvinte, metodica predării aritmeticii în primele patru clase studiază scopurile pe care le urmărește predarea aritmeticii, se preocupă de organizarea procesului de predare, de studierea metodelor și procedeelor întrebuințate pentru însușirea de către elevi a cunoștințelor elementare de aritmetică, de formularea și rezolvarea problemelor, de organizarea și conducerea de către învățător a ansamblului de activități desfășurate cu elevii în clasă și în afară de clasă în vederea însușirii, consolidării și aplicării practice a cunoștințelor de aritmetică.

Prin caracterul său informativ, metodica predării aritmeticii furnizează materialul teoretic necesar activității practice, analizează metodele și procedeele folosite în predarea celor mai elementare noțiuni matematice, în formarea priceperilor și deprinderilor de calcul oral și în scris, constituind astfel baza științifică a predării aritmeticii în primele patru clase.

Prin conținutul său, metodica predării aritmeticii urmărește lămurirea unui mare număr de probleme, cu deosebire a celor privitoare la :

— asigurarea transmiterii și însușirii eficiente, cu perspective creatoare, a conținutului învățămîntului ;

— elaborarea și fundamentarea științifică a metodelor și procedeelor de predare a matematicii, justificarea acestora ținînd seama de dezvoltarea psihică a elevului și de cerințele didacticii ;

— formarea de priceperi și deprinderi, stabilirea volumului și succesiunii cunoștințelor de aritmetică și a locului acestora în cadrul planului de învățămînt ;

— cunoașterea mijloacelor prin care cunoștințele dobîndite și deprinderile formate pot fi aplicate în activitatea practică, adică în viața de toate zilele și în procesul de producție.

Prin caracterul său dinamic, metodica predării aritmeticii se preocupă de perfecționarea continuă a metodelor de învățămînt, de îmbunătățirea neîncetată a formelor de organizare a activităților desfășurate de elevi în cadrul acestui obiect de studiu.

Învățătorului îi revine sarcina nobilă de a sădi în sufletele elevilor cele mai alese sentimente, de a le transmite în mod sistematic primele cunoștințe, de a le forma priceperi și deprinderi de muncă ordonată,

de a le schița cele dintîi concepții și convingeri științifice despre lume și viață.

De aceea pentru învățător și în general pentru orice cadru didactic se consideră pe drept cuvînt că nu este suficient să aibă doar pregătirea corespunzătoare din punct de vedere științific și un nivel cultural ridicat, fiindcă unui învățător sau profesor i se cere, în primul rînd, să stăpînească arta de a învăța pe alții, de a transmite elevilor volumul de cunoștințe prevăzut de programă, de a trezi interesul acestora pentru știință, a le cultiva setea de învățătură, a le dezvolta gîndirea logică, a stimula efortul propriu și munca independentă, a sonda și a utiliza rezervele funcționale ale gîndirii elevului și în general a stăpîni și mînui cu măiestrie cele mai potrivite metode și procedee în scopul optimizării procesului de învățămînt. Prin urmare, pregătirea temeinică din punct de vedere științific a învățătorului trebuie să fie dublată de o înaltă pregătire metodică.

Cu deosebire dacă se ține seama de creșterea continuă a rolului școlii în condițiile societății socialiste, dacă se ține seama de faptul că noile generații sînt chemate să lucreze în producție în condițiile progreselor tehnico-științifice care caracterizează epoca modernă, perfecționarea continuă a cadrelor didactice de orice grad și prin aceasta perfecționarea învățămîntului, fundamentarea lui științifică în acord cu cerințele contemporane constituie o necesitate de prim ordin.

Experiența individuală sau colectivă este valoroasă numai dacă este orientată de concepții științifice, de cercetarea continuă și perseverentă pentru a găsi ceva nou, atît în utilizarea și perfecționarea metodelor clasice, cît și în abordarea și folosirea metodelor moderne, legate în special de avîntul pe care îl ia aplicarea ciberneticii în educație și învățămînt. A absolutiza experiența înlăturîndu-i suportul științific, înseamnă a cădea în rutină, a șabloniza metodele și procedeele didactice, a le lipsi de elementul viu și creator, a le închista în forme statice, sclerozate, care nu au nimic comun cu dinamismul specific legilor progresului.

Studiul metodicii de predare a aritmeticii trebuie să constituie un prilej de verificare a metodelor și procedeelor izvorîte din practică, o posibilitate de generalizare științifică a experienței pozitive, o preocupare continuă pentru transmiterea și însușirea eficientă, cu perspective creatoare, a conținutului atît de bogat și variat al învățămîntului.

2. Scopul predării aritmeticii în primele patru clase

Stabilind că în primele patru clase aritmetica este unul din obiectele de bază, programa școlară pentru clasele I—IV precizează că scopul pe care îl urmărește predarea aritmeticii în aceste clase este de a înarma

pe elevi cu cunoştinţe temeinice în legătură cu noţiunile elementare de aritmetică, de a le forma deprinderea de a aplica aceste cunoştinţe în viaţa practică, precum şi de a contribui la dezvoltarea judecăţii, a gîndirii logice, a memoriei şi atenţiei, la formarea deprinderilor de ordine şi punctualitate.

Din cele de mai sus rezultă în mod clar că scopul predării aritmeticii în clasele I—IV implică trei aspecte : informativ, formativ şi practic.

a) *Aspectul informativ* se referă la dobîndirea de către elevi a unor noţiuni şi cunoştinţe elementare de matematică, închegate într-un sistem unitar şi armonios care să cuprindă noţiunile de unitate, de număr întreg şi număr fracţionar, de număr concret şi abstract, precum şi cunoştinţe despre numeraţia orală şi scrisă cu numere de orice mărime, despre cele patru operaţii aritmetice cu numere întregi şi zecimale, cunoştinţe despre unităţile de măsură din sistemul metric, despre unităţile monetare şi cele pentru măsurărea timpului.

Predarea aritmeticii urmăreşte, de asemenea, formarea priceperilor şi deprinderilor, de calcul oral şi în scris, de rezolvare şi formulare a problemelor, de efectuare a măsurătorilor şi de utilizare în calcule a rezultatelor acestora.

b) *Aspectul formativ*. Din punct de vedere formativ, scopul predării aritmeticii constă în contribuţia pe care aceasta o aduce la dezvoltarea facultăţilor mintale ale elevilor, cu deosebire la dezvoltarea gîndirii logice, a memoriei şi a atenţiei precum şi la fortificarea voinţei, formarea unor deprinderi de muncă ordonată şi conştiincioasă, precum şi a spiritului de răspundere faţă de îndeplinirea sarcinilor, formarea convingerilor şi concepţiei ştiinţifice despre lume şi viaţă, în general, realizarea sarcinilor educaţiei comuniste.

Însuşirea de către elevi a sistemului de noţiuni şi cunoştinţe pe care le cuprinde aritmetica reclamă o gîndire ştiinţifică inductivă şi deductivă, capabilă să preia rolul conducător în desfăşurarea proceselor de abstractizare şi generalizare. Aritmetica, lucrînd în prima fază cu obiecte şi noţiuni concrete, orientează treptat mintea elevilor spre înţelegerea noţiunilor, spre stabilirea a ceea ce este esenţial în lucruri, contribuind în felul acesta la formarea începuturilor gîndirii abstracte şi dezvoltarea în continuare a acesteia.

De asemenea, rezolvarea problemelor cere elevilor eforturi de gîndire care să fie îndreptate spre un anumit scop, cere orînduirea judecăţilor într-o anumită ordine, fapt ce determină formarea unei gîndiri logice, coerente.

Este incontestabilă apoi contribuţia pe care o aduce aritmetica în formarea la elevi a unor deprinderi de muncă, de ordine şi punctualitate prin efectuarea cu regularitate a temelor, prin respectarea unor anumite indicaţii în legătură cu organizarea muncii independente, cît şi prin utilizarea în efectuarea operaţiilor a procedeelor raţionale de calcul.

c) *Aspectul practic* al scopului predării aritmeticii se referă la formarea capacităţii elevilor în sensul utilizării cunoştinţelor de matematică la rezolvarea exerciţiilor şi problemelor pe care le pun viaţa de toate zilele şi procesul de producţie, de a întrebuinţa aceste cunoştinţe la cazuri noi, reducînd situaţiile noi la cele vechi, de a contribui în mod creator la soluţionarea laturilor matematice ale problemelor care se ivesc la tot pasul.

Întrebuinţarea cunoştinţelor privitoare la numeraţia scrisă şi orală cu numere de orice mărime, utilizarea pe scară largă a calculului oral şi în scris, formarea unei concepţii unitare despre unităţile de măsură din sistemul metric şi întrebuinţarea curentă a acestor unităţi, înţelegerea textelor care cuprind date matematice sau unităţi de măsură a timpului etc. constituie doar cîteva din prilejurile care se referă la aplicarea practică a cunoştinţelor de aritmetică.

Problema legării teoriei de practică şi a verificării adevărurilor matematice prin aplicarea lor în viaţă constituie unul din obiectivele importante ale organizării şi desfăşurării procesului de învăţămînt. Aritmetica, prin varietatea problemelor pe care le formulează şi le rezolvă, în legătură cu diferitele sectoare ale producţiei bunurilor materiale, aduce o reală contribuţie la adîncirea caracterului practic al învăţămîntului.

3. Programa şcolară de aritmetică, analiza programei şcolare

Conţinutul procesului de învăţămînt este indicat de „Programele pentru clasele I—IV — învăţămîntul primar", document de stat care orientează cadrele didactice în ceea ce priveşte volumul cunoştinţelor şi repartizarea acestora pe clase şi capitole.

Ministerul Educaţiei şi Învăţămîntului elaborează programa şcolară ţinînd seama de sarcinile care sînt trasate şcolii, de scopurile pe care le urmăreşte învăţămîntul, de particularităţile de vîrstă ale copiilor.

În scopul elaborării unei programe şcolare adecvate, autoritatea şcolară organizează consultarea largă a cadrelor didactice, a organizaţiilor profesionale, a colectivelor de părinţi, cît şi a pedagogilor şi cercetătorilor ştiinţifici, pentru ca programa să corespundă atît necesităţilor învăţămîntului cît şi nivelului general de dezvoltare a ştiinţei şi tehnicii. Cu alte cuvinte, programa şcolară pentru clasele I—IV trebuie să fie un element complet integrat în sistemul de cunoştinţe al diferitelor trepte de învăţămînt şi în acelaşi timp un suport pentru acumularea ulterioară de cunoştinţe.

Programa școlară pentru predarea matematicii la clasele I—IV are următoarea *structură* :

a) *Introducerea*. Partea introductivă scoate în evidență sarcinile ce revin ciclului primar în realizarea obiectivelor școlii și precizează obligațiile cadrelor didactice în ceea ce privește îndeplinirea integrală și în mod creator a prevederilor programei.

b) *Nota explicativă*. Pentru fiecare obiect de învățămînt programa conține cîte o notă explicativă. Cea privitoare la aritmetică, arată pe scurt ponderea pe care o reprezintă matematica în sistemul de cunoștințe prevăzut pentru clasele I—IV și stabilește obiectivele fundamentale obligatorii studiului acestei discipline în școala primară. De asemenea, nota explicativă conține o serie de considerații metodice cu caracter general în legătură cu :

— predarea cunoștințelor de aritmetică și geometrie ;
— rezolvarea problemelor și rolul acestora în realizarea laturii formative a procesului de învățămînt ;
— formarea priceperilor și deprinderilor de calcul, oral și în scris, însușirea algoritmilor pe care se bazează operațiile aritmetice cu numere întregi și zecimale ;
— cunoașterea intuitivă a unităților de măsură și utilizarea acestora în calcule și măsurători.

De asemenea, nota explicativă insistă asupra particularităților pe care le prezintă predarea aritmeticii și geometriei în fiecare clasă și scoate în evidență necesitatea accentuării caracterului formativ al predării matematicii, cu deosebire prin formularea și rezolvarea cu precădere a acelor probleme al căror conținut reflectă realizările oamenilor muncii din țara noastră.

c) *Programa propriu-zisă*. Aceasta cuprinde :

— precizarea numărului de ore de matematică rezervat fiecărei clase pentru predare, recapitulare și la dispoziția învățătorului ;
— indicarea temelor și a conținutului lor noțional cu specificarea numărului de ore ce se rezervă fiecărui capitol sau fiecărei teme ;
— priceperile și deprinderile ce trebuie formate ;
— recapitulările considerate necesare la începutul anului școlar și la sfîrsitul acestuia.

Programa școlară prevede repartizarea materiei pe capitole și indică numărul de ore afectat fiecărui capitol. Se precizează că acest număr poate fi adaptat la situația concretă din școală, adică învățătorul are latitudinea de a repartiza, pentru un anumit capitol, un număr mai mic sau mai mare de ore decît cel prevăzut de programă, în funcție de particularitățile și posibilitățile clasei, de capacitatea de asimilare a cunoștințelor de către elevi, numărul total de ore prevăzut pentru clasa respectivă rămînînd însă neschimbat.

4. Sistemul de repartiție a materiei în programă

Eșalonarea pe ani de școlaritate a volumului de cunoștințe prevăzut pentru clasele I—IV și repartizarea cunoștințelor pe capitole trebuie să țină seama de anumite principii, astfel încît să se asigure accesibilitatea cunoștințelor pe baza unei înlănțuiri logice și naturale, a respectării particularităților de vîrstă ale elevilor, iar felul de repartizare a materiei să se conformeze specificului obiectului respectiv.

La aritmetică, repartiția materiei se poate face prin utilizarea a două sisteme : *sistemul liniar* sau *succesiv* și sistemul *concentric.*

Prin repartiția materiei pe baza *sistemului liniar* (succesiv) se înțelege acea orînduire a cunoștințelor care prevede predarea pe rînd a tuturor noțiunilor care pot fi înglobate într-un anumit capitol sau temă, pînă la epuizarea întregului conținut al capitolului sau temei respective.

Astfel, potrivit acestui principiu, predarea aritmeticii ar trebui să înceapă, cum este și natural, cu numerația orală și scrisă a numerelor de la 1 la 10, dar să se continue studiul numerației pînă la 20, apoi pînă la 100, 1 000 și să se încheie cu numerele de orice mărime. Trecîndu-se la capitolul următor : operații cu numere întregi, să se învețe adunarea cu numere pînă la 10, pînă la 100, pînă la 1 000 și apoi cu numere de orice mărime, procedîndu-se la fel cu scăderea și celelalte operații aritmetice.

Aplicarea în predarea aritmeticii a acestui sistem ar însemna ignorarea principiului didactic al accesibilității cunoștințelor, ignorarea particularităților de vîrstă ale copiilor, întrucît încă din primele luni de școală elevii ar trebui să-și însușească numerația cu numere de orice mărime, prin utilizarea noțiunilor de ordine și clase de numere, să urmărească procesul lărgirii continue a noțiunii de număr și în general să se ridice la abstracțiuni pentru a căror înțelegere facultățile lor mintale sînt insuficient dezvoltate.

Prin repartiția materiei pe baza *sistemului concentric* se înțelege studierea în primul rînd a noțiunilor celor mai elementare din conținutul unei teme, apoi lărgirea cercului de noțiuni prin extinderea lor în cadrul unei noi etape, continuînd în același fel în etapele următoare, pe măsura dezvoltării făcultăților mintale ale elevilor și a posibilităților create de înaintarea în materie.

Potrivit acestui principiu, capitolul privitor la *numerația orală* și *scrisă* se studiază pe etape, și anume : numerația în cadrul numerelor pînă la 10, apoi pînă la 20 și pînă la 100 în clasa I, pînă la 1 000 în clasa a II-a, pînă la clasa milioanelor, în clasa a III-a, continuîndu-se în clasa a IV-a cu numere cuprinzînd și clasa milioanelor. Operațiile aritmetice se predau de asemenea pe etape și în strînsă interdependență : adunarea și scăderea cu numerele 1—10, cele patru operații în cercul numerelor 1—20, apoi în cercul numerelor 1—100 și așa mai departe.

BIBLIOTECA DE PEDAGOGIE-PSIHOLOGIE

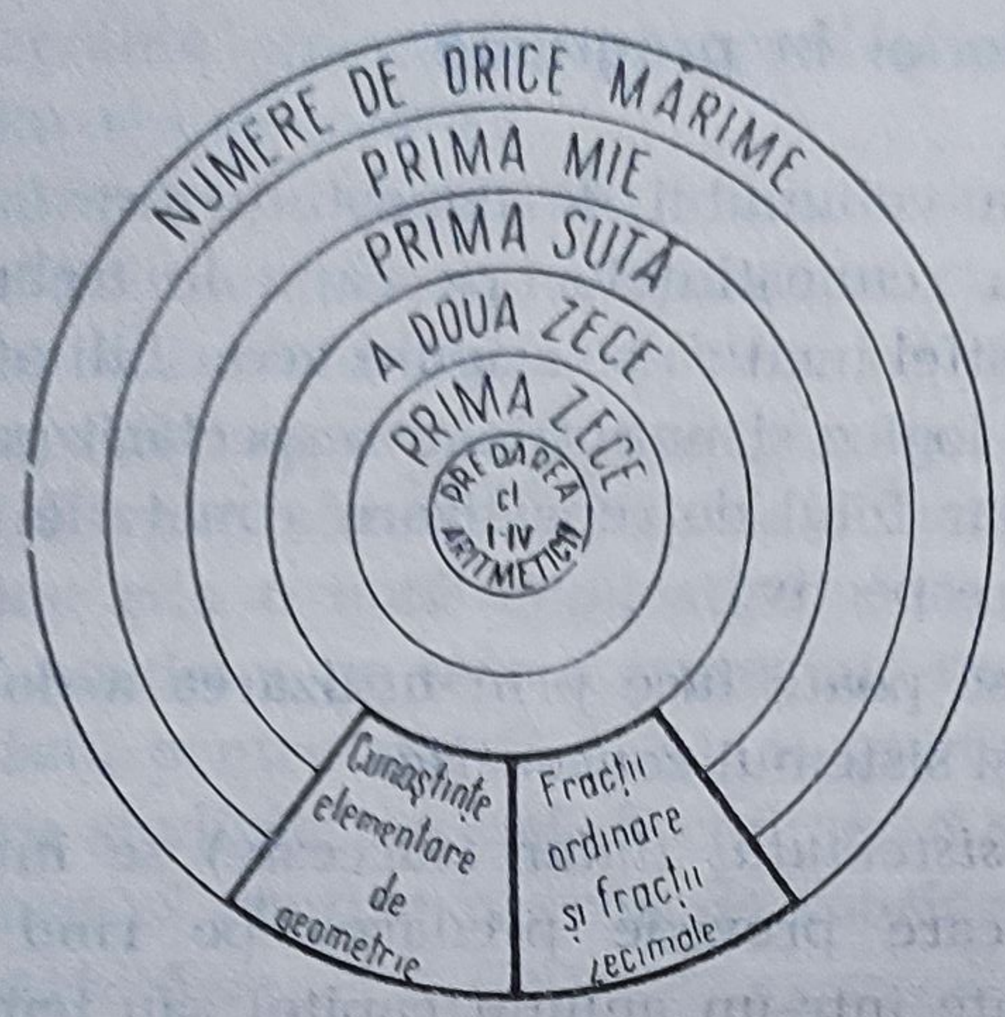


Fig. 1

Repartiţia concentrică a materiei ţine pe deplin seama de principiul accesibilităţii, asigurînd reluarea continuă şi pe plan din ce în ce mai larg a noţiunilor, îmbogăţindu-le şi amplificîndu-le mereu, stabilind raporturi a căror complexitate creşte cu vîrsta şi cu capacitatea elevilor de înţelegere şi asimilare a cunoştinţelor.

Datorită avantajelor pe care le prezintă, programa şcolară de aritmetică a adoptat sistemul repartiţiei concentrice. Din acest motiv s-a obişnuit ca diferitelor etape în care se studiază cunoştinţele de aritmetică să li se atribuie denumirea de *concentre*. Astfel :

— concentrul I cuprinde prima zece ;

— concentrul al II-lea cuprinde a doua zece ;

— concentrul al III-lea cuprinde prima sută ;

— concentrul al IV-lea cuprinde prima mie ;

— concentrul al V-lea cuprinde numerele de orice mărime întîi pînă la clasa milioanelor, apoi şi clasa milioanelor.

În cadrul acestor concentre nu se pot îngloba însă cunoştinţele privitoare la fracţii şi nici cele de geometrie. Din acest motiv ele figurează separat.

Figura 1 prezintă schematic aplicarea principiului repartiţiei concentrice în predarea noţiunilor de matematică în clasele I—IV.

5. Manualele şcolare de aritmetică

Cunoştinţele prevăzute de programă sînt tratate în mod detaliat de manualele şcolare, acestea respectînd întru totul atît volumul cît şi succesiunea cunoştinţelor indicate de programă.

Manualele constituie un îndreptar preţios pentru cadrele didactice, întrucît le orientează în ceea ce priveşte extensiunea diferitelor capitole şi teme, le oferă material pentru munca independentă a elevilor şi le dau indicaţii metodice în legătură cu organizarea şi desfăşurarea muncii didactice.

În acelaşi timp, manualul constituie un auxiliar indispensabil pentru elevi, atît în ceea ce priveşte temele primite pentru acasă, cît şi în ceea ce priveşte însuşirea în condiţii corespunzătoare a cunoştinţelor.

Aceasta cu atît mai mult cu cît elevii din clasele mici nu știu și nu pot să ia notițe, iar în desfășurarea lecțiilor predomină metoda conversației, astfel că în mare parte procesul de completare a cunoștințelor și de repetare a acestora de către elevi, însușirea diferitelor reguli, definiții sau procedee se realizează prin munca cu manualul.

În utilizarea manualelor școlare, învățătorul trebuie să aibă o atitudine critică în sensul de a compara propriile concepții privitoare la dozarea materiei, prezentarea ei, alegerea metodelor și procedeelor, formularea regulilor sau definițiilor etc. cu cele prevăzute în manual, sesizînd nepotrivirile și făcînd propuneri pentru îmbunătățirea an de an a manualelor. De asemenea, în ceea ce privește formularea problemelor, succesiunea și accesibilitatea lor, învățătorul trebuie să-și valorifice experiența și propriile concepții în scopul ridicării pe trepte din ce în ce mai înalte a muncii instructiv-educative.

6. Metode de predare a aritmeticii

Prin metodă se înțelege calea dinainte trasată pentru atingerea unui scop, sau cu alte cuvinte, mijlocul prin care elevii, ajutați și îndrumați de învățător, își însușesc un anumit sistem de cunoștințe, își formează priceperi și deprinderi, își dezvoltă în mod armonios facultățile mintale.

Părțile componente ale unei metode, sau ansamblul formelor de muncă utilizate în realizarea integrală a unei metode se numesc *procedee*.

În predarea aritmeticii se utilizează următoarele metode :

a. *Metode pentru transmiterea și repetarea cunoștințelor* : conversația, demonstrarea, metoda exercițiului, munca independentă și munca cu manualul.

b. *Metode pentru verificarea și aprecierea cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor :* verificarea individuală și frontală a temelor, examinarea orală (individuală și frontală), verificarea cunoștințelor prin lucrări de control.

a. Metode pentru transmiterea și repetarea cunoștințelor

a) *Conversația.* Metoda de învățămînt care utilizează întrebarea și răspunsul în scopul însușirii și repetării cunoștințelor, a consolidării, sistematizării și verificării acestora se numește conversație. Metoda conversației se bazează în primul rînd pe experiența proprie și cunoștințele anterioare ale elevilor, face mereu apel la procesele de gîndire, stimulează efortul propriu și munca independentă.

Pentru ca această metodă să dea rezultate corespunzătoare, ea trebuie să aibă un caracter unitar și sistematic, să se desfășoare în mod organizat. Întrebările trebuie să fie simple, accesibile, clar formulate, să stimuleze în mod activ gîndirea elevilor, să fie ordonate pe linia ascendentă a efortului și a capacității de înțelegere a acestora. Orice întrebare trebuie să fie legată în mod logic de întrebările anterioare, să ocupe un loc bine precizat în sistemul de cunoștințe care intră în preocupările învățătorului. De asemenea, răspunsurile elevilor trebuie să fie formulate corect atît ca fond cît și ca formă, să fie clare și precise, să scoată în evidență înțelegerea de către elevi a noțiunilor și capacitatea lor de a aplica în situații noi cunoștințele dobîndite, să se bazeze pe exemple noi, nu pe repetarea mecanică a cunoștințelor și exemplelor utilizate în clasă.

În predarea aritmeticii, metoda conversației este cea mai răspîndită, avînd o largă aplicare atît în verificarea cunoștințelor cît și în comunicarea de cunoștințe noi sau în repetarea celor predate anterior. De asemenea, conversația se întrebuințează în formarea noțiunilor, în stabilirea unor noi legături între obiecte și fenomene, în relevarea caracteristicilor esențiale ale lucrurilor, în demonstrarea adevărurilor matematice, precum și în formularea definițiilor, regulilor sau procedeelor. Pentru aplicarea metodei conversației, învățătorul pune întrebări cu ajutorul cărora orientează atenția și gîndirea elevilor asupra unor anumite fenomene sau proprietăți caracteristice, ajutîndu-i să sesizeze legăturile organice dintre el, să abstractizeze și să generalizeze, să stabilească și să formuleze singuri legile care stau la baza fenomenelor respective.

Fiecare întrebare este o problemă pe care elevii trebuie s-o rezolve în mod independent, la care trebuie să găsească în cel mai scurt timp cel mai potrivit răspuns spre a putea merge în continuare spre cunoaștere.

După felul de utilizare a metodei conversației și după scopul urmărit, conversația este de trei feluri: de comunicare, euristică și de reproducere.

Conversația de comunicare se întrebuințează în procesul de transmitere a cunoștințelor noi, folosind observația, experiența și cunoștințele anterioare ale elevilor.

Conversația euristică se întrebuințează în descoperirea și formularea unor noi adevăruri, prin compararea faptelor, stabilirea părților esențiale și a elementelor comune, prin raționament logic.

Conversația de reproducere readuce în memorie și împrospătează cunoștințele vechi, repetă aceste cunoștințe în scopul consolidării și sistematizării lor.

Aplicarea în învățămînt a metodei conversației are un rol educativ deosebit de important prin faptul că stimulează activitatea intelectuală, menține trează atenția, stîrnește interesul și contribuie în măsură hotă-

rîtoare la formarea deprinderilor de exprimare corectă și de utilizare în vorbire a termenilor specifici matematicii.

Întrucît conversația tinde să antreneze în muncă întreaga clasă, întrebările trebuie să aibă caracter colectiv și nu individual, să fie adresate direct, fără ocolișuri și cu o fermitate care să nu admită echivocuri. De aceea se recomandă evitarea întrebărilor care prin felul cum sînt formulate dispensează pe unii elevi de a participa direct la lecție și utilizarea pe scară cît mai largă a formulărilor : Spuneți... ! Gîndiți-vă... ! Comparați... ! Socotiți... ! Aflați... ! Spre exemplu, în vederea stabilirii procedeului pentru adunarea în scris a numerelor cînd suma unităților simple este mai mare decît 10, după ce s-au rezolvat 3—4 exerciții de adunare care se încadrează în acest caz, conversația cea mai potrivită ar fi următoarea : Citiți primul exercițiu. Ce caz de adunare reprezintă acest exercițiu ? Cum am procedat în rezolvarea lui ? Citiți al doilea exercițiu. Ce caz de adunare reprezintă ? etc. Ce caz de adunare reprezintă toate aceste exerciții ? Cum am procedat la adunarea numerelor în cazul cînd suma unităților este mai mare decît 10 ? Cum vom proceda totdeauna la adunarea numerelor cînd suma unităților este mai mare decît 10 ?

De asemenea sînt nepedagogice întrebările care comportă răspunsuri monosilabice : da, nu, sau care sugerează conținutul răspunsurilor. Întrebările trebuie să fie deci concise și cuprinzătoare. În general, propunătorul trebuie să vorbească puțin, dar să determine o cît mai vie activitate în rîndurile elevilor.

În cazul cînd la o anumită întrebare nici un elev din clasă nu poate răspunde corect sau nu poate formula un răspuns satisfăcător și nici prin una sau două întrebări ajutătoare nu se ajunge la remedierea situației, răspunsul la întrebarea respectivă va fi dat de către propunător.

b) *Demonstrarea.* Metoda demonstrativă are o largă aplicare în predarea aritmeticii, întrucît însușirea în mod conștient a noțiunilor matematice, stabilirea procedeelor, a regulilor și a rezultatelor operațiilor cu numere pînă la 100, formularea definițiilor, extragerea esențialului din fenomen etc. se bazează în cea mai mare parte pe demonstrație. Această metodă se utilizează în predarea aritmeticii sub următoarele forme :

— *forma intuitivă*, adică demonstrarea bazată pe intuiție, care constă în prezentarea obiectelor sau materialelor, numărarea lor, efectuarea operațiilor și stabilirea concluziilor ;

— *demonstrarea bazată pe exemple*, cu utilizarea unor exerciții ce reprezintă același caz și pentru rezolvarea cărora se întrebuințează aceleași procedee ;

— *demonstrarea logică*, adică demonstrarea bazată pe observarea figurilor, tabelelor, numerelor și stabilirea pe cale de raționament a adevărurilor.

Predarea primelor noţiuni aritmetice : noţiunea de număr, formarea şi succesiunea numerelor, scrierea lor, operaţiile cu numere pînă la 20 şi chiar pînă la 100 se bazează pe forma intuitivă a metodei demonstrative, elevii lucrînd efectiv cu diferite materiale didactice, numărîndu-le, combinîndu-le, făcînd operaţii şi stabilind raporturile cantitative dintre ele. Pe măsură ce elevii reuşesc să se desprindă de concret şi se dezvoltă începuturile gîndirii abstracte, forma intuitivă a demonstraţiei se întrebuinţează din ce în ce mai puţin, ajungîndu-se treptat la demonstrarea logică, bazată pe raţionament. Chiar în cadrul aceleiaşi lecţii, spre exemplu, în stabilirea rezultatelor înmulţirii cu 2, forma intuitivă a metodei demonstrative are o pondere mai mare la primele înmulţiri : 1×2, 2×2, 3×2, această pondere fiind în descreştere la înmulţirile următoare, deplasarea realizîndu-se pe măsură ce elevii îşi însuşesc prin procese de gîndire mecanismul înmulţirilor respective. Consideraţii asemănătoare se pot face şi în legătură cu numărarea unităţilor, a zecilor, a sutelor, sau în legătură cu stabilirea diferitelor procedee de calcul, mai ales a celor ce se referă la operaţiile cu trecere peste ordin.

În clasele II—IV, cînd se efectuează operaţii cu numere de 3 sau mai multe cifre, demonstrarea intuitivă devine incomodă şi mai puţin concludentă. Pe parcurs a avut loc dezvoltarea în suficientă măsură a gîndirii, astfel că elevii devin capabili să facă saltul calitativ de la stadiul demonstrării prin intuiţie la cel al demonstrării prin exerciţii, aceasta din urmă utilizînd în măsură mai mare gîndirea abstractă.

Demonstrarea bazată pe exerciţii se întrebuinţează cu deosebire pentru stabilirea procedeelor de calcul şi de efectuare a operaţiilor aritmetice. Spre exemplu, procedeul de adunare în scris a numerelor cînd suma unităţilor simple este mai mare decît 10 se stabileşte prin rezolvarea succesivă, cu explicaţii, a unor exerciţii care reprezintă şi ilustrează cazul respectiv de adunare : $215+349$, $537+148$ etc. La fiecare exerciţiu se arată şi se repetă procedeul, elevii fiind puşi apoi în situaţia să constate că toate exerciţiile rezolvate sînt de aceeaşi categorie, adică toate au suma unităţilor mai mare decît 10 şi la toate s-a aplicat acelaşi procedeu : suma unităţilor s-a descompus în zeci şi unităţi, unităţile s-au scris în coloana unităţilor, iar zecile s-au adăugat la zeci, de unde concluzia că procedeul respectiv se poate extinde asupra tuturor exerciţiilor de adunare care fac parte din aceeaşi categorie.

c) *Metoda exerciţiului.* Prin exerciţiu se înţelege repetarea conştientă a unor acţiuni sau operaţii în scopul formării de priceperi şi deprinderi. Prin exerciţiu elevii dobîndesc capacitatea de a reproduce automat unele acţiuni, fără participarea directă a conştiinţei. De aici urmează că formarea priceperilor şi deprinderilor aritmetice, cum sînt deprinderile de calcul oral şi în scris, cele de numărare, de scriere şi citire a numerelor, de rezolvare a problemelor etc. se realizează cu ajutorul unor exerciţii variate, repetate cu perseverenţă şi reluate periodic.

Metoda exercițiului se aplică în mod deosebit în clasa I pentru formarea priceperilor și deprinderilor de calcul oral și rămîne dominantă în clasele următoare, extinzîndu-se și asupra calculului în scris.

Exercițiile aritmetice, ca mijloace de aplicare a metodei exercițiului, sînt de următoarele categorii :

— exerciții de calcul oral, care se rezolvă mintal, însă cu repetarea orală a acestora și cu explicarea procedeelor utilizate ;

— exerciții de calcul mintal, care de asemenea se rezolvă mintal, dar cu anunțarea sau notarea doar a rezultatului, fără nici un fel de explicații și fără repetarea orală a exercițiilor ;

— exerciții scrise rezolvate cu propunătorul, care se rezolvă oral și se scriu pe tablă și pe caiete ;

— exerciții scrise rezolvate prin muncă independentă, care se scriu de către elevi pe caiete, copiindu-se de pe tablă sau din manual și se rezolvă mintal, în mod independent, deci fără nici un sprijin dinafară și fără utilizare de material didactic ;

— exerciții de calcul în scris, care se rezolvă de către elevi cu propunătorul sau prin muncă independentă, cu utilizarea unor procedee bazate pe scrierea într-un anumit fel a termenilor operațiilor și efectuarea acestor operații prin procedee caracteristice calculului în scris.

Pentru a se asigura o eficiență ridicată lecțiilor în care predomină metoda exercițiului, ele trebuie să respecte anumite norme de organizare. În primul rînd, dacă se urmărește formarea unor anumite priceperi, elevii trebuie să execute în mod conștient exercițiile, adică să cunoască baza lor teoretică și practică, să urmărească regulile și procedeele de rezolvare, iar scopul urmărit să fie precizat cu claritate, astfel încît să fie bine lămurit locul pe care îl ocupă exercițiile respective în ansamblul noțiunilor matematice. În al doilea rînd, succesiunea și varietatea exercițiilor trebuie să respecte principiul general al didacticii „de la ușor la greu, de la simplu la compus“, să respecte particularitățile individuale ale elevilor, să îmbine exercițiul cu munca creatoare, să se asigure o anumită sistematizare a exercițiilor și o temeinică fundamentare psihologică. Astfel, în rezolvarea unor exerciții, spre exemplu a exercițiilor de adunare a numerelor de două cifre, elevii să sesizeze posibilitatea utilizării unor procedee diferite, iar în rezolvarea problemelor să aplice succesiv cele două metode de analiză. De asemenea, felul în care sînt prezentate exercițiile și formele de muncă utilizate trebuie să cunoască o cît mai mare variație, nu numai de la o lecție la alta, ci și de la un moment la altul în desfășurarea aceleiași lecții, pentru ca munca bazată pe exercițiu să stîrnească interes, să mențină mereu trează atenția. Apoi durata muncii de rezolvare a exercițiilor trebuie astfel proporționată încît să nu ducă la slăbirea interesului elevilor. Elasticitatea și spiritul creator de care trebuie să dea dovadă învățătorul în folosirea metodei exercițiului au o mare valoare instructiv-educativă, mai ales dacă se urmărește cultivarea la elevi a

spiritului critic și de investigație pe linia găsirii și utilizării unor noi mjloace și procedee de rezolvare a exercițiilor și problemelor.

d) *Munca independentă a elevilor și munca cu manualul.* Prin muncă independentă se înțelege activitatea pe care o desfășoară elevii în cadrul procesului instructiv, la cererea învățătorului, sub supravegherea sau îndrumarea lui, dar fără participarea directă a acestuia.

Munca independentă se poate desfășura în clasă, prin rezolvări de exerciții și probleme, prin formularea unor probleme asemănătoare cu cele rezolvate anterior, și acasă prin efectuarea temelor primite în acest scop.

Momentele în care se aplică metoda muncii independente sînt în funcție de tipurile de lecții. Astfel, în lecțiile de comunicare a cunoștințelor, munca independentă poate fi plasată atît în partea introductivă a lecției, anume în cadrul verificării cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor, cît și în partea finală, anume în fixarea cunoștințelor, pentru a constata în ce măsură elevii și-au însușit cunoștințele predate și ce perspective au în formarea priceperilor și deprinderilor corespunzătoare. În lecțiile de consolidare a cunoștințelor munca independentă face parte integrantă din formele de muncă recomandate în scopul repetării și aprofundării cunoștințelor dobîndite în orele anterioare, iar lecțiile de verificare a cunoștințelor prin lucrări de control se bazează în întregime pe munca independentă.

În ceea ce privește *conținutul* muncii independente, exercițiile și problemele trebuie să fie astfel alese încît să constituie o urmare directă a exercițiilor sau problemelor rezolvate cu propunătorul și de aceeași dificultate. Succesiunea logică și complicarea treptată a conținutului, gradarea judicioasă a exercițiilor de muncă independentă sînt condiții de bază în utilizarea acestei metode. Dacă exercițiile și problemele date pentru a fi rezolvate prin muncă independentă sînt mai ușoare decît cele rezolvate în clasă, ele nu stimulează interesul elevilor și nu contribuie în măsură suficientă la formarea capacităților de muncă ale acestora, la dezvoltarea facultăților lor mintale. Dacă sînt mai grele și mai ales prea grele, ele au ca efect descurajarea elevilor, făcîndu-și loc neîncrederea în forțele proprii. De aceea orice muncă independentă trebuie să fie precedată de muncă cu propunătorul, rezolvări de exerciții și probleme cu propunătorul, pentru a se clarifica pe deplin regulile sau normele pe care se întemeiază efectuarea muncii respective, precum și procedeele de lucru. Astfel, în fixarea cunoștințelor, moment cu care se încheie orice lecție de comunicare de cunoștințe, se face întîi repetarea regulii, procedeului sau normei stabilite, apoi rezolvarea cu propunătorul a unor exerciții sau probleme aplicative și numai după ce învățătorul se convinge că elevii și-au însușit în măsură suficientă procedeul de lucru și îl aplică în mod conștient și corect, se poate trece la utilizarea metodei muncii independente.

În predarea aritmeticii, munca independentă mai poate fi utilizată pentru culegerea materialelor și datelor necesare în vederea formulării problemelor bazate pe realitățile procesului de producție. Astfel, elevii pot culege prin intermediul părinților lor date privitoare la prețuri, cantități de materii prime sau de produse finite, mașini, utilaje, norme de muncă, retribuții etc., care apoi să fie utilizate în procesul instructiv.

Una din formele muncii independente o constituie *munca elevului cu manualul.* La aritmetică, munca cu manualul constă de obicei în repetarea regulilor sau procedeelor stabilite în clasă, dar mai ales în copierea,

de către elevi, din manual, a unor exerciţii sau probleme şi rezolvarea lor în mod independent. Această formă de muncă se aplică pe scară largă cu deosebire în efectuarea temelor pentru acasă, dar se utilizează şi în activitatea desfăşurată în cadrul clasei, în scopul verificării spiritului de orientare şi a capacităţii elevilor de a se adapta la situaţiile noucreate, de a aplica regulile stabilite şi de a efectua fără nici un ajutor dinafară munca ce li se cere. De aici rezultă necesitatea unor legături organice între temele pentru acasă şi conţinutul muncii cu propunătorul, necesitatea dozării şi îndrumării atente a eforturilor elevilor, grija pentru verificarea sistematică şi amănunţită a temelor şi cunoştinţelor, preocuparea permanentă pentru aprecierea stimulativă dar justă a rezultatelor.

b. Metode pentru verificarea şi aprecierea cunoştinţelor

a) *Verificarea temelor pentru acasă, metoda individuală, metoda frontală.* Temele pentru acasă, parte integrantă a procesului de învăţămînt, constituie una din formele principale ale muncii independente şi constă în efectuarea după orele de clasă a lucrărilor indicate de învăţător, în scopul formării priceperilor şi deprinderilor. Conţinutul acestor teme trebuie să fie variat, dar totdeauna în strînsă legătură cu lecţia zilei, reprezentînd continuarea sub o formă nouă a acestei lecţii, fapt care contribuie la însuşirea în condiţii mai bune a cunoştinţelor, la formarea de priceperi şi deprinderi temeinice. În general, conţinutul temelor pentru acasă este format din exerciţii scrise care se rezolvă mintal, sau exerciţii a căror rezolvare se face prin calcul în scris, precum şi probleme aplicative. Uneori, în cadrul temelor pentru acasă, elevilor li se cere să execute diferite lucrări sau măsurători, să construiască modele ale unităţilor de măsură (metru liniar divizat în decimetri şi centimetri, metrul pătrat divizat în decimetri pătraţi, cubul etc.). Deosebit de valoroase sînt temele a căror efectuare solicită iniţiativa şi gîndirea elevilor, ele avînd un important rol formativ prin contribuţia pe care o aduc în formarea deprinderilor de muncă sistematică, în fortificarea voinţei, cultivarea spiritului de perseverenţă şi dîrzenie în ducerea la îndeplinire a sarcinilor, în aprecierea justă a forţelor şi posibilităţilor proprii.

Volumul temelor pentru acasă trebuie astfel proporţionat încît să nu depăşească puterile elevilor, să nu reclame un efort individual prea îndelungat. Pentru elevii claselor I şi a II-a, efectuarea în timp a temei la aritmetică nu trebuie să depăşească o jumătate de oră. Pentru elevii claselor următoare acest timp poate fi prelungit pînă la o oră, cu deosebire în a doua jumătate a anului în clasa a IV-a, desigur ţinînd seama şi de volumul temelor la celelalte materii.

Învățătorul trebuie să aibă grijă să comunice tema pentru acasă în timp util și în mod cît se poate de clar, să se asigure de notarea și înțelegerea ei de către toți elevii, să dea toate indicațiile metodice necesare, astfel încît elevii să aibă o concepție unitară în legătură cu felul cum urmează să fie efectuată tema respectivă.

Întrucît în clasele I—IV aritmetica este un obiect de bază, pentru predarea ei fiind prevăzute cîte 4 ore pe săptămînă la clasa I și cîte 5 ore pe săptămînă la clasele a II-a, a III-a și a IV-a, elevii au lecții de aritmetică aproape în fiecare zi, astfel că și temele pentru acasă sînt la fel de frecvente. Cu deosebire elevii claselor I—II au lecții de pregătit pentru a doua zi numai la aritmetică și limba română, astfel că importanța temelor pentru acasă devine evidentă și prin ponderea pe care ele o reprezintă în timpul de muncă și de pregătire a elevului.

Dar temele nu-și pot atinge scopul urmărit decît dacă munca depusă pentru efectuarea lor este îndrumată și controlată cu atenție și grijă.

Verificarea cantitativă și calitativă a temelor pentru acasă se poate face prin metoda controlului individual sau prin metoda frontală.

Controlul individual al temelor se face prin strîngerea caietelor cu temele respective și verificarea lor amănunțită de către învățător după orele de curs. Este indicat ca acest control să se facă în mod periodic, la început zilnic, apoi controlul rărindu-se pe măsură ce elevii își formează deprinderile necesare în efectuarea cu regularitate și în întregime a temelor. Cu prilejul verificării temelor, învățătorul notează pe fiecare caiet observațiile pe care le consideră utile în legătură cu forma și conținutul temei și semnează pagina respectivă. Este recomandabil ca învățătorul să semneze numai acele teme pe care le-a verificat amănunțit, atît din punct de vedere cantitativ, cît și calitativ.

Controlul individual al temelor este necesar să se facă însă în fiecare zi, chiar dacă acest control se referă numai la cîțiva elevi, verificîndu-se de preferință temele elevilor planificați pentru examinare orală. Acest control zilnic efectuat numai asupra a două, trei sau patru caiete se numește *control prin sondaj* și el este deosebit de util mai ales din punct de vedere educativ, întrucît dacă elevii știu în mod sigur că anumite caiete sînt controlate, vor fi puși în situația să-și îndeplinească cu regularitate obligațiile școlare, formîndu-și astfel deprinderi temeinice de muncă ordonată.

Metoda frontală pentru controlul temelor constă în verificarea la începutul orei a caietelor și temelor tuturor elevilor, atît cantitativ cît și calitativ. Pentru a efectua controlul *cantitativ*, învățătorul trece printre rîndurile de bănci de la elev la elev și verifică dacă aceștia și-au făcut tema în întregime (toate exercițiile sau problemele) și dacă au respectat indicațiile metodice pe care le-au primit în legătură cu felul cum trebuie efectuată tema : așezarea operațiilor, aplicarea procedeelor, scrierea titlului și textului problemelor etc. În timpul controlului

cantitativ, învățătorul face, cu voce tare, observații și aprecieri individuale asupra caietelor și aspectului temelor, evidențiind elevii care se disting sau care au făcut progrese deosebite, prezintă în fața clasei caietele care pot constitui un exemplu pozitiv, preocupîndu-se și de elevii ce nu și-au făcut tema sau care și-au făcut-o în condiții necorespunzătoare. În general, observațiile învățătorului trebuie să aibă caracter stimulativ, să încurajeze elevii pe linia obținerii unor progrese continue.

Controlul frontal din punct de vedere *calitativ* se face prin citirea pe rînd de către elevi a exercițiilor sau problemelor avute ca temă pentru acasă și verificarea rezultatelor. În timpul controlului calitativ, învățătorul cere elevilor explicații în legătură cu conținutul temelor, aceste explicații referindu-se la procedeele de calcul, procesul de gîndire utilizat în rezolvarea problemelor, justificarea operațiilor alese, semnificația rezultatelor obținute etc.

În efectuarea controlului temelor prin metoda frontală învățătorul trebuie să aibă mereu în atenția sa nu numai rolul instructiv al acestei activități, ci și rolul educativ care constă în formarea la elevi a spiritului de răspundere în ceea ce privește activitatea proprie și îndeplinirea promptă a sarcinilor, educarea atitudinii sincere față de colectiv și față de învățător. În acest scop, elevii trebuie deprinși să anunțe la începutul orei dacă din diferite motive nu și-au îndeplinit obligațiile și să recunoască eventualele greșeli pe care le descoperă în cursul verificării calculelor.

b) *Examinarea orală a elevilor.* Mai mult decît prin controlul temelor pentru acasă, învățătorul răspunde preocupării permanente în ceea ce privește progresele realizate de elevi la învățătură prin verificarea orală a cunoștințelor. Această verificare are un caracter mai riguros, oferă învățătorului posibilitatea să aprecieze din mai multe puncte de vedere pregătirea elevilor, să constate în mod mai obiectiv volumul și calitatea cunoștințelor acestora, să descopere cu mai multă ușurință golurile din cunoștințele lor, să-și formeze premisele unor cît mai obiective aprecieri.

Examinarea orală a cunoștințelor se poate face ori *individual*, prin chestionarea pe rînd sau simultană a 2—3 sau mai mulți elevi, ori *frontal*, prin întrebări adresate întregii clase.

Examinarea individuală se poate face prin utilizarea a două forme de muncă și anume : exerciții și probleme rezolvate cu propunătorul sau exerciții și probleme rezolvate prin muncă independentă. În cazul cînd pentru examinarea orală individuală se întrebuințează *exerciții și probleme rezolvate cu propunătorul*, după ce se comunică exercițiile și se enunță textul problemelor, elevii chemați pentru examinarea orală scriu pe tablă aceste exerciții, precum și datele problemelor respective, iar ceilalți elevi pe caiete. Rezolvarea exercițiilor, analiza problemelor, efectuarea operațiilor etc. se fac cu voce tare, sub supravegherea învățătorului și cu participarea activă a celorlalți elevi din clasă.

În cazul cînd se cere rezolvarea prin *muncă independentă* a unor exerciţii şi probleme, acestea se comunică elevilor printr-un mijloc oarecare (scrierea lor pe tablă, pe bileţele sau prin indicarea numărului lor de ordine din manual), după care se trece la rezolvare fără nici un fel de indicaţii suplimentare sau ajutătoare. În timp ce elevii respectivi lucrează la tablă, învăţătorul poate face verificarea calitativă a temei cu ceilalţi elevi, fiind însă mereu atent la activitatea pe care o desfăşoară elevii scoşi la răspuns. După ce aceştia termină de rezolvat exerciţiile şi problemele ce li s-au repartizat, se trece la verificarea rezolvării lor, prin citirea exerciţiilor şi explicarea procedeelor utilizate, această activitate fiind urmărită de toţi elevii clasei, care sînt solicitaţi să facă completările necesare, să verifice calculele şi să descopere eventualele greşeli sau să dea indicaţii.

În cadrul ambelor forme de examinare individuală, este indicat să li se pună elevilor şi întrebări cu caracter teoretic în legătură cu lecţia de zi sau cu lecţiile anterioare. În ceea ce priveşte numărul de întrebări care se pun unui elev în cursul examinării orale, trebuie să se ţină seamă de faptul că prin examinare se urmăreşte stabilirea cantităţii şi calităţii cunoştinţelor elevului şi nu repetarea în întregime a materiei. Prin urmare, unui elev trebuie să i se pună atîtea întrebări cîte sînt necesare pentru ca examinatorul să se edifice pe deplin asupra cunoştinţelor acestuia, fără a se urmări epuizarea neapărată a conţinutului lecţiei sau a lecţiilor din care se face ascultarea.

Examinarea frontală a elevilor se face prin întrebări adresate clasei întregi, la care elevii răspund în mod organizat, potrivit indicaţiilor învăţătorului. Întrebările se formulează astfel încît cunoştinţele care fac obiectul ascultării să fie trecute în revistă ţinînd seama de ideile călăuzitoare ale lecţiei, printr-o atentă sistematizare.

În timpul verificării frontale a cunoştinţelor, învăţătorul îşi îndreaptă atenţia asupra întregii clase, dar mai ales asupra unor anumiţi elevi, pe care îi urmăreşte în mod deosebit şi cu mai multă insistenţă, pentru a culege suficiente informaţii asupra volumului lor de cunoştinţe şi a calităţii acestora, în vederea notării elevilor respectivi.

Oricare ar fi metoda întrebuinţată de învăţător în verificarea cunoştinţelor, această verificare trebuie să fie urmată în mod necesar de notarea elevilor care au fost ascultaţi. Notarea se face în conformitate cu normele stabilite prin sistemul de notare şi ţinînd seama de următoarele elemente :

— cantitatea şi calitatea cunoştinţelor ;
— priceperea şi capacitatea elevului de a prezenta cunoştinţele în mod organizat, cu respectarea înlănţuirii logice a acestora ;
— capacitatea elevului de a se adapta la situaţii noi, de a aplica practic cunoştinţele în rezolvarea unor noi exerciţii şi probleme ;

— felul cum sînt formulate răspunsurile, forma de exprimare, siguranţa şi fermitatea cu care sînt date aceste răspunsuri.

Notele acordate de examinator se comunică elevilor, se trec în carnet şi se motivează fiecare în parte, astfel încît elevii să rămînă convinşi de justeţea notelor respective şi prin criteriile de apreciere a cunoştinţelor de către învăţător, să cunoască pretenţiile acestuia, măsura exigenţei lui. Învăţătorul, apreciind prin note răspunsurile elevilor, trebuie să aibă mereu în vedere caracterul educativ al notării, astfel ca notarea să constituie pentru elevi un puternic stimulent în muncă, o încurajare a eforturilor individuale, un imbold pentru noi strădanii în vederea obţinerii unor rezultate din ce în ce mai bune. De aceea, în notarea elevilor sînt condamnabile în egală măsură atît severitatea excesivă, cît şi indulgenţa neîntemeiată şi rău înţeleasă.

c) *Verificarea prin lucrări de control.* În mod periodic, cu deosebire la încheierea unui capitol şi spre sfîrşitul fiecărui trimestru, este indicat ca învăţătorul să organizeze verificarea în ansamblu a cunoştinţelor elevilor prin lucrări de control. Această formă de verificare are o eficienţă deosebită dacă este pregătită şi organizată cu atenţie.

Lucrările de control au avantajul că permit cuprinderea dintr-o singură privire a rezultatelor la învăţătură a întregului colectiv de elevi, verificarea făcîndu-se asupra aceluiaşi volum de cunoştinţe. Lucrările de control se pot referi la cunoştinţele dobîndite de elevi într-o anumită lecţie, sau pot avea caracter recapitulativ, cuprinzînd în acest caz cunoştinţele dobîndite în mai multe lecţii, sau într-o anumită perioadă de timp. De asemenea, lucrările de control pot avea ca scop nu numai verificarea cunoştinţelor, ci mai ales a priceperilor şi deprinderilor pe care şi le-au format elevii în legătură cu aplicarea unor anumite reguli sau procedee.

Conţinutul lucrărilor de control la aritmetică este format în general din exerciţii şi probleme, dar astfel alese încît să cuprindă toate părţile esenţiale ale materiei la care se referă şi să furnizeze informaţii concludente în legătură cu cunoştinţele, priceperile şi deprinderile elevilor.

Unele lucrări de control se corectează în clasă, prin metoda frontală, îndată după terminarea lor. De cele mai multe ori însă se organizează lecţii speciale de verificare a cunoştinţelor prin lucrări de control şi apoi de analiză a acestora, după regulile metodice care vor fi arătate la capitolul respectiv. În acest caz, învăţătorul corectează lucrările după orele de curs, le notează şi după aceea le prezintă elevilor. În notarea lucrărilor de control trebuie să se ţină seama numai de forma, aspectul metodic şi conţinutul lucrărilor respective şi nicidecum de numele elevului, comportarea şi nivelul anterior de cunoştinţe a acestuia. Este indicat ca învăţătorul să stabilească anumite criterii de apreciere a lucrărilor, acordînd fiecărui exerciţiu sau fiecărei probleme un număr de puncte astfel ca în total să obţină 10 puncte. Atunci numărul de puncte obţinut de fiecare elev, după numărul de exerciţii rezolvate corect, va reprezenta chiar nota pe care o merită lucrarea.

Corectarea lucrărilor de control trebuie să constituie nu numai un prilej de notare obiectivă, ci şi o posibilitate de constatare a golurilor şi neclarităţilor de

care dau dovadă elevii. De aceea, învățătorul trebuie să-și noteze, pe măsură ce corectează lucrările, greșelile mai frecvente, cu deosebire greșelile tipice pe care le constată, pentru a le avea în vedere la stabilirea concluziilor, precum și la precizarea sarcinilor privitoare la direcțiile de orientare în desfășurarea în continuare a procesului de învățămînt.

7. Intuiția în predarea aritmeticii

Desfășurarea procesului de învățămînt trebuie să se conformeze cerințelor obiective pe care le exprimă principiile didactice, pentru a se asigura însușirea conștientă și temeinică a cunoștințelor, pentru formarea priceperilor și deprinderilor.

Însușirea conștientă presupune asimilarea cunoștințelor pe baza înțelegerii depline a materialului studiat, realizîndu-se astfel unitatea dintre conținut și formă, precum și dezvoltarea gîndirii și vorbirii în procesul formării noțiunilor. În teoria marxist-leninistă a cunoașterii, intuiția este considerată drept punct de plecare în cercetarea realității și stabilirea concluziilor privitoare la esența lucrurilor și fenomenelor.

Pe baza experienței didactice pozitive, acumulată și generalizată de pedagogi într-o perioadă îndelungată de timp, pedagogia a stabilit ca prim principiu al didacticii *principiul intuiției*. Prin acest principiu se înțelege activitatea conștientă care se desfășoară pentru cunoașterea realității obiective, îmbinînd armonic cuvîntul cu observarea și experimentul, mijloacele verbale cu cele intuitive. Intuirea vie a realității înconjurătoare, prima treaptă a procesului de cunoaștere, și anume treapta senzorială, constă în reflectarea lumii reale în conștiința noastră prin intermediul simțurilor, al senzațiilor, acestea ducînd la formarea percepțiilor.

Principiul intuiției exprimă cerința potrivit căreia procesul de predare trebuie să fie astfel organizat încît formarea reprezentărilor și noțiunilor să se bazeze pe perceperea directă a obiectelor și fenomenelor. Respectînd principiul intuiției, procesul de învățămînt trebuie să pornească de la concret la abstract, de la cercetarea nemijlocită a realității, din care apoi să se tragă concluzii juste, urmînd calea indicată de Lenin în desfășurarea procesului de cunoaștere : „De la contemplarea vie la gîndirea abstractă și de la aceasta la practică". Se poate spune deci că intuiția reprezintă primul pas pe calea care duce la cunoașterea lumii reale, la sesizarea proprietăților interioare ale lucrurilor, la stabilirea pe baza unor procese de gîndire a legilor științei.

Fundamentarea din punct de vedere științific a principiului intuiției se întemeiază pe explicațiile furnizate de psihologia modernă privitoare la cele două sisteme de semnalizare și interacțiunea dintre ele. Astfel, cel de-al doilea sistem

de semnalizare, care stă la baza gîndirii abstracte, nu poate să asigure în mod independent cunoașterea, deoarece legăturile acestuia cu lumea obiectivă se realizează numai prin intermediul primului sistem de semnalizare, adică prin senzații, percepții și reprezentări, cuvintele fiind numai „semnale ale semnalelor". În cazul cînd cuvintele își pierd legătura cu obiectele și fenomenele pe care le desemnează, atunci ele încetează de a mai fi semnale ale realității, își pierd valoarea de cunoaștere. Cu alte cuvinte, numai dacă elevii posedă un bogat fond de reprezentări se pot forma noțiuni clare și precise. Datorită intuiției se formează mai repede și mai clar reprezentările și noțiunile despre obiecte, fapte și fenomene, sînt sesizate mai bine legătura și dependența dintre ele. De asemenea, în studierea fenomenelor care necesită o gîndire abstractă, mijloacele intuitive ajută în mare măsură la însușirea cunoștințelor.

Necesitatea intuiției se justifică prin structura psihică și particularitățile de vîrstă ale copilului. Astfel, copilul gîndește concret, gîndirea lui fiind bogată în imagini. Copilul înțelege bine ceea ce este concret, ceea ce i se demonstrează cu ajutorul obiectelor înconjurătoare, ceea ce pipăie și vede. De aceea, procesul de învățămînt trebuie să pornească de la concret pentru a ajunge la abstract, de la formularea unor judecăți legate de obiectele lumii reale pentru a ajunge la formarea gîndirii abstracte. Utilizarea intuiției în procesul de învățămînt asigură claritatea percepțiilor, contribuind într-o măsură hotărîtoare la stabilirea și stimularea atenției, la însușirea și memorarea temeinică a cunoștințelor, la formarea unei gîndiri clare și profunde. Rezultă că aplicarea principiului intuiției se impune cu necesitate nu numai pentru că prin utilizarea materialului intuitiv cunoștințele pot fi explicate și fixate mai ușor în mintea copiilor, ci mai ales pentru că orice cunoștință bazată pe observație directă este mai profundă și ajută într-o măsură mai mare la formarea și dezvoltarea elementelor gîndirii logice.

Dar singură intuiția nu este suficientă pentru formarea noțiunilor și a gîndirii abstracte. Intuiția constituie doar un moment al procesului de cunoaștere, un moment primordial, e adevărat, însă nu totul. Este necesară o legătură permanentă între observație și gîndire, atît pentru trecerea de la stadiul inferior — intuiția — la stadiul superior — gîndirea abstractă — cît și pentru îndrumarea observației de către gîndire, în vederea stabilirii unor concluzii, generalizări, legi. Cu alte cuvinte, intuiția nu constituie un scop în sine, ci un mijloc pentru atingerea adevăratului scop: însușirea conștientă și temeinică a cunoștințelor de aritmetică, dezvoltarea gîndirii logice. Aceasta înseamnă că elevul trebuie să ajungă în situația ca pe baza reprezentărilor spațiale și a gîndirii să rezolve problemele care i se pun, fără ajutorul materialului intuitiv.

De aceea în ceea ce privește *limitele utilizării materialului intuitiv*, se pot face următoarele precizări:

— lipsa materialului intuitiv frînează însușirea cunoștințelor, frînează procesul de formare a reprezentărilor spațiale;

— abuzul de material intuitiv frînează formarea și dezvoltarea gîndirii abstracte, îngreuiază procesul de abstractizare și generalizare.

Cu alte cuvinte, există două extreme de care trebuie să se ferească învățătorul:

— ignorarea intuiției;

— exagerarea folosirii ei.

Aplicarea principiului intuiției este valabilă pentru orice vîrstă, dar acest lucru se poate afirma cu deosebire pentru copiii din clasele I—IV. Cu cît vîrsta este mai mare, cu atît folosirea materialului intuitiv devine de mai mică importanță și crește în aceeași măsură rolul gîndirii abstracte.

Schematic, acest proces s-ar prezenta astfel :

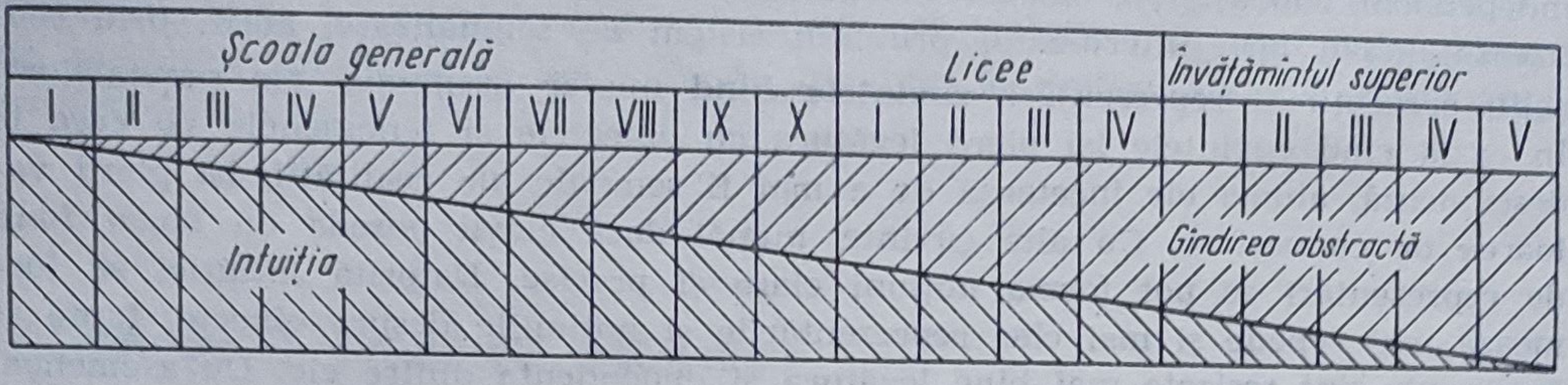


Fig. 2

Aplicarea justă a principiului intuiţiei asigură în procesul de învăţămînt trecerea uşoară şi treptată de la contemplarea vie la gîndirea abstractă, adică trecerea de la procesul de intuire a unor anumite aspecte ale realităţii înconjurătoare la procesul de abstractizare prin care se stabilesc caracterele generale şi esenţiale ale unei noţiuni. Această trecere cunoaşte următoarele faze :

— *faza concretă*, care constă în utilizarea *obiectelor concrete sau a imaginilor* desenate ori decupate ale acestora ;

— *faza semiconcretă*, care constă în utilizarea *reprezentărilor* obiectelor concrete, a desenelor convenţionale, a schemelor sau tabelelor ;

— *faza abstractă*, care constă în abstractizări şi generalizări formulate în cuvinte prin concluzii, definiţii, reguli.

8. Organizarea predării aritmeticii

Necesitatea organizării procesului instructiv-educativ, planificarea materiei la artimetică. Procesul instructiv-educativ constituie o activitate de durată, o activitate care se extinde pe perioade îndelungate de timp : trimestru, an şcolar, ciclu de şcolaritate. De asemenea, acest proces prezintă o mare complexitate datorită varietăţii obiectelor de studiu, varietăţii activităţilor ce se desfăşoară şi a formelor de muncă, datorită particularităţilor pe care le prezintă colectivul cu care se lucrează. În sfîrşit, în desfăşurarea procesului de învăţămînt intervin factori diferiţi, a căror contribuţie trebuie planificată şi armonizată pentru ca activitatea ce se desfăşoară să fie unitară prin conţinutul ei şi prin scopul pe care îl urmăreşte.

Din toate aceste consideraţii rezultă necesitatea organizării atente şi planificării judicioase a procesului de învăţămînt.

Planificarea materiei la aritmetică are drept scop să asigure îmbinarea armonioasă a formelor de activitate, să stabilească succesiunea cunoştinţelor prevăzute de programa şcolară şi să prevadă eşalonarea în timp a diferitelor activităţi, astfel ca predarea materiei să se desfăşoare

ritmic, să se epuizeze la timp volumul de cunoștințe, să se asigure formarea priceperilor și deprinderilor și să se rezerve timpul necesar pentru repetarea materiei la sfîrșitul fiecărei perioade de muncă.

Ținînd seama de aceste condiții pe care trebuie să le îndeplinească activitatea instructiv-educativă, se consideră necesare următoarele trei categorii de planuri :

— planul tematic anual ;
— planul calendaristic trimestrial ;
— planurile lecțiilor zilnice.

Planul tematic anual. Cuprinde repartizarea cunoștințelor pe trimestre, pe baza grupării lor în capitole, ținînd seama de numărul de ore stabilit pentru fiecare capitol și în conformitate cu structura anului școlar. Acest plan tematic anual ar avea următorul aspect :

Nr. crt.	Denumirea capitolului sau a activității	Nr. de ore	Repartizarea orelor			
			Trim. I	Trim. II	Trim. III	Perioada de recapitulare

Necesitatea planificării anuale a materiei se justifică în primul rînd prin faptul că prevederile programei trebuie să fie puse de acord cu structura pe trimestre a anului școlar, astfel încît învățătorul să aibă nu numai privirea de ansamblu pe care i-o oferă programa, ci și perspectiva repartizării volumului de cunoștințe pe perioade de timp, realizînd o justă corelare între numărul de ore prevăzut pentru predare și cel rezervat pentru recapitulări sau la dispoziția învățătorului. De asemenea, în funcție de condițiile concrete în care lucrează învățătorul, numărul de ore afectate de programă pentru fiecare capitol poate fi modificat, astfel încît noua repartizare a numărului global de ore trebuie ținută în evidență.

Planul calendaristic trimestrial. În vederea unei cît mai judicioase dozări a cunoștințelor și pentru o repartizare corespunzătoare între diferitele sale părți a numărului de ore afectat fiecărui capitol, este necesar să se planifice în detaliu succesiunea cunoștințelor prevăzute pentru fiecare trimestru, pe săptămîni și zile, deci pe lecții, specificîndu-se tema fiecărei lecții și indicîndu-se toate elementele care ajută la pregătirea, organizarea și desfășurarea acesteia.

Părțile principale ale unui plan calendaristic trimestrial sînt următoarele :

— denumirea capitolului cu numărul de ore ce i s-a repartizat :
— denumirea temei zilnice ;

— data după calendar ;
— observaţii.

Aceste elemente pot fi completate cu orice alte indicaţii metodice sau de structură cum ar fi : tipul lecţiei, scopul ei, metodele care urmează a fi folosite, temele pentru acasă, materialul didactic, materialul bibliografic etc.

Planul calendaristic trebuie să cuprindă întreaga activitate pe care o desfăşoară învăţătorul în cadrul aritmeticii, adică toate lecţiile pe care şi le planifică, indiferent de tipul lor. Astfel, acest plan, în afara lecţiilor de comunicare de cunoştinţe noi, trebuie să cuprindă :

— lecţiile de repetare pentru consolidarea cunoştinţelor, caracterizate prin exerciţiile şi problemele aplicative care se rezolvă în legătură cu o anumită temă, precum şi lecţiile de recapitulare la început de an şcolar, la terminarea unui capitol, la sfîrşitul fiecărui trimestru sau cele de recapitulare la sfîrşit de an şcolar ;
— lecţiile de verificare a cunoştinţelor prin lucrări de control şi cele de corectare a acestor lucrări ;
— lecţiile de măsurători practice pe teren ;
— vizitele sau excursiile ce se organizează în ateliere sau fabrici şi în cooperativele agricole de producţie, pentru cunoaşterea procesului de producţie şi pentru strîngerea datelor necesare în vederea formulării problemelor de aritmetică.

Elaborarea judicioasă a unui plan calendaristic, care să cuprindă toate laturile activităţii învăţătorului la aritmetică, asigură o temeinică pregătire a lecţiilor, eşalonarea ritmică a activităţilor şi terminarea la timp a materiei, pregătirea materialelor necesare fiecărei lecţii, organizarea în bune condiţii a muncii independente în şcoală şi acasă, repetarea planificată a cunoştinţelor în scopul reamintirii, sistematizării şi consolidării lor, precum şi verificarea organizată a acestor cunoştinţe. De felul cum învăţătorul îşi întocmeşte planul calendaristic depinde în mare măsură succesul muncii sale.

Planul de lecţie. Întrucît activitatea didactică se desfăşoară pe clase şi sub formă de lecţii, rezultă că pregătirea învăţătorului în vederea desfăşurării unei anumite activităţi cu elevii se încheie prin redactarea planului de lecţie.

Pentru elaborarea unui astfel de plan, propunătorul trebuie să cunoască bine şi în amănunt *condiţiile* pe care trebuie să le îndeplinească o lecţie, şi anume :

— fiecare lecţie să aibă stabilit scopul fundamental pe care îl urmăreşte, iar acesta să fie formulat limpede, potrivit scopurilor generale ale educaţiei comuniste şi specificului lecţiei respective ;
— conţinutul lecţiei să se ridice la nivel corespunzător din punct de vedere ştiinţific şi ideologic, deoarece în lecţie se pun bazele con-

cepției științifice despre lume și se realizează aspectul formativ al învățămîntului ;

— organizarea activității în cadrul fiecărei lecții să fie făcută de așa manieră încît să se asigure însușirea conștientă și temeinică a cunoștințelor noi, formarea priceperilor și deprinderilor de calcul și de muncă ordonată ;

— desfășurarea lecției să utilizeze metode adecvate scopului și conținutului ei, să adopte forme de muncă variate, să stimuleze spiritul de inițiativă și de muncă independentă a elevului, să apeleze la forțele creatoare ale colectivului și să antreneze acest colectiv în participarea continuă și activă la lecție.

În concluzie, lecția trebuie să constituie forma de bază a organizării procesului de învățămînt, fiindcă prin ea se asigură rolul conducător al învățătorului și îndeplinirea de către elevi a obligațiilor ce le revin în desfășurarea acestui proces.

În ceea ce privește *structura*, fiecare plan de lecție trebuie să cuprindă următoarele părți :

I. Partea introductivă

— numele propunătorului ;
— locul unde se ține lecția, mai ales cînd aceasta are loc la altă școală decît cea la care predă în mod obișnuit propunătorul (în acest caz trebuie să se menționeze și cadrul sau prilejul : lecție deschisă ținută în cadrul comisiei metodice sau a cercului pedagogic etc.) ;
— data zilei și ora ;
— clasa la care se ține ;
— obiectul ;
— tema lecției ;
— tipul de lecție ;
— scopul pe care îl urmărește lecția, specificîndu-se laturile predominante ale scopului ;
— metodele întrebuințate ;
— materialul didactic necesar ;
— bibliografia consultată.

II. Momentul organizatoric

— verificarea prezenței elevilor, notarea absențelor ;
— controlul igienic și al ținutei ;
— asigurarea ordinii și disciplinei ;
— pregătirea și scoaterea pe bănci a materialelor necesare pentru desfășurarea lecției : manuale, caiete, materiale didactice (bețișoare, calculator cu bile etc.), materiale pentru construcții geometrice (riglă, compas, echer), creion negru, creioane colorate, radieră etc.

III. Desfășurarea lecției

Această parte cuprinde redarea în amănunt a felului cum înțelege propunătorul să realizeze scopul pe care și l-a propus, cu menționarea în mod sistematic a momentelor prin care trece, a cunoștințelor pe care le verifică, le repetă sau le comunică, a noțiunilor, priceperilor și deprinderilor a căror formare o urmărește, a conținutului muncii independente pe care intenționează să o încredințeze elevilor.

Partea din planul de lecție privitoare la desfășurarea acesteia poate fi redactată sub formă de propoziții afirmative, propunătorul făcînd o expunere a felului cum înțelege să desfășoare o anumită activitate. Spre exemplu, în legătură cu analiza unor exerciții de înmulțire, se poate scrie : Voi cere elevilor să-și îndrepte atenția asupra primului exercițiu rezolvat la tablă, să stabilească în care din cazurile cunoscute se încadrează și să arate procedeul întrebuințat. Sau, planul de lecție poate fi redactat sub formă de propoziții interogative, propunătorul arătînd în mod succesiv întrebările pe care le formulează și specificînd care trebuie să fie răspunsurile elevilor. Spre exemplu, tot în legătură cu analiza unor exerciții, propunătorul poate scrie : Care este primul exercițiu rezolvat la tablă ? (...3 845×63). Ce caz de înmulțire reprezintă ? (...înmulțirea cu un număr de două cifre). Cum am procedat în acest caz ? (...am înmulțit fiecare cifră a deînmulțitului cu fiecare cifră a înmulțitorului și am adunat produsele parțiale obținute).

Forma interogativă este recomandabilă în special pentru elevii practicanți din liceele pedagogice, cît și pentru cadrele didactice începătoare, ea contribuind la formarea deprinderilor de formulare corectă a întrebărilor și a priceperii de a conduce în mod organizat conversația. Aceasta cu atît mai mult cu cît în predarea aritmeticii se utilizează cu deosebire metoda conversației.

Felul și succesiunea momentelor prin care trece desfășurarea propriu-zisă a unei lecții depind de *tipul lecției* respective. Astfel se consideră următoarele tipuri de lecții :

a. Lecția de comunicare a cunoștințelor.
b. Lecția de repetare pentru consolidarea cunoștințelor.
c. Lecția de recapitulare și sistematizare a cunoștințelor.
d. Lecția de verificare a cunoștințelor prin lucrări de control.
e. Lecția de analiză a lucrărilor de control.

În continuare vom studia structura fiecărei lecții după tipul căruia îi aparține.

a. Lecția de comunicare a cunoștințelor

Desfășurarea unei lecții de comunicare a cunoștințelor trece prin următoarele momente :

1. *Verificarea cunoștințelor* ;

— controlul cantitativ și calitativ al temei pentru acasă, cu indicarea metodei întrebuințate ;

— ascultarea (examinarea) orală a elevilor, individual sau frontal, notarea elevilor examinați, comunicarea notelor și motivarea lor.

2. *Calcul mintal* : organizarea unui moment de calcul mintal, cu arătarea procedeului, a formelor de muncă și a exercițiilor care urmează a fi utilizate.

3. *Discuții pregătitoare* :

— scurtă recapitulare a unor părți din lecția sau lecțiile precedente, în scopul legării lor de cunoștințele noi ce urmează a fi predate ;

— aducerea pe primul plan al conștiinței a elementelor care vor avea rolul de suport al noilor cunoștințe.

4. *Anunțarea lecției noi* : precizarea temei, formularea scopului ei și scrierea titlului pe tablă și pe caiete.

5. *Comunicarea cunoștințelor* : arătarea conținutului lecției, indicarea formelor de muncă, specificarea exercițiilor și problemelor care urmează să fie rezolvate, formularea concluziilor, a definițiilor sau a regulilor.

6. *Fixarea cunoștințelor* : noțiunile teoretice care se repetă, exercițiile sau problemele aplicative ce se rezolvă, conținutul muncii independente și felul de organizare a acesteia, observațiile și aprecierile propunătorului.

7. *Tema pentru acasă* : comunicarea conținutului temei cu arătarea precisă a numărului de exerciții sau probleme, a desenelor sau schemelor, indicarea paginilor la care se găsesc, identificarea și citirea din manual a exercițiilor sau problemelor, specificarea recomandărilor propunătorului în legătură cu efectuarea temei etc.

b. Lecțiile de repetare pentru consolidarea cunoștințelor

Ele se organizează pentru a fixa în mintea elevilor noțiunile predate într-o anumită lecție, a clarifica aceste noțiuni și a forma deprinderea de a le utiliza în rezolvarea unor noi exerciții și probleme. Repetarea materiei prin lecții speciale de repetare, numite lecții de consolidare a cunoștințelor, este specifică claselor I—IV, unde anumite cunoștințe, pentru a căror transmitere a fost suficientă o lecție, trebuie fixate și consolidate în alte 2—3 lecții, urmărindu-se formarea de priceperi și deprinderi temeinice. În lecțiile de consolidare, cunoștințele sînt reluate în ordinea și în forma în care au fost predate, păstrîndu-se în general aceeași extensiune, lecțiile caracterizîndu-se prin varietatea formelor de muncă și prin abundența aplicațiilor. De aceea o lecție de consolidare cuprinde cunoștințele care au fost predate într-o singură lecție, cel mult în

două sau trei lecţii care au tratat în etape diferite cunoştinţe care formează un tot unitar.

Ţinînd seama de aceste caracteristici, structura unei lecţii de consolidare a cunoştinţelor la aritmetică este următoarea :

1. *Verificarea cunoștințelor* prin control cantitativ și calitativ al temelor și prin ascultarea individuală sau frontală a elevilor.

2. *Discuţii pregătitoare* în legătură cu conţinutul lecţiei și necesitatea repetării ei.

3. *Anunţarea lecţiei* și a scopului ei.

4. *Consolidarea cunoștințelor* prin :

— revederea teoretică, pe bază de exemple, a noţiunilor care formează conţinutul temei respective ;

— rezolvări de exerciţii și probleme aplicative cu propunătorul și prin muncă independentă, prezentate sub forme variate.

5. *Discuţii de încheiere :* stabilirea unor concluzii, aprecieri asupra felului cum s-a desfășurat lecţia, asupra nivelului de cunoștințe al elevilor, asupra comportării acestora, notarea elevilor care au fost urmăriţi de către propunător pe parcurs sau care s-au evidenţiat în mod deosebit, recomandări cu caracter individual și general.

6. *Tema pentru acasă.*

Lecţia de consolidare a cunoștințelor se caracterizează îndeosebi prin varietatea aplicaţiilor : exerciţii orale, exerciţii scrise, probleme enunţate de propunător sau formulate de elevi, lucrări practice în clasă sau pe teren (măsurători), precum și prin varietatea formelor de muncă : calcul mintal, calcul în scris, muncă cu propunătorul, muncă independentă, muncă cu manualul etc.

c. Lecţiile de recapitulare și sistematizare a cunoștințelor

Repetarea de sinteză la începutul anului școlar, la terminarea unui capitol, la încheierea unui trimestru sau la sfîrșitul anului școlar se face prin lecţii de recapitulare în scopul împrospătării și sistematizării cunoștințelor din cuprinsul unui capitol sau a celor predate în cursul unei anumite etape, deci cuprinde cunoștinţe dintr-un șir întreg de lecţii care au legătură strînsă între ele și între care se pot stabili corelaţii, deoarece recapitularea, prin însăși definiţia ei, este operaţia de revedere sistematică a materiei parcurse într-o anumită perioadă de timp.

În cadrul recapitulării, materia este regrupată în forme noi și cuprinde elemente noi, se analizează aspecte noi ale fenomenelor matematice și se stabilesc legături logice între cunoștinţele dobîndite în diferitele etape ale procesului de învăţămînt. În particular, prin repetarea finală se urmărește sistematizarea și ordonarea întregului complex de cunoștinţe predate și asimilate de elevi de-a lungul anului școlar, utilizîndu-se metode și procedee specifice recapitulării, precum și

materiale care să ușureze procesul de ordonare și sistematizare a cunoștințelor, de stabilire a unor generalizări sub formă de noțiuni, reguli, teoreme, legi.

În legătură cu lecțiile de recapitulare se pun următoarele probleme metodice :

a) Cunoștințele — după cum am văzut — trebuie să fie repetate și sistematizate pe baza unor trăsături comune. Aceste trăsături ce determină reorganizarea cunoștințelor elevilor în sisteme noi și care conțin aspectele fundamentale ale problemelor constituie *temele lecțiilor de recapitulare.* Stabilirea temelor este prin urmare prima problemă metodică pe care trebuie s-o rezolve învățătorul în vederea organizării lecțiilor de recapitulare. De aceea, este necesar să se întocmească din timp un plan calendaristic de recapitulare care să cuprindă temele lecțiilor respective.

În stabilirea temelor poate fi consultată și clasa pentru a se constata direcția în care se orientează interesele și preocupările elevilor. În acest caz, învățătorul triază propunerile clasei, stabilind formularea definitivă a temelor în limita orelor disponibile pentru recapitulare. Aceste teme trebuie să îndeplinească următoarele condiții :

— să permită sintetizarea tuturor cunoștințelor de aritmetică predate la clasa respectivă ;
— să prilejuiască repetarea și rememorarea celor mai importante noțiuni ;
— să creeze posibilitatea sublinierii legăturii dintre noțiunile studiate ;
— să ofere suficiente condiții pentru a lua în discuție acele chestiuni asupra cărora se presupune că elevii au mai multe neclarități.

b) A doua problemă metodică este precizarea materialului care urmează să fie recapitulat în cadrul fiecărei teme. Volumul acestui material trebuie dozat just, în funcție de cerința de a fi atinse toate problemele fundamentale, în funcție de posibilitățile elevilor, de timpul care este afectat temei și de timpul pe care elevii îl au la dispoziție pentru pregătirea temei respective.

Precizarea materialului care intră în cadrul unei teme trebuie să se facă cu ajutorul unei scheme generale numită *plan minimal* de recapitulare. Această schemă generală pentru recapitularea unei teme este necesar să fie comunicată elevilor din timp, ca plan sumar de pregătire a lecției de recapitulare. Schema va constitui apoi punctul de plecare pentru desfășurarea lecției de recapitulare, astfel încît, în timpul orei, pe măsură ce lecția înaintează, se realizează efectiv planul dezvoltat al temei, plan care se scrie treptat pe tablă.

c) A treia problemă metodică pe care o ridică recapitularea este întocmirea *planului de lecție* pentru recapitularea temei propuse. Acest plan trebuie să indice modul practic de dezvoltare a temei, să reflecte direct concepțiile învățătorului privitoare la realizarea temei și a obiectivelor ei.

Planul unei lecții de recapitulare cuprinde în general următoarele :

1. *Verificarea cunoștințelor* — controlul cantitativ al temei avute pentru acasă ;
   — ascultarea elevilor din materia temei recapitulate în ora precedentă, notarea elevilor ascultați ;
   — concluzii în legătură cu tema respectivă.
2. *Discuții pregătitoare :*
   — reamintirea planului minimal de recapitulare a temei propuse pentru lecția zilei, plan ce a fost comunicat elevilor la sfîrșitul orei trecute.
3 *Anunțarea temei* și precizarea scopului lecției.

4. *Recapitularea temei respective* pe baza planului minimal și cu dezvoltarea treptată a acestuia :

— reamintirea cunoștințelor teoretice (reguli, definiții, cazuri, procedee) care stau la baza temei propuse pentru recapitulare, cu dezvoltarea treptată a planului de recapitulare și scrierea lui pe tablă ;

— rezolvări de exerciții și probleme cu propunătorul și prin muncă independentă ;

— lucrări practice, formulări de probleme cu date reale culese de către elevi.

5. *Discuții de încheiere :*

— concluzii în legătură cu modul cum a fost pregătită tema și a felului cum s-a desfășurat lecția, contribuția clasei, constatări, completări :

— aprecieri asupra calității cunoștințelor elevilor, notarea elevilor care au fost urmăriți în mod intenționat de către propunător sau a celor care s-au evidențiat în mod deosebit ;

— propuneri pentru îmbunătățirea muncii.

6. *Tema pentru acasă.*

7. *Comunicarea titlului temei următoare* pentru recapitulare și a planului minimal de studiere a acestei teme.

Lecțiile de recapitulare la aritmetică iau adesea forma unor lecții de rezolvare a exercițiilor și problemelor. Schema de mai sus este valabilă și în aceste cazuri, întrucît pentru rezolvarea de exerciții și probleme este necesar să se amintească în prealabil și să se sistematizeze cunoștințele teoretice care stau la baza exercițiilor și problemelor respective, trecîndu-se apoi la aplicații.

La lecțiile de recapitulare se pot folosi ca metode : conversația, metoda exercițiilor, munca independentă, analiza și sinteza, comparația.

Lecția de recapitulare trebuie să se desfășoare cu participarea activă a elevilor după un plan clar și precis, astfel ca noțiunile să fie orînduite într-o anumită succesiune logică și fiecare să fie exemplificată prin rezolvări de exerciții sau probleme cu caracter practic, legate de preocupările și cunoștințele cele mai recente ale elevilor, dobîndite la clasă sau izvorîte din vizite și excursii..

Recapitularea ca etapă de încheiere a muncii elevului solicită introducerea de elemente noi care să contribuie la formarea perspectivei și la menținerea unui interes susținut al elevilor. Aceasta înseamnă că recapitularea nu este numai o reamintire a cunoștințelor învățate, ci ea trebuie să aducă totdeauna ceva nou, să însemne un pas înainte pe drumul îmbogățirii cunoștințelor elevilor.

Mijloacele prin care se introduce noul în recapitulare, fără să transforme recapitularea într-o lecție de predare a cunoștințelor, sînt variate. Astfel, materia nu va fi recapitulată în ordinea în care a fost predată, ci prezentată dintr-un alt punct de vedere și într-o formă nouă. Deci, elementul nou, indispensabil pentru înviorarea orelor de recapitulare, constă mai ales în variația sistemului, în felul de reluare a noțiunilor, într-un nou mod de abordare a acestora. Dar noul poate fi introdus și prin completări ale învățătorului, elemente noi alese cu grijă și cu tact, care să se împletească organic cu cele vechi, precum și prin prezentarea de material didactic inedit în raport cu cel utilizat în predare și chiar prin metode și procedee noi, prin forme variate de muncă.

d. Lecția de verificare a cunoștințelor prin lucrări de control

Pentru ca învățătorul să se edifice asupra nivelului la învățătură al elevilor, asupra volumului și calității cunoștințelor lor, pentru a verifica temeinicia priceperilor și deprinderilor pe care și le-au format elevii, precum și pentru a acumula suficiente elemente în vederea aprecierii cunoștințelor, priceperilor și deprinderilor, învățătorul trebuie să-și planifice ore speciale de verificare prin lucrări de control. Aceste ore se planifică după încheierea fiecărui capitol sau a părților mai importante ale unui capitol, apoi la sfîrșitul trimestrului și în toate perioadele de recapitulare.

Structura unei lecții de verificare a cunoștințelor prin lucrări de control este următoarea :

1. Verificarea temei avute pentru acasă.
2. Comunicarea temei pentru ora viitoare.
3. Anunțarea lucrării de control și a scopului ei.
4. Organizarea lecției :
   — pregătirea de către elevi a celor necesare pentru lucrarea de control : caiete sau foi de hîrtie, creioane, radiere etc.
   — indicații date de învățător : ce și cum trebuie să scrie elevii pe caiete sau foi de hîrtie, durata lucrării, felul cum trebuie să se desfășoare, ce fac elevii care termină mai devreme, cum se face corectarea lucrării de control, criteriile de care se va ține seama în corectare etc.
5. Comunicarea subiectelor lucrării, repetarea lor de către elevi, indicații.
6. Executarea lucrării în mod independent de către elevi sub supravegherea atentă a învățătorului.
7. Verificarea lucrărilor de control și aprecierea lor. Această verificare se poate face în clasă prin citirea exercițiilor sau problemelor și compararea rezultatelor, sau prin strîngerea lucrărilor, corectarea și notarea lor după oră.

e. Lecția de analiză a lucrărilor de control

Este mai indicat ca lucrările de control să fie corectate și notate în afara orelor de curs și apoi prezentate elevilor pentru a lua cunoștință de felul cum au făcut lucrările, de greșelile pe care le-au comis și de notele ce li s-au acordat. Această activitate face obiectul unei noi lecții, numită lecție de analiză a lucrărilor de control. Structura unei astfel de lecții este următoarea :

1. Anunțarea lecției și a scopului ei.

2. Exprimarea de către învăţător a părerii sale generale asupra lucrărilor, comunicînd elevilor anumite date statistice în legătură cu notele obţinute : cîte note de 10, cîte note de 9 etc. şi arătînd eventual cauzele care au dus la o mai mare frecvenţă a unor note.

3. Rezolvarea la tablă, împreună cu elevii, a exerciţiilor şi problemelor date la lucrarea de control, insistîndu-se cu deosebire asupra greşelilor grave şi a celor mai frecvente. Cu această ocazie se pot face exemplificări, arătîndu-se cîţi elevi au comis greşelile respective şi care anume.

4. Cercetarea de către învăţător a fiecărei lucrări în parte, începînd cu cele mai bune, sau numai a acelora care prezintă aspecte, semnificative, făcînd în legătură cu ele observaţiile corespunzătoare, fără să se distribuie lucrările şi fără să se numească elevii.

5. Distribuirea lucrărilor, cercetarea lor de către elevi, aceştia avînd posibilitatea să facă observaţii şi aprecieri, ori să motiveze procedeele utilizate.

6. Corectarea de către elevi a greşelilor, refacerea părţilor incorecte sau refacerea întregii lucrări. Această activitate este de preferat să se desfăşoare în clasă, în cadrul lecţiei respective de analiză. În cazul cînd timpul nu permite, corectarea se poate face în cadrul temei pentru acasă.

7. Stabilirea unor concluzii şi a unor învăţăminte pentru viitor.

8. Comunicarea temei pentru acasă.

Un factor care contribuie adesea în măsură hotărîtoare la realizarea în clasă a celor prevăzute în planul de lecţie îl constituie *timpul afectat lecţiei şi repartizarea acestuia între diferite momente ale lecţiei.* Aceasta pentru simplul motiv că fiecare lecţie trebuie să se desfăşoare într-un timp limitat şi constant : 50 minute, astfel că prelungirea unui anumit moment al lecţiei se face totdeauna în detrimentul altuia.

Momentul principal al unei lecţii de comunicare a cunoştinţelor îl constituie partea în care se expun şi se transmit noile noţiuni, astfel că acesteia trebuie să i se rezerve cea mai mare parte din timp, iar celorlalte părţi : verificarea cunoştinţelor, fixarea acestora etc., să li se repartizeze un număr de minute proporţional cu ponderea lor în realizarea momentului principal.

Desigur că dozarea timpului între diferitele momente ale lecţiei depinde de tipul lecţiei, de scopurile pe care şi le-a propus propunătorul, de conţinutul lecţiei şi de extensiunea acestui conţinut, iar realizarea practică a repartiţiei timpului depinde şi de împrejurările concrete în care se desfăşoară lecţia, de elementele uneori neprevăzute care intervin pe parcurs. Totuşi, din experienţa îndelungată a multor cadre didactice, cît şi din studiile întreprinse, se pot stabili următoarele :

Prima parte a unei lecţii, care cuprinde : momentul organizatoric, verificarea cunoştinţelor, calculul mintal, discuţiile pregătitoare şi anunţarea lecţiei, trebuie să dureze aproximativ 15 minute, fără să depăşească însă 20 minute. Prin urmare, dacă lecţia de aritmetică a început la ora 9, înseamnă că cel mai tîrziu la ora 9 şi 20 minute propunătorul trebuie să treacă la comunicarea cunoştinţelor, respectiv la consolidarea acestora.

Partea a doua a lecției, momentul principal, în care se face comunicarea noilor cunoștințe sau consolidarea ori repetarea prin forme variate de muncă a cunoștințelor predate în ora sau orele precedente, va avea o extensiune în timp de 20—30 minute, astfel ca pentru încheierea lecției (fixarea cunoștințelor, la lecțiile de comunicare, discuțiile de încheiere la lecțiile de consolidare, comunicarea planului minimal pentru recapitularea temei noi la lecțiile de recapitulare, inclusiv stabilirea temei pentru acasă) să rămînă între 5 și 10 minute. În orice caz, propunătorul trebuie să-și dozeze timpul și să se conducă după ceas în așa fel încît el să dea ultima indicație și să spună ultimul cuvînt în momentul cînd sună de ieșire în recreație.

Metodica asistenței la ore și analiza unei lecții la care s-a asistat. Pentru ca asistențele la lecții ale elevilor practicanți, ale directorilor sau inspectorilor să fie folositoare, este necesar să se precizeze în prealabil scopul pe care îl urmărește asistența și să fie cunoscut conținutul lecției. Scopul asistenței poate fi diferit. Exemple :

a) Verificarea nivelului de cunoștințe al elevilor, a deprinderilor pe care și le-au format în ceea ce privește calculul mintal, calculul în scris, rezolvarea problemelor, precum și deprinderile de muncă ordonată.

b) Urmărirea participării active a elevilor la lecție, stabilind în ce măsură propunătorul se preocupă de această problemă și mijloacele pe care le întrebuințează pentru a antrena cît mai mulți elevi în activitatea ce se desfășoară.

c) Cunoașterea laturii educative a lecțiilor atît în ceea ce privește contribuția aritmeticii la dezvoltarea facultăților mintale, cît și în ceea ce privește formarea deprinderilor cu caracter etic, sau a punctualității în îndeplinirea sarcinilor, de formare a gustului estetic prin aspectul pe care îl au temele elevilor sau caietele și manualele acestora etc.

Se pot stabili și alte obiective, unele privitoare la elevi și avînd caracter psiho-pedagogic, altele privitoare la propunător : felul său de a se comporta, felul cum se reflectă pregătirea sa științifică sau ideologică în lecțiile pe care le predă, tactul și măiestria sa pedagogică în dirijarea activității clasei, în dezvoltarea gîndirii elevilor, preocuparea sa pentru fixarea temeinică a cunoștințelor, felul cum se desfășoară munca independentă a elevilor, mijloacele pe care le întrebuințează în scopul trezirii interesului elevilor, materialul demonstrativ pe care îl folosește (exerciții, probleme) etc. De asemenea, scopul asistenței poate avea caracter general : urmărirea desfășurării în ansamblu a lecției și aprecierea acesteia din toate punctele de vedere.

În timpul asistenței se fac însemnări în legătură cu fiecare moment al lecției, fiecare însemnare fiind privită prin prisma scopului propus. Aceste însemnări trebuie grupate de la început în jurul ideilor călăuzitoare, iar observațiile cu caracter pozitiv să fie separate de cele cu caracter negativ. Pentru înregistrarea des-

fășurării unei lecții și pentru consemnarea observațiilor critice se recomandă ırmătoarea schemă :

Momentele lecției	Activitatea propunătorului	Activitatea elevilor	Observații

Înregistrarea poate să cuprindă în mod cronologic toate momentele lecției sau numai anumite părți ori aspecte asupra cărora cel care asistă își îndreaptă în mod deosebit atenția. Spre exemplu, dacă cel ce asistă își propune să urmărească mai ales momentul verificării cunoștințelor, va nota cu fidelitate toate întrebările propunătorului și răspunsurile elevilor din cadrul acestui moment.

Orice asistență trebuie să fie urmată de o *analiză* a lecției, în care să se treacă în revistă observațiile făcute în legătură cu desfășurarea acesteia, punîndu-se întrebări, confruntînd puncte de vedere și stabilind concluzii.

Analiza unei lecții trebuie să se desfășoare astfel încît să se scoată în evidență obiectivele pe care le-a urmărit asistența și în același timp părțile cele mai bine realizate ale lecției, precum și cele mai puțin reușite. De aceea observațiile, obiecțiile, aprecierile se vor referi pe rînd la :

— conținutul lecției și structura ei ;
— metodele și procedeele întrebuințate ;
— formele de muncă folosite în lecție, exprimarea propunătorului și a elevilor, formularea întrebărilor ;
— contribuția lecției la formarea personalității elevului (dezvoltarea gîndirii și memoriei, formarea priceperilor și deprinderilor, munca independentă) ;
— atitudinea propunătorului : poziția sa în fața clasei, felul său de a lucra cu elevii, tactul pedagogic de care a dat dovadă, măsura în care a cîștigat încrederea elevilor, exigența sa față de răspunsurile elevilor și comportarea acestora, controlul și îndrumarea muncii elevilor ;
— încadrarea lecției în timp și dozarea timpului afectat lecției între diferitele momente ale acesteia.

Nu este indicat ca analiza unei lecții să se facă descriptiv, adică prin arătarea succesivă a momentelor prin care a trecut lecția, cu descrierea desfășurării fiecărui moment, întrucît acest fel de analiză duce

la reluarea și repetarea inutilă a diferitelor părți ale lecției și nu creează posibilitatea adîncirii problemelor ce se ridică în legătură cu lecția la care s-a asistat. Se recomandă însă ca fiecare afirmație care se face în cursul analizei să fie motivată pe baza cunoștințelor dobîndite la orele de pedagogie și metodică, sau prin invocarea altor materiale documentare.

Din punct de vedere tehnic, analiza unei lecții se desfășoară astfel :

1) Propunătorul arată care a fost tema lecției, ce scop și-a propus și ce mijloace a utilizat pentru atingerea scopului respectiv, apoi analizează conținutul lecției, precizînd măsura în care acesta a fost însușit de către elevi și făcînd aprecieri asupra contribuției și comportării clasei. Compară apoi prevederile planului cu ceea ce a realizat în lecție, arătînd eventualele omisiuni sau depășiri.

2) Cei care asistă pun întrebări propunătorului pentru a se clarifica unele lucruri, iar propunătorul răspunde la aceste întrebări.

3) Iau cuvîntul apoi cei care au asistat la lecție, în primul rînd elevii practicanți, apoi învățătorii, expunîndu-și în mod sistematizat observațiile și părerile pe baza însemnărilor făcute în timpul desfășurării lecției.

4) Propunătorul își exprimă părerea asupra observațiilor și obiecțiilor care au fost făcute în timpul analizei, arătînd în ce măsură este de acord cu părerile respective și în ce măsură acestea constituie pentru el un ajutor în muncă.

5) Conducătorul colectivului care a asistat la lecție, acesta putînd fi profesorul de pedagogie, profesorul metodist, directorul școlii, inspectorul școlar, responsabilul comisiei metodice sau responsabilul cercului pedagogic, analizează în ansamblu lecția referindu-se la toate problemele pe care le ridică desfășurarea acesteia și comportarea propunătorului, stabilește dacă sarcina didactică fundamentală a fost bine conturată de către propunător, dacă această sarcină a fost realizată și dacă propunătorul s-a preocupat de problema legării teoriei de practică. Apoi triază observațiile făcute de cei care au participat la analiză și precizează concluziile ce se desprind din această analiză, stabilind eventual calificativul sau nota pe care o merită lecția.

Pregătirea învățătorului pentru lecție. Condiția principală pentru asigurarea succesului în desfășurarea procesului de învățămînt, în general, și în particular a unei anumite lecții, o constituie pregătirea temeinică, conștiincioasă și de profunzime a propunătorului.

Această pregătire cunoaște două etape :

— *Etapa preliminară* sau îndepărtată. Se poate spune că această etapă începe chiar de pe băncile liceului pedagogic, întrucît de felul cum se pregătește elevul în timpul școlarității depind în cea mai mare măsură rezultatele pe care le va obține ca învățător la catedră. Această pregătire trebuie continuată cu stăruință și îmbogățită mereu. Continuarea pregătirii învățătorului se realizează prin studiul revistelor și tratatelor cu caracter pedagogic, a metodicilor și articolelor cu conținut metodic care apar în ziare și reviste, prin studierea programei școlare și a manualelor, învățătorul informîndu-se asupra conținutului matematic al acestora, în sfîrșit prin întocmirea, la început de an școlar, a planului anual de muncă și apoi a celui trimestrial. De asemenea, tot

în etapa preliminară se poate încadra și munca învățătorului pentru revizuirea, inventarierea, completarea și confecționarea materialului didactic.

— *Etapa apropiată.* Pregătirea minuțioasă a învățătorului pentru o anumită lecție se concretizează în planul lecției. Conținutul acesteia trebuie să reflecte întreaga bogăție de cunoștințe metodice și de specialitate a propunătorului, chintesența experienței sale didactice.

Pentru întocmîrea planului de lecție, propunătorul consultă în primul rînd planificarea calendaristică și manualul de aritmetică, pe baza cărora se stabilește denumirea și conținutul temei, apoi consultă pedagogia și metodica predării aritmeticii informîndu-se asupra principiilor didactice pe care trebuie să le respecte și asupra metodelor pe care trebuie să le întrebuințeze în desfășurarea lecției, se orientează în redactarea planului de lecție după planurile date ca model în metodică, se îngrijește de procurarea materialului didactic necesar și selecționează exercițiile și problemele pe care le va utiliza în ascultare, apoi în comunicarea cunoștințelor sau în consolidare, precum și cele pe care le va da ca temă pentru acasă. Numai după ce s-a documentat pe deplin asupra temei și și-a strîns materialul necesar, propunătorul poate trece la redactarea planului de lecție.

Pînă la examenul de definitivat, învățătorii sînt obligați să întocmească planuri de lecții în caiete speciale. Aceste planuri sînt vizate de directorul școlii și prezentate inspectorilor școlari.

Trecerea examenului de definitivat nu absolvă însă pe învățător de obligația de a-și pregăti lecțiile. Dacă nu întocmește un plan de lecție scris, redactat cu toate detaliile necesare, trebuie să-și facă totuși anumite însemnări în legătură cu lecția pe care o pregătește, de preferință tot într-un caiet special, precizînd momentele principale ale lecției și conținutul acestora, rezolvînd exercițiile și problemele pe care le va utiliza. Dacă din diferite motive învățătorul nu-și face nici aceste însemnări scrise, pregătirea lecției se poate considera făcută chiar dacă momentele principale ale lecției sînt stabilite în minte, iar conținutul lor este însemnat direct pe manual.

Este necesar să se precizeze că oricît de completă ar fi pregătirea unui învățător și oricît de bogată și rodnică ar fi experiența sa, fără o prealabilă pregătire nu va reuși să facă lecții complete, metodice și la nivel corespunzător.

9. Organizarea predării aritmeticii în școlile în care învățătorul predă simultan la două sau mai multe clase

Predarea simultană la două sau mai multe clase ridică o serie de probleme metodice și de organizare a căror rezolvare cade în sarcina învățătorului. Întrucît cazurile în care predarea se face simultan la 3—4 clase sînt cu totul izolate și în aceste situații clasele se succed două cîte două, mai ales în ceea ce privește orele de aritmetică, rezultă

că nu se pune problema predării aritmeticii decît la două clase în aceeași oră, astfel că ne vom referi în cele ce urmează la problemele pe care le implică predarea simultană la două clase.

Datorită faptului că în același timp învățătorul trebuie să aibă în cîmpul său vizual două categorii de elevi și să îndrumeze munca a două colective distincte, cu programă școlară și particularități de vîrstă diferite, activitatea pe care acesta o desfășoară prin predarea la clase simultane este deosebit de complexă și prezintă caracteristici care impun o anumită structurare a formelor și metodelor de muncă.

Predarea simultană pune în primul rînd problema introducerii pe scară mai largă a muncii independente, a utilizării unor forme de muncă mai variate și mai eficiente, cu accentul pe activitatea pe care elevul o desfășoară în mod individual și independent. De asemenea, varietatea și volumul sporit de cunoștințe pe care învățătorul trebuie să le comunice în același interval de timp, trecerea de la o temă la alta, de la o categorie de cunoștințe la alta, precum și utilizarea alternativă a unor metode și procedee diferite constituie elemente care scot în evidență importanța problemei, necesitatea pentru învățător de a reflecta asupra variatelor aspecte ale muncii la clasele simultane și de a lua măsurile corespunzătoare de organizare.

În ceea ce privește *gruparea claselor* în vederea predării simultane, părerile unanime sînt pentru varianta I și III, II și IV, din motive determinate de particularitățile de vîrstă, nivelul dezvoltării facultăților mintale, stadiul în care se află procesul de formare a priceperilor și deprinderilor, interesele cognitive ale elevilor. Astfel:

a) Clasele I și a III-a, respectiv a II-a și a IV-a sînt suficient de apropiate în ceea ce privește preocupările pentru a putea forma un colectiv unitar în cadrul căruia să se poată organiza unele acțiuni sau activități comune, dar în același timp suficient de îndepărtate pentru a se putea realiza diferențierea necesară desfășurării în condiții corespunzătoare a activității simultane. Așa, spre exemplu, elevii din clasa I nu sînt atrași de noțiunile matematice care se predau la clasa a III-a, pentru că nu le înțeleg, ele depășind puterile și preocupările copilului de 6 ani, iar pe cei din clasa a III-a nu-i interesează noțiunile care se predau la clasa I, fiind elementare și de mult depășite. Aceleași considerații se pot face pentru clasele a II-a și a IV-a.

b) În cadrul colectivului format de clasele I și a III-a, preocuparea cea mai importantă a învățătorului este orientată în direcția predării la clasa I a primelor noțiuni matematice, a formării priceperilor și a deprinderilor de calcul elementar și de muncă ordonată. În acest sens activitatea învățătorului este înlesnită de faptul că elevii celeilalte clase au anumite deprinderi relativ formate astfel că felul cum elevii clasei a III-a își duc munca și-și îndeplinesc sarcinile poate constitui un exemplu

și un sprijin real pentru cei din clasa I. În cadrul grupării claselor a II-a și a IV-a, la elevii clasei mici deprinderile sînt în curs de formare și consolidare, pe cînd la clasa a IV-a, aceste deprinderi se consideră pe deplin formate, astfel că stilul de muncă al elevilor mari are o influență pozitivă asupra celorlalți.

c) Însușirea de către elevii clasei I în prima jumătate a anului a noțiunilor aritmetice de bază solicită eforturi sporite din partea învățătorului, mai ales în trimestrul I. Dar în această perioadă învățătorul are suficiente posibilități de a-și orienta eforturile spre clasa I, pentru că cealaltă clasă nu-i pune probleme deosebite, întrucît materia prevăzută pentru aceeași perioadă de timp este mai ușoară, constituind în mare parte o repetare și o continuare a cunoștințelor dobîndite în clasa a doua. Începînd însă cu trimestrul al II-lea, munca la clasa I se uniformizează, intră pe un făgaș bătătorit, ceea ce permite învățătorului să-și deplaseze efortul spre clasa a III-a la care tocmai în această perioadă intervin noțiuni noi, mai dificile, și anume, cele legate de introducerea numerelor de orice mărime în numerație și calcul.

În ceea ce privește cuplul format de clasa a II-a, a IV-a, volumul de cunoștințe la clasa a II-a este mai redus în comparație cu clasa a IV-a, astfel că învățătorul se poate consacra în mod deosebit activității de transmitere și consolidare a cunoștințelor la clasa a IV-a.

Referindu-ne la *tipul lecțiilor de aritmetică* planificate pentru activitatea simultană, considerentele de ordin teoretic și practic converg spre ideea cuplării unei lecții de comunicare a cunoștințelor cu o lecție de alt tip : consolidare, recapitulare sau verificare, fiindcă în această situație se creează condiții care îngăduie dozarea echilibrată a eforturilor și repartizarea judicioasă a timpului, ținînd seama de ponderea pe care o reprezintă fiecare din lecțiile planificate în complexul de activități și în sistemul de cunoștințe prevăzut pentru clasa respectivă. Astfel, lecțiile de consolidare a cunoștințelor și cu atît mai mult cele de recapitulare sau verificare se caracterizează prin bogăția aplicațiilor și varietatea formelor de muncă, ele îngăduind utilizarea într-o măsură mai mare a muncii independente, fapt care permite afectarea unui timp mai îndelungat lecției de comunicare. Fără îndoială că în cazuri excepționale pot fi programate ca activități simultane și lecții de același tip : ambele de comunicare, ambele de repetare (consolidare, recapitulare), ori chiar de verificare, dar și atunci conținutul celor două lecții trebuie să fie inegal în ceea ce privește volumul cunoștințelor.

În cazurile cele mai obișnuite, și anume cînd tipurile lecțiilor planificate pentru predarea simultană sînt diferite, se pune *problema prioritații uneia din cele două lecții* față de cealaltă, problemă a cărei rezolvare depinde de conținutul lecției, volumul cunoștințelor și importanța temei. Ținînd seama de toate acestea, este evident că dintre dife-

ritele tipuri de lecţii, prioritatea o are lecţia de comunicare a cunoştinţelor, argumentele referindu-se şi la faptul că lecţia de comunicare reclamă o durată mai mare de timp, un mai mare efort din partea elevilor, o activitate mai intensă în cadrul clasei, ceea ce se poate realiza în condiţii bune cu deosebire în prima jumătate de oră. În felul acesta se vine şi în sprijinul elevilor cărora li s-au predat cunoştinţe noi, aceştia avînd posibilitatea să desfăşoare activităţi eficiente în cadrul muncii individuale, trecerea de la momentul de comunicare la cel de fixare a cunoştinţelor constituind o prelungire firească a conţinutului lecţiei.

În ceea ce priveşte *munca independentă* pe care o desfăşoară elevii, sînt necesare cîteva precizări. În primul rînd, *volumul muncii independente* trebuie proporţionat de aşa manieră încît să ocupe întregul timp pe care-l au la dispoziţie elevii, astfel ca atenţia lor să fie mereu solicitată, evitîndu-se şi lichidîndu-se orice surse de preocupări lăturalnice. Această proporţionare creează însă o serie de dificultăţi legate de împrejurarea că elevii nu lucrează cu toţii în acelaşi ritm, unii judecînd şi lucrînd încet, cu atenţie la calcule, manifestînd grijă deosebită faţă de aspectul lucrării, alţii judecînd şi calculînd repede, fără pierdere de timp, chiar dacă uneori forma exterioară a lucrării lasă de dorit.

Din aceste motive volumul muncii independente nu trebuie să fie rigid limitat, ci este necesar să li se creeze elevilor posibilitatea de a efectua un volum mai mare sau mai mic de muncă. De aceea învăţătorul, stabilind un anumit volum de muncă independentă obligatorie pentru toţi elevii, indică acestora şi un anumit material suplimentar a cărui rezolvare să aibă caracter facultativ, fiind destinat cu deosebire elevilor care lucrează repede şi epuizează cei dintîi materialul obligatoriu. În aceste condiţii, controlul şi aprecierea muncii independente trebuie să aibă caracter diferenţiat, adică să ţină seama atît de volumul materialului prelucrat, cît şi de calitatea muncii desfăşurate în ceea ce priveşte rezolvarea corectă a exerciţiilor şi problemelor, aspectul caietului, scrierea operaţiilor şi aşezarea termenilor etc. În toate aceste cazuri, indicaţia generală trebuie să cuprindă îndemnul de a se lucra intens, continuu, dar cu atenţie şi grijă, rezolvînd fiecare elev partea din munca sa independentă care corespunde capacităţii şi posibilităţilor sale.

O altă problemă care prezintă deosebită importanţă pentru clasele simultane este cea privitoare la *conţinutul muncii independente*, adică la selecţionarea şi precizarea materialului ce urmează să fie prelucrat în cadrul activităţii individuale. Condiţia principală pe care trebuie s-o îndeplinească munca independentă este aceea de a fi legată indisolubil de preocupările momentane de studiu ale elevilor, adică să constituie etapa pregătitoare a lecţiei planificate pentru ziua respectivă, sau etapa de încheiere a acesteia.

Conținutul muncii independente poate cuprinde :

— rezolvări de exerciții aplicative alese și prezentate sub forme cît mai variate, și anume : copiate din manual sau de pe tablă, comunicate de propunător cu ajutorul unor bilețele sau cu ajutorul tabelelor numerice și al figurilor geometrice, verificarea unor exerciții care conțin date greșite sau verificarea prin operații inverse a exercițiilor rezolvate corect, compunerea și rezolvarea de exerciții analoage, formularea de exerciții într-o anumită ordine sau cu respectarea unor condiții etc. ;

— scrierea din memorie a succesiunii unor numere (numărări cu anumite unități în ordine crescătoare sau descrescătoare, numărări pe intervale), scrierea tablei adunării sau scăderii unui număr, a tablei înmulțirii sau împărțirii ;

— rezolvări de probleme aplicative copiate din manual, comunicate de propunător, formulate de elevi, rezolvări de probleme cu plan de rezolvare scris sau cu explicații scrise, verificarea reciprocă a unor probleme rezolvate individual, formulări de probleme pe bază de indicații privitoare la cadrul în care se desfășoară acțiunea problemei, felul și numărul operațiilor pe care le utilizează ;

— activități aplicative în legătură cu noțiunile de geometrie : construirea unor figuri geometrice de forme și dimensiuni date, calcularea perimetrului sau ariei unei figuri, desenarea și decuparea figurilor geometrice ;

— alte activități legate de munca ce se desfășoară în cadrul clasei : construirea unui decimetru împărțit în centimetri și milimetri, formularea unui calendar pe o săptămînă, o lună sau un trimestru, desenarea unui cadran de ceas, ilustrarea prin desen a conținutului unei probleme etc.

Pentru a asigura eficiența la un nivel din ce în ce mai ridicat a muncii independente, conținutul acesteia trebuie prezentat sub aspecte cît mai variate, privind sub unghiuri diferite cunoștințele acumulate de elevi și combinînd aceste cunoștințe în forme noi, astfel ca activitatea desfășurată în mod independent să trezească interesul elevilor, să-i stimuleze în muncă, să le susțină eforturile, să angajeze în mod treptat gîndirea acestora, determinînd o atitudine activă din partea lor. De asemenea, munca independentă trebuie să ofere suficiente posibilități de autocontrol, stăruindu-se pentru formarea la elevi a unor deprinderi constante în ceea ce privește verificarea muncii desfășurate prin eforturi proprii și autoaprecierea calitativă a acesteia.

În concluzie, materialele destinate muncii independente trebuie să fie accesibile întregului colectiv, iar succesiunea lor să se înscrie pe o linie mereu ascendentă în ceea ce privește dozarea dificultăților, să solicite în mod diferențiat contribuția personală a elevilor.

Organizarea muncii la clasele simultane se concretizează în două documente : *planul calendaristic trimestrial* și *planul de lecție*, ambele avînd o structură deosebită față de cele întocmite pentru cazurile în care se predă la o singură clasă.

Elaborarea planului calendaristic trimestrial ocupă de obicei un loc central în ansamblul preocupărilor legate de organizarea muncii, deoarece conținutul acestuia trebuie să oglindească atît complexitatea activității respective, cît și particularitățile ei, adică să scoată în evi-

denţă paralelismul care caracterizează activitatea la clasele simultane şi să cuprindă pe de o parte materialul care formează conţinutul muncii cu propunătorul, iar pe de altă parte, materialul destinat muncii independente.

Ţinînd seama de necesitatea prezentării în mod comparativ şi în strînsă legătură a activităţii ce se desfăşoară la cele două clase, este necesar ca liniatura planului calendaristic să utilizeze două pagini alăturate, cîte o pagină pentru fiecare clasă, iar în legătură cu temele lecţiilor, planul trebuie să specifice tipul acestora, în vederea grupării lecţiilor după tipul lor şi să conţină indicaţii suficiente privitoare la materialul necesar pentru munca independentă pe care elevii urmează să o desfăşoare în clasă şi acasă.

Aspectul general al acestui document ar fi următorul :

Plan calendaristic trimestrial

al lecţiilor de aritmetică la clasele... şi... simultane pe trimestrul... anul şcolar...,

Data după calendar (săptămîna)	Clasa			Clasa			Observaţii
	Capitolul	Conţinutul muncii cu propunătorul	Conţinutul muncii independente	Capitolul	Conţinutul muncii cu propunătorul	Conţinutul muncii independente	

Este de la sine înţeles faptul că planificarea materiei la aritmetică trebuie să facă parte integrantă din planul calendaristic general al muncii învăţătorului, plan ce cuprinde repartizarea materiei pe teme la toate obiectele de studiu şi care armonizează eventualele aspecte cu caracter divergent determinate de particularităţile acestor obiecte.

Planul de lecţie la clasele simultane, în afară de elementele şi părţile pe care le conţine orice plan de lecţie, trebuie să scoată în evidenţă cu deosebire paralelismul activităţii ce se desfăşoară în timpul unei ore, felul cum se alternează la cele două clase munca cu propunătorul şi munca independentă şi să specifice repartizarea raţională a timpului între diferite momente ale lecţiilor. Ţinînd seama de faptul că în cazul cuplării unei lecţii de comunicare a cunoştinţelor cu una de consolidare, pentru activitatea ce se desfăşoară cu clasa la care are loc lecţia de comunicare a cunoştinţelor se repartizează între 25 şi 30 minute, iar pentru

cealaltă clasă între 20 și 25 minute, schema unui plan de lecție la două clase simultane, spre exemplu clasele I și a III-a, ar fi următoarea :

Clasa I		*Clasa a III-a*
Lecție de consolidare a cunoștințelor		Lecție de comunicare de cunoștințe
Momentul organizatoric	2 minute	
Elevii ambelor clase se vor pregăti pentru lecție scoțîndu-și pe bănci toate cele necesare : caiete, manual, creion, radieră, riglă, bețișoare, abac etc., conform indicațiilor propunătorului.		
Muncă independentă	7 minute	*Muncă cu propunătorul*
Rezolvarea unor exerciții sau probleme noi, ori rezolvarea prin alte procedee a exercițiilor și a problemelor avute ca temă pentru acasă, proba operațiilor respective etc.		Verificarea cunoștințelor elevilor (controlul temelor și ascultarea orală), calcul mintal, notarea elevilor ascultați.
Muncă cu propunătorul	5 minute	*Muncă independentă*
Verificarea muncii independente, apoi verificarea cunoștințelor prin controlul temelor (cantitativ, calitativ) și examinarea orală a elevilor (individual și frontal).		Desfășurarea de către elevi a unor activități care să fie o continuare a lecției predate sau o pregătire a lecției următoare.
Muncă independentă	16 minute	*Muncă cu propunătorul*
Desfășurarea de către elevi a unor activități care să fie o continuare a lecției precedente sau să constituie o pregătire pentru lecția următoare.		Verificarea pe scurt a muncii independente. Desfășurarea lecției de comunicare a cunoștințelor ; — discuții pregătitoare ; — anunțarea lecției ; — comunicarea cunoștințelor noi ; — fixarea cunoștințelor.
Muncă cu propunătorul.	13 minute	*Muncă independentă*
Verificarea muncii independente. Desfășurarea lecției de consolidare a cunoștințelor. — discuții pregătitoare ; — anunțarea lecției ; — consolidarea cunoștințelor prin rezolvări de exerciții și probleme, utilizînd forme variate de muncă.		Prelungirea momentului de fixare a cunoștințelor prin rezolvări de exerciții și probleme aplicative (copiate din manual sau formulate de propunător și elevi).

Muncă independentă	4 minute	*Muncă cu propunătorul*
Utilizarea — în scopul consolidării cunoștințelor — a formelor de muncă independentă : rezolvări de exerciții și probleme, formularea unor exemple noi, scrierea din memorie a unor categorii de exerciții.		Verificarea muncii independente. Comunicarea temei pentru acasă, citirea exercițiilor și problemelor, indicații în legătură cu efectuarea temei.
Muncă cu propunătorul	3 minute	*Muncă independentă*
Verificarea muncii independente. Discuții de încheiere. Comunicarea temei pentru acasă, identificarea ei, repetarea de către elevi a felului și volumului temei, indicații în legătură cu efectuarea ei.		Cercetarea exercițiilor indicate pentru temă, citirea problemelor pentru înțelegerea conținutului lor, eventual rezolvarea unei părți din temă.

În ansamblu *repartizarea timpului* este următoarea :

— muncă cu propunătorul la clasa I (lecție de consolidare)	minute 21
— muncă cu propunătorul la clasa a III-a (lecție de comunicare)	minute 27
— momentul organizatoric (comun celor două clase)	minute 2
Total	minute 50

Această schemă are un caracter informativ, astfel că repartizarea timpului între diferitele momente ale lecțiilor poate fi modificată potrivit aprecierilor învățătorului, ținînd seama de situațiile concrete care se ivesc în legătură cu tipul acestor lecții, tema și conținutul lor, dar mai ales de volumul cunoștințelor ce trebuie comunicate, consolidate sau recapitulate, de priceperile și deprinderile care trebuie formate.

Capitolul II

Studiul numerelor naturale și al operațiilor aritmetice cu aceste numere

A. Prima zece

1. Generalități privitoare la prima zece și la cunoștințele de aritmetică cu care vin elevii în clasa I

Predarea numerelor 1—10 și a operațiilor cu ele constituie începutul studiului sistematic al aritmeticii. În această etapă elevii dobîndesc o serie de noțiuni fundamentale, însușindu-și în mod intuitiv, pe baza primelor zece numere din șirul natural al numerelor, unele din proprietățile acestui șir.

Cînd vin în clasa I, copiii știu — din familie sau din grădiniță — să numere pînă la zece sau pînă la 20, alții pînă la 100 și chiar mai departe. Această numărare este însă mecanică, lipsită de conținut. Pentru ei un număr oarecare nu reprezintă caracterizarea mulțimii obiectelor respective, ci obiectul care ocupă locul acelui număr în ordinea de numărare, corespondența fiind stabilită între număr și obiect, nu între număr și mulțimea de obiecte. De asemenea nu este cunoscut procesul de formare a numerelor naturale, iar pronunția este de cele mai multe ori defectuoasă. Din această situație rezultă sarcinile care revin școlii, în primul rînd pentru completarea și sistematizarea cunoștințelor elevilor și în al doilea rînd pentru remedierea deficiențelor constatate.

2. Numerația orală

Însușirea de către elevi a numerației orale presupune următoarele:

a) *Formarea numerelor 1—10.* Elevii trebuie să înțeleagă procesul de formare a numerelor din șirul natural în sensul că fiecare număr se formează prin adăugarea unei unități la numărul precedent. Pentru aceasta ei intuiesc acest proces și-l repetă apoi îl reproduc pe baza reprezentărilor pe care și le-au format. Astfel, utilizînd, spre exemplu, cuburi, elevii vor constata și vor spune că:

un cub și cu încă un cub fac două cuburi,
două cuburi și cu încă un cub fac trei cuburi,

. . . . . .

nouă cuburi și cu încă un cub fac zece cuburi.

De asemenea procesul de numărare înapoi trebuie să fie înțeles ca un proces de micșorare cu cîte o unitate a fiecăruia din numerele 1—10, astfel :

zece cuburi fără un cub fac nouă cuburi,
nouă cuburi fără un cub fac opt cuburi,
. . . . . .
două cuburi fără un cub fac un cub.

b) *Cunoașterea succesiunii numerelor 1—10.* Pentru a-i deprinde pe elevi cu succesiunea numerelor, trebuie să se facă repetate numărări cu cîte o unitate, atît înainte cît și înapoi. Aceste numărări se fac întîi cu obiecte concrete : bile, bețișoare, creioane, buline, cuburi etc. și numai după aceea abstract. Dacă numărarea înainte se deprinde fără dificultăți, numărarea înapoi presupune un proces de gîndire ceva mai dificil, întrucît pentru a stabili numărul care se află înaintea unui anumit număr dat, copilul numără întîi înainte, spre exemplu 8, 9, și numai după aceea înapoi : 9, 8.

Pentru a contribui încă din această fază la dezvoltarea gîndirii abstracte, procesul de numărare trebuie să treacă treptat de la concret la abstract, numărîndu-se întîi prin atingerea obiectelor, apoi numai din ochi și în sfîrșit numărîndu-se cu ajutorul reprezentărilor obiectelor respective. În acest fel, denumirea cu glas tare a obiectelor se înlocuiește treptat prin pronunțarea lor mintală.

c) *Cunoașterea denumirilor numerelor 1—10 și utilizarea corectă a acestor denumiri.* Propunătorul trebuie să pronunțe cu claritate numerele pînă la 10, iar elevii să repete și să utilizeze corect denumirile lor, făcîndu-se de la început distincția între numărarea pînă la 2 a obiectelor de diferite genuri. În acest scop se vor utiliza obiecte de diferite categorii (genuri) :

un elev, doi elevi...
o bilă sau una bilă, două bile...
un creion, două creioane...

De asemenea, propunătorul trebuie să fie atent la pronunțarea numerelor de către elevii care au defecte de vorbire, știind că pronunțarea corectă la aritmetică constituie un real sprijin pentru lecțiile de limba română.

d) *Cunoaşterea locului pe care îl ocupă un număr în şirul natural al numerelor.* În scopul stabilirii locului pe care îl ocupă un anumit număr, elevii trebuie să precizeze :

— numărul dinaintea lui ;

— numărul care urmează după el ;

— numerele între care se află acel număr.

e) *Formarea noţiunii de număr prin conţinutul său.* Prin aceasta se înţelege stabilirea corespondenţei dintre o anumită mulţime de obiecte şi numărul care desemnează această mulţime, astfel încît la pronunţarea unui număr elevul să-şi reprezinte în minte grupul de obiecte respectiv. Cu alte cuvinte, noţiunea de număr trebuie să se formeze prin reprezentarea unei anumite mulţimi pe baza percepţiei unor grupe de obiecte variate, dar cu acelaşi număr de elemente. Astfel, pentru formarea noţiunii privitoare la conţinutul numărului 3, spre exemplu, se vor număra 3 bile, 3 beţişoare, 3 buline etc., se vor prezenta planşe cu 3 avioane, 3 case, 3 copaci, 3 miei etc. şi se vor utiliza ilustraţiile din manual care reprezintă 3 iezi, 3 scăunele, 3 străchini, 3 ulcele etc. Deci, pentru stabilirea corespondenţei dintre imaginea abstractă a numărului şi conţinutul său în obiecte, numărările pînă la 10 cu ajutorul obiectelor concrete trebuie să se facă utilizînd grupele corespunzătoare, iar pronunţarea numerelor să constituie un răspuns la întrebarea : Cîte obiecte sînt aici ? Cîte bile sînt pe această sîrmă ? De aceea, pentru cunoaşterea conţinutului fiecărui număr, bilele la numărătorul cu bile şi orice alte obiecte trebuie grupate corespunzător cu numerele respective. Astfel :

pentru numărul 1, un obiect :

pentru numărul 2, două obiecte.

. . . . . .

pentru numărul 10, zece obiecte.

Atunci numărătorul cu bile va avea aspectul din figura 3. La fel vor fi aşezate diferitele obiecte pe oricare din planşele ce se prezintă elevilor. De asemenea, noţiunile privitoare la conţinutul unui număr se pot forma şi clarifica prin stabilirea grupurilor de obiecte care formează un anumit număr, sau a grupărilor ce pot fi formate din mulţimea obiectelor pe care le reprezintă un număr dat. Astfel :

— cu obiecte concrete : numărul de 3 bile este format din 2 bile şi 1 bilă, sau 1 bilă, 1 bilă, şi încă 1 bilă, sau din 1 bilă şi 2 bile ;

— semiconcret, numărul de 4 avioane poate fi format din 3 avioane şi încă un avion, 2 avioane şi încă 2 avioane, 1 avion şi încă 3 avioane,

1 avion, 1 avion, 1 avion și încă 1 avion ;
— abstract : numărul 5 este format din :
4 unități și încă 1 unitate, sau
3 unități și încă 2 unități, sau
2 unități și încă 3 unități, sau
1 unitate și încă 4 unități, sau
1 unitate, 1 unitate, 1 unitate,
1 unitate și încă 1 unitate (fig. 4).

Pentru stabilirea intuitivă a grupărilor de obiecte din care pot fi formate diferitele numere, se prezintă elevilor planșe care demonstrează acele grupări, alături găsindu-se și cifra respectivă de tipar. Spre exemplu : pentru numărul 5, figurile care arată diferitele grupări pot fi separate, sau pot fi strînse într-o singură planșă care în acest caz cuprinde toate grupările.

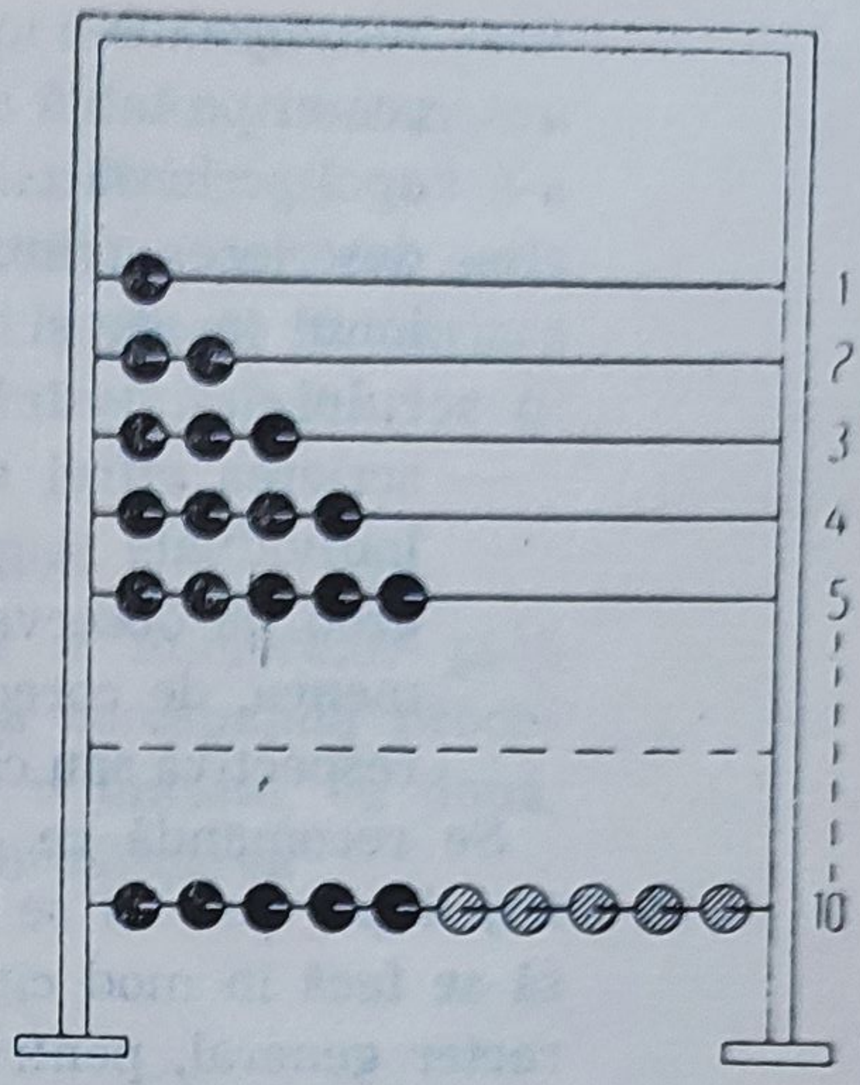


Fig. 3

f) *Cunoașterea cifrelor de tipar*. În cursul procesului de formare a noțiunii de număr se prezintă elevilor diferite planșe, fiecare avînd scrisă și cifra respectivă de tipar. Această cifră va fi prezentată ca semn al numărului respectiv de obiecte. Asupra ei se va atrage mereu atenția elevilor, astfel ca pe măsură ce aceștia își formează noțiunea de număr să-și asocieze în minte și forma cifrei care reprezintă acel număr. Atunci, odată cu numerația orală, elevii memorează atît numărul de obiecte ce li se prezintă cît și semnul de tipar al acelui număr, astfel că reprezentarea conținutului unui număr va fi indisolubil legată de imaginea grafică, deocamdată de tipar, a acelui număr.

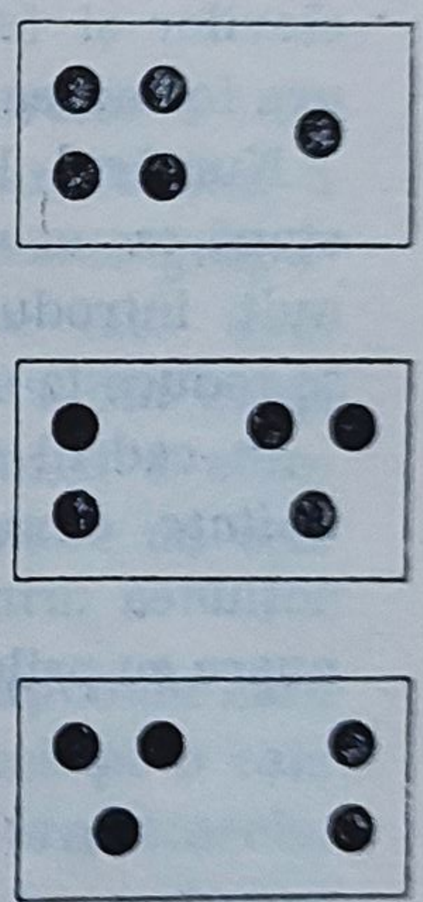


Fig. 4

3. Numerația scrisă

Conținutul numerației scrise constă în cunoașterea și scrierea cifrelor de mînă 1, 2, 3 . . . 9, 0 și a numărului 10.

Pentru predarea scrierii unei cifre se parcurg următoarele etape :
— prezentarea cifrei de tipar și a celei de mînă, identificarea lor, stabilirea concluziei că fiecare reprezintă semnul aceluiași număr ;
— compararea cifrei de mînă cu cea de tipar în ceea ce privește forma, stabilirea asemănărilor și deosebirilor, descompunerea cifrei de mînă în elementele sale componente cu denumirea acestor elemente ;

— recompunerea cifrei de mînă din elementele componente şi scrierea ei pe tablă cu respectarea liniaturii şi a dimensiunilor obişnuite, apoi scrierea ei pe o liniatură de dimensiuni mai mari ;
— descrierea (parcurgerea) conturului cifrei cu degetul sau cu creionul în aer şi apoi pe bancă, în ritm, după indicaţiile propunătorului ;
— scrierea cifrei de către elevi o singură dată, urmată de corectări individuale şi generale, cu exagerarea la tablă a unor greşeli mai greu de observat, apoi scrierea cifrei de 2—3 ori, urmată, de asemenea, de corectări, şi în sfîrşit scrierea unui rînd întreg din cifra respectivă sau chiar mai mult.

Se recomandă ca elevii să aibă cifra respectivă scrisă model în caiet, după care să se orienteze în continuare. De asemenea este necesar să se facă în mod cît mai stăruitor corectările individuale şi cele cu caracter general, pentru ca elevii să înveţe de la început scrierea corectă a cifrei, să-şi perfecţioneze mereu deprinderile cîştigate.

La fel este necesar să se acorde atenţie deosebită poziţiei la scris a elevilor şi felului cum ţin creionul sau tocul, urmărindu-se de asemenea formarea unor deprinderi corecte.

Numărul 10, deşi utilizează în scriere două cifre, apare în această etapă ca un număr oarecare, astfel că scrierea lui se învaţă în mod obişnuit, introducîndu-se cu această ocazie cifra zero, a cărei semnificaţie se reduce la utilizarea ei în scrierea numărului 10.

În cadrul numeraţiei orale şi scrise se poate introduce termenul de *unitate*, denumind prin aceasta orice obiect care se numără cîte unu, noţiunea urmărind să se formeze pe parcurs, prin utilizarea ei în continuare cu prilejul numărărilor şi calculelor.

4. Adunarea şi scăderea numerelor pînă la 10

a) *Introducerea semnelor* +, — şi =. Elevii au luat cunoştinţă încă de la formarea numerelor de procesul aritmetic care are loc în cazul adunării sau scăderii, astfel că utilizînd aceste cunoştinţe, trecerea la operaţiile de adunare sau scădere se poate face fără dificultăţi. Urmează doar să se introducă şi semnele de operaţii corespunzătoare. În acest scop se va porni de la cea mai simplă operaţie de adunare 1+1, pe care elevii o cunosc, dar pe care propunătorul o poate demonstra din nou, stabilind concluzia : unu şi cu unu fac doi. După aceasta, elevii sînt anunţaţi că o să înveţe cum se scrie pe scurt „unu şi cu unu fac doi“. Elevii sînt atenţi, iar propunătorul pronunţă cu voce tare, pe măsură ce scrie : unu, şi cu, unu, fac, doi, adică 1+1=2. Propunătorul citeşte o dată, arătînd cu indicatorul fiecare număr şi fiecare semn,

apoi cere elevilor să repete această citire în ritm, ţinînd seama de pauzele corespunzătoare pentru a marca trecerea de la număr la semn sau invers. Cu această ocazie se constată că în locul cuvintelor „şi cu“ s-a făcut semnul „+“, o cruciuliţă, iar în locul cuvintelor „fac“ s-a scris semnul „=“, două linioare culcate. Se fac exerciţii separate de scriere corectă a semnelor introduse, trecîndu-se apoi la întrebuinţarea lor în alte exerciţii.

În mod analog se introduce şi semnul „—“, fără, minus.

b) *Clasificarea exerciţiilor* de adunare şi scădere a numerelor pînă la 10 se face astfel încît succesiunea exerciţiilor să corespundă procesului care are loc : numărarea înainte şi înapoi cu o unitate, cu două, trei sau mai multe unităţi. Această clasificare este următoarea :

— adunarea sau scăderea unei singure unităţi ;

— adunarea sau scăderea a două unităţi ;

— adunarea sau scăderea a trei unităţi ;

— adunarea şi scăderea a patru unităţi, apoi a cinci sau a mai multor unităţi.

c) *Procedeele pentru efectuarea adunării şi scăderii numerelor 1—10.* Elevii întrebuinţează la început, pentru a aduna două numere sau a scădea un număr din altul, procedeul numărării, adică amestecă grupurile de obiecte ce trebuie adunate şi numără aceste obiecte cîte unu. Sau, în cazul scăderii — numără cîte unu obiectele ce se iau din grup, şi apoi numără la fel obiectele rămase. Spre exemplu, pentru a efectua cu beţişoare adunarea 5+3, elevii amestecă cele 3 beţişoare cu cele 5, apoi le numără pe rînd : 1, 2, 3, ..., 8.

Învăţătorul trebuie să introducă şi să aplice procedeele raţionale care să solicite într-o măsură mai mare gîndirea elevilor şi să ducă pe o cale mai scurtă la obţinerea rezultatelor. Aceste procedee ar fi următoarele.

— Adunarea pe rînd la primul grup, a unităţilor celui de-al doilea, prin numărarea în continuare : 5+1=6, 6+1=7, 7+1=8, deci 5+3=8, sau numărînd de la 5 în continuare : 5, 6, 7, 8. Acest procedeu este indicat în rezolvarea exerciţiilor de adunare sau scădere a unei singure unităţi, a două sau cel mult trei unităţi.

Exemplu : $\begin{array}{r} 5+2= \\ \hline 5+1=6 \\ 6+1=7 \end{array}$

— Adunarea sau scăderea pe grupe de unităţi, cu utilizarea cunoştinţelor dobîndite anterior, adică, referindu-ne la exemplul 5+3, operaţiile auxiliare sînt : 5+2=7, 7+1=8, sau pentru 8—3 avem : 8—2=6, 6—1=5. Acest procedeu se întrebuinţează la adunarea sau scăderea a

trei sau mai multe unități, el bazîndu-se pe cunoștințele dobîndite la adunarea sau scăderea a două unități, unde s-a stabilit că 5+2=7, sau 8—2=6.

— Adunarea prin aplicarea comutativității sumei, procedeu care se aplică în cazurile în care al doilea termen al sumei este mai mare decît primul. Exemplu : 3+5=5+3=8.

— *Scăderea prin completare*. Acest procedeu constă în completarea scăzătorului cu un număr — restul, —, astfel încît să devină egal cu descăzutul. Aplicarea procedeului cere un mai mare efort de gîndire, dar elevii trebuie inițiați în utilizarea lui, deoarece ușurează mult calculul și poate fi întrebuințat cu real folos atît în calculele mintale următoare, cît și la calculul în scris, mai ales în cazurile în care cifra restului este mai mică decît cifra de același ordin a scăzătorului. Spre exemplu, pentru a găsi restul scăderii 8—6, ne întrebăm ce număr trebuie adăugat la 6 pentru a obține 8 deci 8—6=2 pentru că 6+2=8.

d) *Formarea tablei adunării și scăderii numerelor 1—10*. După ce s-au tratat și s-au însușit în mod conștient toate cazurile de adunare și de scădere a numerelor pînă la 10, este necesar să se unifice și să se recapituleze prin sistematizare toate exercițiile de adunare și scădere cu aceste numere, formulînd astfel *tabla adunării*, respectiv *tabla scăderii*. Aceste table se formează trecînd exercițiile în ordinea în care au fost tratate, întîi adunarea, respectiv scăderea numărului 1, apoi a numărului 2 și așa mai departe.

Tablele astfel formulate se scriu pe tablă și pe caiete, urmărindu-se în continuare memorarea lor.

e) *Procedee pentru însușirea conștientă și memorarea tablei adunării și scăderii*. Însușirea conștientă a tablei adunării și scăderii se asigură cu prilejul predării fiecărui exercițiu în parte, cînd propunătorul demonstrează operația cu ajutorul diferitelor materiale didactice, o ilustrează cu ajutorul planșelor și trece la stabilirea concluziei după ce a parcurs cele trei faze : concretă, semiconcretă, abstractă.

Pentru memorarea tablelor respective se întrebuințează diferite procedee atît la finele fiecărei lecții, cît și după formularea în întregime a tablelor. Aceste procedee ar fi următoarele :

— repetarea tablei respective pe rînd, individual și în cor, cu rezultatele scrise ;

— repetarea tablei pe rînd, cu rezultatele șterse ;

— repetarea tablei pe sărite, cu completarea rezultatelor ;

— repetarea din memorie a tablei ;

— rezolvarea cu propunătorul sau prin muncă independentă a unor exerciții din tablele respective, prin calcul mintal, prin calcul oral sau cu ajutorul unor figuri geometrice ;

— scrierea din memorie a unei table.

Toate aceste procedee urmăresc memorarea de către elevi a tablei adunării și scăderii prin utilizarea unor cît mai variate și mai antrenante forme de muncă.

Desfășurarca unei lecții în concentrul I

Tema lecției : Adunarea numărului 2.

Discuții pregătitoare : adunarea numărului 1, exerciții scrise, exerciții de calcul mintal, semnul „și cu" (semnul adunării), semnul „fac" (semnul egalității), scrierea acestor semne pe tablă, citirea lor.

Numărări pînă la 10, numărul care urmează după 1.

Anunțarea temei : Adunarea numărului 2, formularea scopului.

Comunicarea cunoștințelor :

Exercițiul 2+2=4

Faza concretă :

— demonstrează propunătorul operația cu bețișoare, adăugînd la primul grup de două bețișoare, un bețișor, apoi încă un bețișor adică 2 bețișoare+1 bețișor= =3 bețișoare și 3 bețișoare+1 bețișor=4 bețișoare ;

— lucrează și elevii cu bețișoare, după indicațiile propunătorului ;

— se stabilește concluzia : 2 bețișoare și cu 2 bețișoare fac 4 bețișoare ;

— se demonstrează aceeași operație la numărătorul cu bile, stabilindu-se concluzia : 2 bile și cu 2 bile fac 4 bile.

Faza semiconcretă :

— cît fac 2 miei și cu 2 miei ?

— dar 2 copaci și cu 2 copaci ?

Faza abstractă :

— orice ar fi : bile, bețișoare, avioane, copaci, cît fac 2 și cu 2 ?

— se repetă concluzia, se motivează, apoi se scrie pe tablă și pe caiete : 2+2=4 ;

— se citește operația, cu arătarea pe rînd a numerelor și semnelor.

În mod analog se procedează și cu celelalte exerciții.

Fixarea cunoștințelor :

— ce s-a învățat, ce formează toate adunările numărului 2 (tabla adunării cu 2) ;
— citirea individuală și în cor a exercițiilor cu rezultatele scrise ;
— citirea individuală și în cor a exercițiilor cu rezultatele șterse ;
— citirea pe sărite cu completarea rezultatelor ;
— repetarea pe de rost a adunărilor numărului 2.

B. A doua zece

1. Considerații generale privitoare la cea de-a doua zece

Noțiunile dobîndite în studiul numerelor din primul concentru se consolidează, se aprofundează și se lărgesc prin studiul sistematic al numerelor de la 10 la 20, adică din cel de-al doilea concentru. Astfel :

a) În primul concentru s-a format noţiunea de unitate simplă ca unitate de calcul ; în al doilea concentru se va consolida această noţiune şi i se va adăuga cea de-a doua unitate de calcul : zecea.

b) Formarea numerelor de la 1 la 10 s-a bazat pe gruparea obiectelor luate cîte unul, ca simple unităţi : în al doilea concentru, numerele se vor forma prin adăugarea unităţilor simple la zecea deja formată. Elevii iau astfel cunoştinţă pentru prima dată de posibilitatea şi necesitatea grupării elementelor unei mulţimi în grupe de cîte zece, dobîndind primele noţiuni privitoare la sistemul zecimal de numeraţie.

c) În cel de-al doilea concentru, elevii utilizează procedee noi de adunare şi scădere, procedee bazate pe componenţa zecimală a numerelor.

d) În cadrul numerelor pînă la 20, prin scrierea primelor numere de două cifre, elevii pot sesiza şi pricepe că înţelesul semnelor folosite pentru reprezentarea numerelor se schimbă după locul pe care îl ocupă aceste semne.

e) În sfîrşit, prin utilizarea cifrei zero în scrierea numerelor 10 şi 20, se poate trece la înţelegerea semnificaţiei acestei cifre, aceea de a reprezenta absenţa unităţilor de un anumit ordin dintr-un număr dat.

2. Numeraţia orală

a) *Consolidarea şi precizarea noţiunii de unitate simplă.* În cadrul numerelor pînă la 10, obiectele se numără cîte unul, formîndu-se grupe de cîte 2, 3, 4.... 10 obiecte, fiecare grup de obiecte fiind designat printr-un număr. În această etapă numărul 10 reprezintă un număr oarecare, şi anume numărul care designează mulţimea de 10 obiecte luate cîte unu. De aceea, în scrierea numărului 10 nu se insistă asupra semnificaţiei sau locului cifrei zero sau a cifrei 1, ci se consideră suficient a se arăta, că spre deosebire de numerele 1—9, care se scriu fiecare cu cîte un semn, cu cîte o cifră, numărul 10 se scrie cu două cifre.

Pentru a pregăti trecerea la numeraţia cu numere mai mari decît zece, este necesar să se facă precizarea, sistematizarea şi ridicarea pe o treaptă mai înaltă a cunoştinţelor dobîndite în primul concentru, şi anume, precizarea faptului că pentru formarea unor anumite grupe, obiectele se numără cîte unu, adică numărul 2 este format din 2 bile numărate cîte una, numărul 3 este format din 3 bile numărate cîte una etc., deci fiecare număr este format din obiecte numărate cîte unu.

Formarea noţiunii de unitate trebuie să parcurgă următoarele etape :

I. Prezentarea procesului intuitiv, care constă în numărarea şi formarea diferitelor numere, cu ajutorul unor obiecte mînuite de către propunător şi elevi, aceste obiecte fiind numărate cîte unu. Spre exemplu, numărul 6 se poate forma

din 6 bile numărate cîte una, din 6 cuburi numărate cîte unu, din 6 buline numărate cîte una etc. stabilindu-se că în procesul formării numărului, obiectele respective au fost luate cîte unu.

II. Numărarea pe bază de reprezentări, adică numărarea cu obiecte pe care elevii le cunosc, au lucrat cu ele, dar nu le au în față : avioane, ciuperci, iepurași etc.

III. Numărarea cu întrebuințarea denumirii de „unitate" ; o unitate, două unități... zece unități.

IV. Stabilirea unor concluzii simple bazate pe procesul intuitiv care au avut loc, concluzii care pot fi formulate astfel :

— numerele de la 1 la 10 sînt formate din grupe de obiecte numărate cîte unu ;

— orice obiect luat singur se numește *unitate ;*

— numerele de la 1 la 10 sînt formate din unități simple.

Prin formularea acestor concluzii se urmărește formarea noțiunii abstracte de *unitate,* ele reprezentînd prima treaptă în procesul de abstractizare a noțiunilor aritmetice care stau la baza sistemului zecimal de numerație.

Pentru consolidarea acestor noțiuni este necesar ca elevii să întrebuințeze mereu expresia de *unitate* sau *unitate simplă,* arătînd prin exemple că fiecare număr de la 1 la 10 este format din tot atîtea unități și efectuînd operații de adunare și scădere cu „unități". Cu deosebire utilizarea denumirii de unitate în efectuarea operațiilor aritmetice în faza de trecere de la concret la abstract, aduce o contribuție hotărîtoare la formarea acestei noțiuni.

b) *Formarea noțiunii de zece ca unitate de calcul.* Trecîndu-se la cea de-a doua zece și punîndu-se problema formării noțiunii de zece ca unitate de calcul, trebuie să se aibă în vedere că mintea elevilor va fi supusă la noi eforturi spre a se putea ridica pe o nouă treaptă a funcției de abstractizare și a înțelege gruparea obiectelor astfel încît să se utilizeze mereu un grup de bază — zecea — care devine unitate de calcul. Atunci numărul 14, spre exemplu, nu va reprezenta mulțimea de 14 obiecte luate cîte unu, ci va reprezenta mulțimea formată din zece obiecte strînse într-un singur grup, *zecea,* la care se alătură unitățile, adică cele 4 obiecte luate cîte unu.

Din acest proces se desprinde cu claritate importanța pe care o prezintă trecerea de la cercul numerelor 1—10 la cel al numerelor 10—20 și care constă în aceea că depășirea cadrului numerelor din prima zece constituie primul pas în dezvoltarea noțiunii de număr și primul contact cu ideea de bază a sistemului zecimal de numerație.

Noțiunea de zece ca tot, ca unitate de ordin superior, se formează prin gruparea unor obiecte de același fel în grupe de cîte 10.

În prima fază este recomandabil ca numărul obiectelor de același fel utilizate pentru grupare să fie mai mic de 20, pentru a se insista de la început asupra formării unei singure zeci, cu pronunțarea corespunzătoare : o zece, una zece, și numai într-o fază mai avansată, după ce elevii încep să înțeleagă și să folosească zecea ca tot, se poate trece la formarea a două sau mai multe zeci, insistîndu-se asupra zecilor respective luate separat, sau cîte două : o zece și încă o zece, adică două zeci, două zeci și încă o zece, adică trei zeci etc.

Practic se procedează astfel :

Se pune la îndemînă elevilor un număr de obiecte mai mare de 10 (spre exemplu 12 beţişoare, sau 17 creioane, sau 15 buline etc.) şi li se cere să formeze un grup de 10 obiecte, pe care să-l facă mănunchi şi să-l lege separat, restul de obiecte numărîndu-le cîte unu, ca simple unităţi. Se stabileşte că :

— din mulţimea sau grămada de 12 beţişoare s-a format *o zece* de beţişoare şi au mai rămas 2 beţişoare ;

— din mulţimea de 17 creioane s-a format *o zece* de creioane şi au mai rămas 7 creioane ;

— din mulţimea de 15 buline s-a format *o zece* de buline şi au mai rămas 5 buline.

Pentru o cît mai clară înţelegere a noţiunii de zece, propunătorul prezintă diferite obiecte grupate în zeci şi unităţi cerînd elevilor să identifice grupurile respective şi să le denumească. După aceasta vor da elevii exemple de obiecte care în mod obişnuit se grupează cîte 10 : caietele la librării, precum şi diferitele mărfuri, apoi exemple de obiecte care pot fi grupate cîte 10 : nuci, ouă, fructe etc.

În urma analizei acestor exemple se stabilesc cu elevii următoarele concluzii simple :

— zece obiecte numărate cîte unu formează o zece ;

— zecea este formată din zece unităţi.

Este de menţionat faptul că noţiunea de „zece ca tot“ nu se poate forma într-o singură lecţie şi nici în cîteva lecţii consecutive, ci prin insistenţe şi reveniri repetate asupra ei în etapele următoare ale studiului numerelor. Noţiunea de zece se poate considera formată şi însuşită de elevi abia după ce au ajuns la numerele formate din mai multe zeci şi mai ales după ce, cu ajutorul zecilor, se formează cea de a treia unitate de calcul : suta.

În cadrul numerelor 10—20 se pun însă bazele înţelegerii matematice a acestei noţiuni.

c) *Formarea numerelor 11—20 şi pronunţarea lor corectă.* Pentru formarea numerelor 11—20 se cunosc două procedee :

— formarea numerelor de la 10 la 20 pe baza principiului formării numerelor din şirul natural, adică prin adăugarea unei unităţi la numărul precedent : $10+1=11$; $11+1=12$; . . . ; $19+1=20$;

— formarea numerelor de la 10 la 20 prin adăugarea la zece a numărului corespunzător de unităţi : $10+1=11$; $10+2=12$; $10+3=13$; . . . ; $10+9=19$.

Ambele procedee trebuie cunoscute de elevi, dar este indicat să se întrebuinţeze întîi *primul procedeu* pentru că el repetă felul de formare a numerelor din concentrul întîi, se bazează pe principiul formării numerelor din şirul natural şi corespunde în mai mare măsură capacităţii de înţelegere a copiilor în etapa respectivă.

În ceea ce privește denumirile numerelor 11—19, este absolut necesar ca elevii să fie deprinși de la început cu pronunțarea lor corectă și să se stăruie continuu în formarea de deprinderi temeinice în acest sens, combătîndu-se cu tărie denumirile necorespunzătoare.

În procesul formării numerelor 11—19, acestea se vor pronunța astfel încît să se scoată în evidență componența lor, denumindu-se clar numărul de unități, adică *unsprezece, doisprezece, treisprezece, patrusprezece, cincisprezece, șasesprezece, șaptesprezece, optsprezece, nouăsprezece.*

Mai tîrziu însă, atît în cadrul numerației cît și în cadrul operațiilor cu aceste numere, trebuie admise pentru numerele 14, 15, 16 pronunțările : paisprezece, cinsprezece, șaisprezece, conform prevederilor îndreptarului ortografic și ortoepic al Academiei.

d) *Stabilirea și memorarea succesiunii numerelor 11—20.* Procesul de stabilire a succesiunii numerelor și memorarea acestora în ordinea lor din șirul natural cuprinde :

Numărarea cu obiecte concrete pînă la 20, înainte și înapoi. În acest caz se vor număra grupele de obiecte așezate cîte 11, 12 13, . . . 20, zecea în stînga și unitățile în dreapta, apoi se va număra prin adăugarea succesivă a cîte unei singure unități la fiecare din numerele astfel obținute : 11, 12, 13..., sau pentru numărarea înapoi prin înlăturarea succesivă a cîte unei unități din fiecare număr, începînd cu 20, astfel : 20, 19, 18...

Numărarea abstractă înainte și înapoi. Aceasta constă în pronunțarea numerelor pe care le reprezintă grupurile de obiecte fără denumirea obiectelor și apoi numărarea pe bază de reprezentări, deci fără ca elevii să aibă în fața lor grupurile de obiecte respective.

e) *Stabilirea locului pe care îl ocupă fiecare număr în șirul natural al numerelor.* Pentru stabilirea locului pe care îl ocupă un număr oarecare în succesiunea naturală a numerelor, trebuie să se precizeze :

— care este numărul dinaintea lui ;
— ce număr urmează după el ;
— între ce numere se află.

f) *Cunoașterea componenței numerelor 11—20.* A stabili componența unui număr înseamnă a descompune acel număr în unitățile de calcul din care este format. Elevii au învățat și cunosc procesul de formare a numerelor 11—20 prin adăugarea la 10 a numărului de unități corespunzătoare și pe baza acestor cunoștințe se poate trece la descompunerea unui număr dat în unitățile sale componente. Fazele acestui proces sînt următoarele :

Descompunerea în zeci și unități a unui număr format de elevi, la indicația propunătorului. Exemplu : Dintr-un mănunchi de 10 bețișoare și încă 4 bețișoare luate unu cîte unu, ce număr se obține ? Deci din ce unități este format numărul 14 ?

Apoi : Ce număr se obţine dintr-o zece şi 7 unităţi ? Din ce unităţi este format numărul 17 ?

Descompunerea în zeci şi unităţi a unui număr indicat de propunător. **Exemple:** Din cîte zeci şi unităţi este format numărul 18 ? Deci din ce unităţi de calcul este format numărul 18 ? Din ce unităţi de calcul este format numărul 13 ? Dar numărul 19 ? Dar numărul 15 ?

Apoi : Descompuneţi numărul 16 în unităţile de calcul din care este format !... etc.

3. Numeraţia scrisă

Dacă elevii au înţeles bine numeraţia orală şi mai ales procesul de formare a numerelor 11—19 din o zece şi cîteva unităţi şi a numărului 20 din două zeci, atunci scrierea şi citirea acestor numere nu întîmpină dificultăţi pentru că elevii cunosc cifrele respective, urmînd doar să se precizeze următoarele două lucruri :

— întrucît numerele 11—20 sînt formate din zeci şi unităţi, ele se scriu cu două cifre ;

— locul zecilor este la stînga, iar al unităţilor la dreapta.

Ţinînd seama de cele ce preced, pentru scrierea unui număr din cele de la 11 la 20 se procedează astfel :

— propunătorul anunţă numărul, rostindu-l cu claritate ; de exemplu : Acum vom scrie numărul 12 !

— se stabileşte componenţa numărului anunţat (numărul 12 este format din o zece şi două unităţi) ;

— se formează numărul respectiv la numărătorul cu bile şi la abacul cu buline ;

— se stabileşte că numărul dat, fiind format din două feluri de unităţi, zeci şi unităţi simple, se va scrie cu două cifre ;

— în acest sens se precizează că zecea se va scrie în stînga, iar unităţile în dreapta ;

— pe baza acestei convenţii, se formează numărul la tabla cu cifre mobile, aşezînd cifra 1 în stînga şi cifra 2 în dreapta, precum şi la fişa cu numere, unde peste cifra zero de pe fişa cu numărul 10 se va aşeza cifra 2 ;

— se citeşte numărul de către propunător, apoi de către elevi, de mai multe ori, cu atenţie la pronunţare ;

— se scrie numărul pe tablă de către propunător, cu indicaţiile necesare în legătură cu spaţiile pe care trebuie să le ocupe cifrele numărului respectiv ;

— se scrie numărul de către elevi, mai întîi o singură dată, cu corectări individuale şi generale, apoi încă o dată sau de mai multe ori.

Numerele 11—20 se scriu întîi pe rînd, adică în ordinea în care ele figurează în șirul natural, apoi pe sărite.

Este potrivit ca scrierea acestor numere să înceapă cu numărul 12, să continue cu numerele 13, 14,...19, după care să se revină la scrierea numărului 11, apoi a numărului 20, insistîndu-se asupra semnificației cifrei zero, atît în scrierea numărului 20, cît și în scrierea numărului 10. Aceste indicații sînt justificate de faptul că numărul 11 este format din o zece și o unitate, adică numărul unităților este egal cu numărul zecilor, și alăturarea celor două cifre ar putea produce confuzii în ceea ce privește locul zecilor și unităților. Apoi numerele 10 și 20 sînt formate numai din zeci, fapt pentru care scrierea se deosebește de scrierea numerelor formate din zeci și unități. În ceea ce privește semnificația cifrei zero, se arată că atît în scrierea numărului 20 cît și a numărului 10, cifra zero s-a pus în locul unităților care lipsesc, *deci cifra zero ține locul unităților simple cînd acestea lipsesc.*

De asemenea se vor face observații în legătură cu semnificația pe care o capătă cifrele 1 și 2 după locul pe care îl ocupă. Astfel, dacă cifra 2 este scrisă în dreapta, arată unități, iar dacă este așezată (scrisă) în stînga, arată zeci.

Pentru stabilirea locului unităților și zecilor, în această etapă este suficientă precizarea : *unitățile se scriu în dreapta, zecile în stînga,* urmînd ca treptat să se introducă exprimarea : *unitățile se scriu în locul întîi, iar zecile în locul al doilea, de la dreapta la stînga.*

Prezentarea planului unei lecții de predare a numerelor pînă la 20.

Plan de lecție

Clasa I

Obiectul : Aritmetica

Tema lecției : Formarea numerelor pînă la 20, numărări înainte și înapoi, stabilirea locului pe care îl ocupă fiecare număr în șirul natural al numerelor.

Tipul lecției : Lecție de comunicare de cunoștințe.

Scopul lecției : Elevii să învețe numerele pînă la 20, să cunoască succesiunea acestora și pronunțarea lor corectă, să înțeleagă formarea din zeci și unități a numerelor 11—19 și să cunoască locul pe care îl ocupă fiecare număr în șirul natural al numerelor.

Metode : conversația, demonstrația.

Material didactic : Numărător cu bile, bețișoare, materiale din cutia aritmetică, abacul cu buline, fișa cu numere.

Desfășurarea lecției

Verificarea cunoștințelor : Se verifică temele avute de elevi pentru acasă citindu-se exercițiile sau problemele și arătîndu-se procedeele întrebuințate în rezolvare. De asemenea, elevii vor fi ascultați, individual sau frontal, din materia lecțiilor predate : operații cu numerele pînă la 10.

Pregătirea lecției (discuții pregătitoare).

Se vor face numărări pînă la 10, înainte și înapoi, cu materiale concrete și numărări abstracte. Prin discuții cu elevii se vor împrospăta cunoștințele privi-

toare la noțiunile de unitate simplă și zece. În acest scop se va arăta că fiecare număr (concret) este format din obiecte luate cîte unul, că numerele de la 1—9 sînt formate din unități și că 10 unități grupate într-un singur grup sau mănunchi formează o zece, denumindu-se diferitele zeci de obiecte care se pot forma : o zece de bețișoare, o zece de creioane, o zece de batiste etc.

Stabilindu-se apoi că pînă acum s-au învățat numerele 1—10 și că după zece urmează alte numere, li se cere elevilor să numere de la 1 în continuare, fără a se opri la 10, propunătorul avînd însă grijă să oprească elevii la numărul 20.

Se pun întrebările : pînă la cît am numărat acum ? (...pînă la 20). Cine știe să numere pînă la 20 ?

Anunțarea lecției și formularea scopului : Astăzi vom învăța cu toții să numărăm pînă la 20 și să formăm numerele pînă la 20 din diferite obiecte, pentru ca voi să vă îmbogățiți cunoștințele de aritmetică cu lucruri noi și să puteți rezolva exerciții și probleme mai grele decît cele de pînă acum.

a) *Formarea numerelor 11—20* prin adăugarea unei unități la numărul precedent. Să numărăm bilele de pe o sîrmă a mașinii de socotit. (Propunătorul separă pe rînd bilele formînd grupele de obiecte corespunzătoare numerelor 1—10, iar elevii le denumesc numărînd. Numărarea se poate face în cor.) Ce formează aceste zece bile luate împreună ? (... formează o zece de bile).

Să adăugăm o bilă la cele 10 ! Propunătorul adaugă o bilă la cele 10, apoi la fiecare grup obținut cîte o bilă, iar elevii denumesc grupele respective cu numerele care arată cîte bile sînt în fiecare grup : 11 bile, 12 bile..., 19 bile, 20 de bile.

Să mai formăm o dată grupul de bile corespunzătoare numărului 11 ! Cum am format numărul 11 ? (La o zece de bile am adăugat o bilă.) Deci, numărul 11 este format din o zece de bile și încă o bilă ! Spuneți și voi !

Să formăm grupul de obiecte care reprezintă numărul 12 : Propunătorul apropie o bilă de cele 11 bile și întreabă : Cum am format numărul 12 ? Deci, din ce este format numărul 12 ? (Din 11 bile și încă o bilă.)

La fel se procedează în continuare cu numerele 13, 14, 15,..., 19 și 20, cu deosebirea că în ceea ce privește numărul 20, se va arăta că acesta este format dintr-un grup de zece bile și încă zece, adică din două zeci de bile.

Să formăm acum numerele de la 11 la 20 din bețișoare ! Acum propunătorul lucrează cu bețișoare așezînd pe stativ un bețișor lîngă mănunchiul de 10 bețișoare, apoi cîte un bețișor la fiecare din numerele obținute. Elevii vor lucra în bănci, procedînd la fel.

Copii, să formăm aceste numere folosind nuci. Gîndiți-vă că la o zece de nuci adăugăm o nucă, cîte nuci obținem ? Cum putem spune ? (O zece de nuci și încă o nucă fac 11 nuci.) Gîndiți-vă că la 11 nuci mai adăugăm o nucă. Cum putem spune ? (11 nuci și încă o nucă fac 12 nuci.) Gîndiți-vă că numărăm acum cu nuci și adăugăm tot cîte una, să vedem cum vom spune. Elevii, sub îndrumarea propunătorului, vor număra astfel :

o zece de nuci și încă o nucă fac 11 nuci
11 nuci și încă o nucă fac 12 nuci
12 nuci și încă o nucă fac 13 nuci etc.

Adăugați acum în minte tot cîte o nucă, începînd cu zecea și spuneți ce număr obțineți ! Elevii urmăresc în minte procesul adăugirii unei unități la numărul precedent și spun doar rezultatele obținute :

11, 12, 13,..., 19, 20.

Prin cîteva întrebări potrivite se va scoate în evidență faptul că fiecare număr s-a format prin adăugarea unei unități la cel dinaintea lui.

b) *Formarea numerelor 1—20 prin adăugarea la zece a numărului de unități necesar.* Ce numere am format astăzi ? Cum am format aceste numere ?

Fiți atenți, acum o să formăm altfel numerele de la 11 la 20.

Propunătorul așază pe stativ 10 cuburi pe care elevii le numără. Apoi se pune întrebarea : Ce formează aceste 10 cuburi luate împreună ? (...formează o zece de cuburi). Cu ce putem înlocui aceste 10 cuburi separate ? (...cu o bară de 10 cuburi). Se înlocuiesc cele 10 cuburi cu bara de 10 cuburi și se trece la formarea numerelor 11—12 așezînd bara de 10 cuburi în stînga și adăugînd de la dreapta spre stînga un cub, apoi 2 cuburi, 3 cuburi etc. formînd astfel numerele 11, 12, 13 etc.

Pe stativ, grupul de cuburi care reprezintă unitățile face mișcarea spre bara de 10 cuburi de la dreapta spre stînga, iar elevii urmăresc mișcarea și spun :

— un cub spre zece fac unsprezece cuburi
— două cuburi spre zece fac douăsprezece cuburi
— trei cuburi spre zece fac treisprezece cuburi
— patru cuburi spre zece fac paisprezece cuburi

. . . . . .

Se repetă acest proces de formare a numerelor cerînd elevilor să urmărească mișcarea cuburilor și să spună numerele fără denumirea obiectelor. Deci, în timp ce propunătorul face să se deplaseze spre zece un cub, două cuburi, elevii spun : unsprezece, doisprezece,...

Copiii sînt puși apoi în situația să apeleze la reprezentări și să formeze numerele 11—20 din obiectele pe care le cunosc, cu care eventual au și lucrat în alte lecții, dar pe care nu le au în fața lor în acest moment.

c) *Numărări înainte și înapoi, stabilirea locului pe care îl ocupă fiecare număr.* Li se cere elevilor să numere pînă la 20 în ritm, la început lent, apoi din ce în ce mai viu, atît înainte cît și înapoi. Apoi se fac numărări pe intervale : Numărați de la 17 înainte ! Numărați de la 15 înapoi ! Spuneți numerele cuprinse între 12 și 16 etc.

Pentru precizarea locului pe care îl ocupă un număr în șirul natural, elevii vor arăta despre numărul ce li se indică :

— după ce număr urmează ;
— înaintea cărui număr se află ;
— între ce numere este situat.

Spre exemplu : numărul 16.

— urmează după numărul 15 ;
— se află înaintea lui 17 ;
— este situat între numerele 15 și 17.

Fixarea cunoștințelor

Ce numere am învățat astăzi ? Cum am format numerele 11—20 cu bile și cu bețișoare ? Cum am format aceste numere din cuburi ?

Numărați de la 10 înainte ! Numărați de la 20 înapoi ! Spuneți între ce numere se află numărul 18 ! Dar numărul 11 ?

Formați fiecare la abacul vostru numărul 13 ! Cum l-ați format ?

Priviți această planșă ! Ce număr este format aici ? Cum s-a format ?

Formați la fișa cu numere toate numerele de la 10—20 pe rînd ! Formați acum numărul 15 ! Numărul 12 ! Numărul 19 !

Temă pentru acasă

Elevii vor forma cu ajutorul bulinelor gumate, aplicate pe hîrtie de culoare închisă, cîte 5 numere din șirul numerelor 11—20.

4. Adunarea și scăderea numerelor pînă la 20

Se deosebesc două cazuri de adunare și scădere a numerelor pînă la 20 și anume : fără trecere peste 10 și cu trecere peste 10.

Adunarea și scăderea fără trecere peste 10

În cazul adunării și scăderii numerelor fără trecere peste 10, *gradarea exercițiilor* după dificultățile pe care le prezintă este următoarea :

a) Adăugarea unor unități la 10 și scăderea unităților pe care le conține numărul dat (pentru a obține restul 10) sau scăderea zecii numărului respectiv pentru a rămîne unitățile.

Exemplu : 10+4 ; 14—4 ; 14—10.

b) Adăugarea la un număr de două cifre a unui număr de o cifră sau scăderea dintr-un număr de două cifre a unui număr de o cifră. Exercițiile din această categorie cuprind adăugarea (respectiv scăderea) întîi a numărului 1, apoi a numărului 2 etc. la fiecare din numerele 11—19, astfel :

11+1	11+2	12—1	13—2
12+1	12+2	13—1	14—2
. . . .	. . . .	. . . .	. . . .
19+1	18+2 ș.a.m.d.	20—1	20—2 ș.a.m.d.

Pentru efectuarea acestor operații, procedeul este următorul : se descompune primul număr în zeci și unități, apoi se adaugă (se scad) unitățile între ele, iar rezultatul obținut se adună la zece. Pentru ca elevii să înțeleagă și să deprindă cu ușurință procedeul, se scot în evidență operațiile auxiliare : adunarea (scăderea) unităților și adunarea la zece a rezultatului obținut, scriindu-se pe tablă și pe caiete aceste operații. Exemplu :

13+5=	18—5=
3+5= 8	8—5= 3
10+8=18	10+3=13

c) Adunări cu rezultatul 20 și scăderi din 20, adică :

10+10	20—1
11+ 9	20—2
. . .	. . .
19+1	20—10

Aceste adunări, respectiv scăderi, se efectuează după procedeul arătat la categoria precedentă de exerciții, deosebirea constînd în aceea că suma unităților este egală cu 10 și prin adunarea acestui rezultat la

zecea primului număr se obţin două zeci. Iar pentru scăderea din 20 a unui număr de unităţi, se scad unităţile respective din o zece, iar rezultatul obţinut se adună la cealaltă zece. Aceste procedee, cu operaţiile lor auxiliare, arată astfel :

13+7=	20—7=
3+ 7=10	10—7= 3
10+10=20	10+3=13

d) Scăderea numerelor de două cifre (întîi scăderea din 20 a unui număr de două cifre, apoi scăderea din oricare din numerele 11—19 a unui număr de două cifre) :

20—11	19—11	18—11
20—12	19—12	18—12
. . .	. . .	. . .
20—19	19—18	18—17 etc.

Pentru scăderea numerelor de două cifre se aplică procedeul general al scăderii zecilor din zeci şi a unităţilor din unităţi. În aplicarea acestui procedeu trebuie să se ţină seama de particularitatea pe care o prezintă cei doi termeni ai scăderii, aceea de a conţine fiecare cîte o zece, de unde rezultă că restul va fi format numai din unităţi.

Exemplu :

17—12=
10—10=0
7— 2=5

De asemenea, în afară de procedeul scăderii zecilor din zeci şi a unităţilor din unităţi, se întrebuinţează procedeul prin care din primul număr se scad zecile celui de-al doilea, iar din rest se scad apoi unităţile acestuia. Exemple :

17—12=	20—14=
17—10=7	20—10=10
7— 2=5	10— 4= 6

Acest procedeu, bazîndu-se pe scăderea succesivă din primul număr a zecilor şi apoi a unităţilor celui de-al doilea, este mai accesibil pentru elevi, se aplică cu mai multă uşurinţă şi de aceea este mai des întrebuinţat.

Adunarea şi scăderea cu trecere peste 10

Această categorie cuprinde exerciţiile de adunare a două numere de cîte o singură cifră a căror sumă este mai mare de zece, precum

și exercițiile de scădere dintr-un număr de două cifre a unui număr de o cifră în care restul devine mai mic decît zece.

După dificultățile pe care le prezintă, gradarea exercițiilor de *adunare cu trecere peste zece* este următoarea :

— adunarea la numărul 9 a numerelor 2, 3, 4, ..., 9 ;

— adunarea la numărul 8 a numerelor 3, 4, 5, ..., 9 ;

— adunarea la numărul 7 a numerelor 4, 5, 6, ..., 9 și așa mai departe pînă la adunarea la numărul 2 a numărului 9.

Procedeul care se întrebuințează constă în adăugarea la primul număr a unităților necesare pentru formarea unei zeci, la care se adaugă apoi unitățile rămase. Exemplu :

$$\frac{7+5=}{\begin{array}{l}7+3=10\\10+2=12\end{array}}$$

Scăderea cu trecere peste zece cuprinde următoarele categorii de exerciții :

11—2	12—3	13—4	14—5	15—6	16—7	17—8	18—9
11—3	12—4	13—5	14—6	15—7	16—8	17—9	
. . .	. . .	. . .	. . .	15—8	16—9		
11—9	12—9	13—9	14—9	15—9			

Procedeul cel mai cunoscut și mai frecvent întrebuințat constă în scăderea întîi a unităților primului număr pentru a rămîne 10, apoi scăderea din această zece a unităților rămase.

Exemplu:

$$\frac{15-7=}{\begin{array}{l}15-5=10\\10-2=\ 8\end{array}}$$

Se observă că și în aplicarea acestui procedeu de scădere cu trecere peste 10, elevii trebuie să stăpînească bine posibilitățile de grupare a unităților unui număr, astfel încît să scadă întîi unitățile pe care le conține primul număr și apoi restul de unități.

Un alt procedeu pe care îl susțin unii matematicieni și metodiști constă în scăderea numărului al doilea din zecea primului număr și adăugarea la unitățile acestuia a restului obținut.

Exemplu:

$$\frac{15-7=}{10-7=3}$$
$$5+3=8$$

Acest procedeu, deşi se bazează tot pe două operaţii, pare a fi totuşi mai dificil atît pentru că utilizează operaţii diferite : adunarea şi scăderea, cît şi pentru că pune în legătură unităţi de ordine diferite ale acestor numere (unităţile numărului al doilea se scad din zecea primului număr).

În aplicarea oricăruia din aceste procedee, la scrierea operaţiei de bază şi a celor auxiliare, atît la adunare cît şi la scădere, se poate întrebuinţa, cel puţin la primele 2—3 exerciţii, cretă colorată.

În ceea ce priveşte comutativitatea termenilor adunării, aceasta se poate aplica mai ales în cadrul operaţiilor cu trecere peste 10, întrucît elevii vor putea observa, spre exemplu, că adunarea 3+8 se poate efectua mai uşor dacă se scrie sub forma 8+3, deoarece este mai simplu să se completeze 8 pînă la 10, decît 3 pînă la 10.

O menţiune specială trebuie făcută aici în legătură cu adunarea termenilor egali : 6+6, 7+7, 8+8, 9+9, şi scăderea dintr-un număr a jumătăţii lui : 12—6, 14—7, 16—8, 18—9, asupra cărora trebuie să se insiste în mod deosebit pentru faptul că ele constituie un suport şi un element de comparaţie pentru multe din exerciţiile de adunare sau scădere. Spre exemplu, operaţia 8+9 se poate efectua cu uşurinţă 8+8+1.

De asemenea, ţinînd seama de faptul că toate operaţiile ulterioare în care intervine adunarea sau scăderea se bazează cu deosebire pe operaţiile efectuate în cadrul numerelor 1—20, importanţa însuşirii în condiţii corespunzătoare a acestor operaţii se impune de la sine. De aceea este necesar să se utilizeze toate mijloacele posibile nu numai pentru însuşirea în mod conştient a operaţiilor respective, ci şi pentru memorarea tablei adunării şi scăderii numerelor 1—20.

În acest scop se pot întrebuinţa următoarele procedee :

— citirea tablei adunării pe rînd, cu rezultatele scrise ;
— citirea tablei adunării pe rînd cu rezultatele şterse ;
— citirea tablei adunării pe sărite cu rezultatele şterse ;
— completarea rezultatelor ;
— repetarea din memorie a tablei ;
— rezolvarea de exerciţii orale cu propunătorul sau prin muncă independentă ;
— organizarea cu regularitate şi stăruinţă a momentelor de calcul mintal ;
— rezolvarea exerciţiilor de aflare a unuia din termenii adunării sau scăderii ;
— rezolvarea de probleme simple şi compuse.

Varietatea formelor de muncă la aritmetică şi a felului de prezentare a exerciţiilor constituie importante stimulente pentru menţinerea la nivel corespunzător a interesului şi atenţiei elevilor, făcîndu-i să se ataşeze din ce în ce mai mult de acest obiect de studiu, considerat pe nedrept arid şi inaccesibil.

5. Mărirea sau micșorarea cu cîteva unități. Compararea prin diferență a mărimilor, cantităților sau numerelor

Întrucît în utilizarea noțiunilor de mărire, micșorare și comparare se ivesc adeseori confuzii, este necesar să se precizeze de la început că noțiunile de mărire sau micșorare a unui număr cu cîteva unități sînt deosebite de cele de comparare prin diferență.

Primele două noțiuni se referă la un anumit număr, la o anumită mărime sau cantitate care prin operația de mărire devine mai mare (mai lungă, mai grea) sau mai mică (mai scurtă, mai ușoară etc.). *Exemple :* Un număr de creioane care se mărește sau se micșorează cu cîteva bucăți, o sumă de bani care se mărește sau se micșorează cu cîțiva lei, o sfoară care prin adăugarea unei bucăți se mărește (devine mai lungă) cu cîțiva metri sau prin tăierea unei bucăți se micșorează (devine mai scurtă) cu cîțiva metri, o cantitate de zahăr care se mărește sau se micșorează cu cîteva kilograme, devenind mai mare, respectiv mai mică, cu acel număr de kilograme etc.

Noțiunea de comparare se referă la două numere, două obiecte, două cantități de același fel care se compară între ele pentru a se stabili care este mai mare și cu cît, sau care este mai mică și cu cît.

Noțiunii de mărire îi corespunde operația de adunare, celei de micșorare operația de scădere, iar pentru noțiunea de comparare prin diferență, adică pentru cazul cînd se răspunde la întrebarea *cu cît este mai mare sau mai mic un număr decît altul* (spre deosebire de cazul cînd se răspunde la întrebarea *de cîte ori este mai mare sau mai mic un număr decît altul)* corespunde operația de scădere, și anume, pentru a afla cu cît este mai mare sau mai mic un număr decît altul se scade numărul mai mic din cel mai mare. *Exemplu :* Numărul 13 este mai mare decît numărul 8 cu 5, iar numărul 8 este mai mic decît numărul 13 tot cu 5, pentru că 13—8=5.

Pentru introducerea și formarea noțiunilor de mărire sau micșorare cu cîteva unități se pornește de la exemple simple, legate de experiența proprie a elevilor, cum ar fi : mărirea unui număr de caiete (un elev a avut 3 caiete și a mai cumpărat 2 caiete, deci numărul de 3 caiete s-a mărit cu 2 caiete), mărirea unei lungimi, mărirea unei cantități etc. sau exemple asemănătoare în legătură cu micșorarea unui număr, a unei lungimi sau cantități cu un număr de unități. În fiecare din aceste exemple este vorba de un anumit număr de obiecte care se mărește sau se micșorează și deci nu apare comparația între două numere sau cantități deosebite inițial, ci doar comparația mintală între mărimea inițială și cea obținută prin operația de mărire sau micșorare, adică între ceea ce a fost și ceea ce a devenit.

Exercițiile și problemele de mărire și micșorare cu cîteva unități se prezintă sub forme diferite :

a) **Exerciții și probleme în care se cere rezultatul operației de mărire sau micșorare, adică de forma : a + b = ? ; a — b = ?. Exemple : Cît face 8 mărit (micșorat) cu 3 ? Aflați cît obținem dacă mărim (micșorăm) pe 8 cu 3 ! Măriți (micșorați) pe 8 cu 3 !** ***Într-o clasă au fost anul trecut 12 pionieri. Anul acesta numărul pionierilor a crescut cu 7. Cîți pionieri sînt acum în acea clasă ?*** **Pentru a scoate**

în evidență legătura dintre operațiile de mărire și micșorare cu cîteva unități, respectiv dintre adunare și scădere, adică pentru a arăta că scăderea este operația inversă adunării, se recomandă formularea unor exerciții în care rezultatul obținut prin mărirea cu un anumit *număr* să fie micșorat cu același număr: a+b=c, c—b=a.

Exemplu: 8 mărit cu 3 fac 11
11 micșorat cu 3 fac 8.

b) Exerciții și probleme în care se cere să se afle al doilea termen al operației de mărire sau micșorare, cunoscîndu-se rezultatul și celălalt termen, adică de forma a+?=s; a—?=d. Exemple: 8 mărit cu cît fac 11? sau: 8 micșorat cu cît fac 5? Cu cît trebuie micșorat numărul 8 pentru a obține 5? *Un elev a avut ieri 8 lei, azi are 11 lei. Cu cîți lei are mai mulți azi? Într-o cutie au fost 8 creioane, acum sînt numai 5, cu cîte creioane sînt mai puține acum? Într-o clasă au fost anul trecut 12 pionieri, acum sînt 19. Cu cît a crescut numărul pionierilor? O cloșcă a avut 19 pui, acum are numai 12. Cu cîți pui are acum mai puțin? O pereche de ciorapi care a costat 20 lei s-a ieftinit și costă acum 14 lei. Cu cît s-a ieftinit perechea de ciorapi?*

c) Exerciții și probleme în care se cere să se afle primul termen al operației cunoscînd rezultatul și celălalt termen, adică de forma: ?+b=s, ?—b=d. Exemple: Cît mărit cu 3 fac 11? Aflați ce număr trebuie să mărim cu 3 pentru a obține 11! sau: Cît micșorat cu 3 fac 5? Numărul pionierilor dintr-o clasă a crescut anul acesta cu 7, astfel că în clasă sînt acum 19 pionieri. Cîți pionieri au fost anul trecut?

În afară de categoria din care fac parte problemele date mai sus ca exemple, care se caracterizează prin aceea că operația de mărire (micșorare) are loc asupra aceleiași mărimi, se consideră probleme de mărire sau micșorare cu cîteva unități și acelea în care mărirea, respectiv micșorarea unei mărimi sau cantități este pusă în legătură cu altă mărime sau cantitate de același fel. Exemple:

a) *Pe un raft sînt 8 cărți, pe altul cu 5 mai multe. Cîte cărți sînt pe al doilea raft?*

b) *Într-un atelier lucrează 13 femei, iar bărbați cu 6 mai mulți. Cîți bărbați lucrează în acel atelier?*

c) Vasilică are 12 ani, iar fratele său este mai mic cu 5 ani. Cîți ani are fratele lui Vasilică?

d) *O clădire are* 19 m *înălțime, iar alta cu* 6 m *mai puțin. Ce înălțime are a doua clădire?*

Examinarea unei probleme de această categorie reclamă o mai adîncă pătrundere și o interpretare mai subtilă a procesului de mărire (micșorare) cu cîteva unități. datorită faptului că, așa cum s-a arătat mai sus, operația respectivă are loc comparativ cu o altă mărime de aceeași natură.

Astfel, analizînd prima problemă în care se spune că pe al doilea raft sînt cu 5 cărți mai multe decît pe primul, trebuie să se scoată în evidență împrejurarea că pe acest al doilea raft sînt nu numai 8 cărți, cîte sînt pe primul, ci 8 și încă 5 cărți, adică pentru a afla numărul cărților de pe al doilea raft trebuie să mărim cu 5 numărul cărților de pe primul raft, adică să efectueze operația: 8 mărit cu 5.

Pentru introducerea acestei categorii de probleme și pentru a ușura înțelegerea lor este necesar să se formuleze și să se rezolve în prealabil cît mai multe exerciții de mărire sau micșorare a unui număr comparativ cu altul. Exemple:

— în stînga se pun 5 bețișoare iar în dreapta cu două mai multe, adică 5 și încă 2 bețișoare;

— pe o sîrmă se detaşează 6 bile, iar pe alta cu 3 mai multe, adică 6 şi încă 3 bile;

— într-o cutie sînt 9 creioane, iar în alta cu 4 mai puţine, adică 9 creioane mai puţin cu 4.

În legătură cu noţiunile de mărire şi micşorare este de reţinut faptul că expresiile care indică procesele respective sînt felurite şi ele trebuie întrebuinţate în toată varietatea lor. Astfel, pentru designarea operaţiei de mărire corespund expresiile: mai mult, mai mare, mai lung, mai înalt, mai gros, mai greu, mai larg, mai lat, mai departe, mai repede, mai scump etc., iar pentru designarea operaţiei de micşorare corespund expresiile: mai puţin, mai scurt, mai puţin înalt, mai subţire, mai uşor, mai strîmt, mai îngust, mai aproape, mai încet, mai ieftin etc.

Pentru introducerea şi formarea noţiunii de comparare prin diferenţă sau de raport aritmetic se prezintă elevilor două lungimi, două cantităţi etc. şi li se cere să le compare pentru a afla care dintre cele două lungimi sau cantităţi este mai mare şi cu cît. Exemple: Se compară o sfoară de 3 m cu alta de 5 m, masa unui corp de 9 kg cu a altuia de 4 kg, capacitatea unui vas de 8 l cu a altuia de 5 l etc., stabilindu-se că în fiecare caz pentru a afla cu cît este mai lung sau mai scurt, mai greu sau mai uşor un obiect decît altul, se întrebuinţează operaţia de scădere, şi anume, se scade din lungimea (masa) mai mare lungimea (masa) mai mică. În continuare se cere elevilor să compare două lungimi sau cantităţi pe bază de reprezentări sau din imaginaţie. Exemplu: Ieri au ieşit la arat 8 tractoare, iar astăzi 15 tractoare. Cu cîte tractoare au ieşit astăzi mai multe decît ieri? După rezolvarea unei astfel de probleme, se pot pune întrebările în chip de concluzie: deci, cu cît este mai *mare* numărul 15 decît numărul 8? Cu cît este mai *mic* numărul 8 decît numărul 15? trecîndu-se astfel pe nesimţite la compararea numerelor. Dealtfel, pentru ca elevii să-şi însuşească pe deplin conţinutul procesului matematic care are loc în cazul comparării numerelor, este indicat să se trateze în măsură suficientă întîi compararea numerelor concrete, apoi a celor abstracte. Aşa, spre exemplu, se compară numerele: 5 beţişoare şi 8 beţişoare, 9 cuburi şi 14 cuburi, 18 bile şi 15 bile, 17 lei şi 12 lei etc., stabilindu-se în fiecare caz:

— care număr de obiecte este mai mare şi cu cît;

— care număr de obiecte este mai mic şi cu cît.

Se trece apoi la compararea a două numere abstracte, arătîndu-se pentru fiecare pereche de numere care este mai mare şi cu cît, sau care este mai mic şi cu cît. Exemplu: Se dau numerele 12 şi 17. Care este mai mare? Cu cît? Cum aţi aflat? Deci, cu cît este mai mare 17 decît 12? Apoi: Care din numerele 12 şi 17 este mai mic? Cu cît? Cum aţi aflat? Deci, cu cît este mai mic numărul 12 decît numărul 17?

In urma analizei exemplelor studiate, se stabileşte concluzia: *Pentru a se afla cu cît este mai mare sau mai mic un număr decît altul, se scade numărul mai mic din cel mai mare.*

6. Înmulțirea și împărțirea numerelor 1–20

Înmulțirea

Operația de înmulțire se introduce ținînd seama de faptul că prin definiție înmulțirea este adunarea repetată a aceluiași termen. De aceea pentru stabilirea rezultatului înmulțirii unui număr se pot utiliza două procedee :

a) Efectuarea adunării repetate a numărului respectiv și exprimarea acestei adunări prin înmulțire :

$$2+2+2+2+2=10 \qquad 2\times5=10$$

b) Efectuarea înmulțirii prin grupare :

$$\begin{matrix}2\times2=4\\2\times3=6\end{matrix} \quad \text{deci : } 2\times5=10.$$

Primul procedeu se întrebuințează mai ales pentru stabilirea tablei înmulțirii, iar al doilea se bazează pe primul, cu deosebire pe înmulțirile numerelor 1—10 cu numere pînă la 5 și se utilizează pentru stabilirea și verificarea în primul rînd a rezultatelor ce se obțin la înmulțirea numerelor de o cifră cu numerele 6—10 :

$8\times7=56$, pentru că $8\times3=24$
$8\times4=32$
și $24+32=56$
sau pentru că : $8\times5=40$
$8\times2=16$
și $40+16=56$

sau a înmulțirii unui număr de două cifre cu un număr de o singură cifră : $14\times6=84$, pentru că $10\times6=60$

$$4\times6=24 \text{ și } 60+24=84.$$

Ordinea exercițiilor de înmulțire respectă ordinea prevăzută în tabla înmulțirii, astfel că se învață întîi înmulțirea numărului 2, apoi, a numărului 3 etc. În cadrul numerelor pînă la 20, se tratează numai înmulțirile ale căror rezultate nu depășesc acest număr. Deci, înmulțirea numărului 2 se învață în întregime, înmulțirea numărului 3 se învață numai cu numerele 1—6, a numărului 4 cu 1—5, a numărului 5 numai cu 1—4, a numărului 6 numai cu 1—3, a numerelor 7, 8, 9 și 10 numai cu numerele 1 și 2.

Exprimarea în cazul înmulțirii trebuie să corespundă întru totul procesului de gîndire care are loc, astfel încît elevii să-și poată însuși în mod conștient și cu ușurință această operație. De aceea, se va folosi întîi exprimarea care utilizează cuvintele : „a luat de b ori", apoi exprimarea : „a înmulțit cu b" și în sfîrșit exprimarea „a ori b", aceasta fiind cea mai scurtă și deci cea care se va adopta și se

va folosi mai tîrziu în mod curent. Spre exemplu, pentru înmulțirea 3×5=15, se întrebuințează exprimările :

3 luat (repetat) de 5 ori fac 15 ;

3 înmulțit cu 5 fac 15 ;

3 ori 5 fac 15.

Este recomandabil ca la înmulțirea numărului 2 să se întrebuințeze pentru toate înmulțirile numărului respectiv întîi expresia „a luat (repetat) de b ori" și numai după ce elevii au deprins această exprimare, sau numai la înmulțirile numerelor următoare să se treacă la celelalte feluri de exprimare.

Conform programei școlare în vigoare, operațiile de înmulțire și împărțire se predau în strînsă legătură, punîndu-se mereu în evidență caracterul împărțirii ca operație inversă înmulțirii. De asemenea ambele aceste operații se studiază întîi în cadrul numerelor pînă la 10 și apoi în cadrul numerelor 1—100.

Tabla înmulțirii se poate alcătui în două moduri :

a) cu deînmulțitul constant, caz în care se utilizează exprimarea „înmulțirea numărului n". E x e m p l u :

Înmulțirea numărului 2	2×1
	2×2
	2×3
	.....
	2×10

b) cu înmulțitorul constant, caz în care se utilizează exprimarea „înmulțirea cu n". E x e m p l u :

Înmulțirea cu 2	1×2
	2×2
	3×2
	.....
	10×2

Manualul de aritmetică pentru clasa a II-a începînd cu ediția 1971, a adoptat cel de-al doilea mod de exprimare și prin urmare tabla înmulțirii figurează cu înmulțitorul constant.

În cadrul numerelor pînă la 100 se introduce și se aplică practic comutativitatea produsului de doi factori, astfel încît apare necesitatea alcătuirii tablei înmulțirii atît cu înmulțitorul constant, cît și cu deînmulțitul constant.

Pentru însușirea de către elevi a esenței operației de înmulțire, fiecare exercițiu se studiază separat, utilizînd un anumit model pentru trecerea de la adunarea repetată la înmulțire. Spre exemplu, în legătură cu înmulțirea 2×3=6, procedeul este următorul :

— se demonstrează cu ajutorul a 2—3 materiale didactice, apoi pe bază de reprezentări cît fac 2 luat de 3 ori și trecîndu-se pe plan abstract se stabilește că 2 luat de 3 ori fac 6 ;

— se scrie această concluzie în două feluri : sub formă de adunare și sub formă de înmulțire, adică :

$$2+2+2=6 \qquad 2\times3=6$$

— se citește operația de înmulțire în cele 3 feluri arătate mai sus.

Trecerea de la adunarea repetată la înmulțire se poate face în două feluri :

a) Prin stabilirea rezultatului fiecărei adunări repetate a numărului dat și exprimarea acestei operații sub formă de adunare, apoi sub formă de înmulțire, urmată de scrierea în cele două feluri a acesteia. Exemplu: cît fac 3 creioane luate de 4 ori ? Cum ați socotit ? (3+3+3+3=12). Cum putem spune altfel ? (3 luat de 4 ori fac 12). Cum scriem ? (3+3+3+3=12 sau 3×4=12).

În felul acesta elevii se deprind să identifice operația de adunare repetată a aceluiași termen cu operația de înmulțire, să substituie o operație prin alta, ceea ce dealtfel se și urmărește.

b) Prin stabilirea tuturor operațiilor de adunare repetată a aceluiași termen programate pentru lecția respectivă și apoi scrierea acestora sub formă de înmulțiri. Adică, dacă ne referim la înmulțirea numărului 3, se stabilesc și se scriu toate adunările numărului 3 pînă la 18.

3
3+3=6
3+3+3=9
3+3+3+3=12
3+3+3+3+3=15
3+3+3+3+3+3=18,

apoi se transformă pe rînd aceste adunări în înmulțiri, scriindu-se în dreptul fiecărei adunări înmulțirea corespunzătoare, astfel :

3×1= 3
3×2= 6
3×3= 9
3×4=12
3×5=15
3×6=18

Dintre aceste două procedee se consideră că primul este mai indicat pentru motivul că elevii sînt puși în situația să participe în mod conștient la scrierea fiecărei adunări sub formă de înmulțire, cîtă vreme după al doilea procedeu, chiar dacă elevii participă conștient la scrierea primelor două adunări sub formă de înmulțiri, celelalte transformări le vor face mecanic pe baza observației că numărul 3 este luat pe rînd de două ori, trei ori etc.

Dealtfel, între cele două procedee nu se poate stabili o ierarhizare absolută, ele urmînd a fi utilizate după preferinţele propunătorului şi ţinînd seama de condiţiile în care lucrează.

Semnul înmulţirii se introduce cu prilejul scrierii primei operaţii de înmulţire, ca o prescurtare a cuvintelor „luat de... ori". În operaţiile următoare, se va arăta că semnul „×" mai ţine locul cuvintelor „înmulţit" sau „ori".

Pentru *memorarea tablei înmulţirii* se utilizează procedeele specificate pentru memorarea tablei adunării şi scăderii. Apoi, la fiecare lecţie, trecerea la predarea cunoştinţelor noi este precedată de calcul mintal, iar în ascultare şi în fixarea cunoştinţelor se rezolvă probleme aplicative. De asemenea este indicat să se rezolve cît mai multe exerciţii în care lipseşte unul din factori, întîi exerciţii în care lipseşte factorul al doilea, apoi exerciţii în care lipseşte primul factor: $3 \times ? = 15$ sau $? \times 5 = 15$, întrucît aceste categorii de exerciţii contribuie într-o măsură mai mare la clarificarea şi consolidarea înmulţirilor.

Împărţirea

În concentrul al doilea se introduce şi se studiază numai împărţirea în părţi egale. Aceasta pentru motivul că împărţirea în părţi egale, spre deosebire de împărţirea prin cuprindere, este înţeleasă mai uşor de către elevi, exprimarea întrebuinţată este în concordanţă cu datele experienţei şi cu procesul de gîndire care are loc, iar demonstrarea operaţiilor se face fără dificultăţi.

Întrucît împărţirea în părţi egale se bazează pe înmulţire, ordinea exerciţiilor, este aceeaşi adică se tratează întîi împărţirea numerelor 2, 4, 6 . . . 20 la 2, apoi a numerelor 3, 6, 9 . . . 18 la 3 şi aşa mai departe.

Demonstrarea operaţiilor se face prin întrebuinţarea unor materiale cît mai variate, unele dintre ele corespunzătoare experienţei proprii a elevilor : creioane, caiete, nuci, castane, lei etc., altele din cele întrebuinţate în mod obişnuit în clasă : bile, beţişoare, cuburi, buline etc.

Procedeul iniţial este următorul :

— se stabileşte numărul de obiecte ce trebuie împărţit şi numărul părţilor, spre exemplu : 15 creioane trebuie împărţite în mod egal la 3 copii ;

— se repartizează fiecărei părţi (fiecărui copil) cîte un creion, deci în total 3 creioane, stabilindu-se că au mai rămas 12, apoi se mai repartizează cîte încă un creion, stabilindu-se că au mai rămas 9, care de asemenea se repartizează pînă nu mai rămîne nici un creion ;

— se verifică numărul creioanelor repartizate fiecărei părţi (fiecărui copil) ;

— se stabileşte, se repetă şi se scrie concluzia : 15 creioane împărţite în mod egal la 3 copii fac 5 creioane, sau 15 creioane împărţite în 3 părţi egale fac 5 creioane.

Pentru a realiza trecerea treptată de la concret la abstract, materialele care se întrebuinţează în continuare : beţişoare, cuburi, castane etc., chiar pentru aceeaşi operaţie, se împart în „părţi egale", deci nu la un număr de copii, obiectele aşezîndu-se în grupe separate, după care se trece la faza semiconcretă, în cadrul căreia copiii vor împărţi mintal, în acelaşi număr de părţi egale, diferite numere ce reprezintă obiecte pe care nu le au în faţă şi cu care nu lucrează efectiv : unelte, tractoare, mere, castane, precum şi păsări, ouă etc.

În rezolvarea primelor exerciţii de împărţire, stabilirea rezultatului operaţiei se face prin separarea efectivă în părţi egale şi distincte a numărului total de obiecte, iar verificarea se face prin înmulţire. Îndată însă ce elevii dovedesc că au pătruns înţelesul operaţiei de împărţire şi au reuşit să-şi însuşească în condiţii satisfăcătoare mecanismul acestei operaţii, trebuie să se depăşească faza împărţirii efective a obiectelor şi să se treacă neîntîrziat la stabilirea prin înmulţire a rezultatului unei împărţiri, realizîndu-se astfel legătura strînsă dintre cele două operaţii. Spre exemplu :

15 împărţit în 3 părţi egale fac 5, pentru că 5 luat de 3 ori fac, 15, ceea ce se scrie :

$$15 : 3 = 5, \text{ pentru că } 5 \times 3 = 15.$$

În stabilirea pe baza înmulţirii a rezultatului unei împărţiri nu numai că nu se pot evita încercările, dar se consideră indicat să se apeleze mereu la aceste încercări, întrucît ele aduc o contribuţie hotărîtoare la dezvoltarea gîndirii şi la înţelegerea relaţiilor de interdependenţă dintre cele două operaţii aritmetice, punînd astfel accentul pe ceea ce este esenţial în împărţire, şi anume faptul că este operaţia inversă înmulţirii. Exemplu :

15 : 3 fac 2 ? Nu, pentru că 2×3 fac 6, nu 15 ;
15 : 3 fac 3 ? Nu, pentru că 3×3 fac 9, nu 15 ;
15 : 3 fac 4 ? Nu, pentru că 4×3 fac 12, nu 15 ;
15 : 3 fac 5 ? Da, pentru că 5×3 fac 15.

Procedînd în acest fel, elevii vor ajunge să stabilească rezultatele diferitelor împărţiri numai pe baza tablei înmulţirii pe care au învăţat-o sau pe care o pot învăţa cu mai multă uşurinţă. Spre exemplu, la împărţirea 18 : 6, elevii vor stabili rezultatul răspunzînd mintal la întrebarea : cît ori 6 fac 18 ? deci 18 : 6 = 3 pentru că 3×6 = 18.

Un alt procedeu pentru stabilirea rezultatului unei împărţiri şi care se poate introduce treptat este procedeul grupărilor, adică a descom-

punerii deîmpărțitului în două, trei grupe, care se împart separat, adunîndu-se rezultatele. Exemple :

12 : 3 =	16 : 4 =	18 : 2 =	18 : 3 =
9 : 3 = 3	8 : 4 = 2	10 : 2 = 5	6 : 3 = 2
3 : 3 = 1	8 : 4 = 2	8 : 2 = 4	6 : 3 = 2
3 + 1 = 4	2 + 2 = 4	5 + 4 = 9	6 : 3 = 2
			2 + 2 + 2 = 6

Acest procedeu devine eficient abia după ce se cunosc bine împărțirile din primul și al doilea concentru, întrucît aplicarea lui constă în reducerea cazurilor mai dificile la cazurile simple învățate în cadrul numerelor pînă la 20.

În ceea ce privește exprimarea, este necesar să se întrebuințeze la început exprimarea completă, corespunzătoare proceselor practice și de gîndire care au loc :

18 împărțit în 6 părți egale fac 3

și paralel cu aceasta să se întrebuințeze exprimarea prescurtată :

18 împărțit la 6 fac 3.

Pentru memorarea și consolidarea împărțirilor, învățate, pe lîngă procedeele indicate la celelalte operații se introduc și exerciții complexe, și anume, întîi exerciții care reprezintă combinații între înmulțire și împărțire, și apoi combinații între operațiile de gradul I cu cele de gradul II. Exemple :

5 × 4 : 2	9 : 3 × 5	4 × 3 + 5	20 : 5 + 6
6 × 2 : 3	16 : 4 × 3	3 × 6 — 4	18 : 2 — 4

Observație. Operațiile de înmulțire și împărțire se pot preda :

— *succesiv*, adică întîi toate înmulțirile numerelor 1—10, și apoi împărțirile prin aceste numere :

— *simultan*, adică după înmulțirea unui anumit număr să se predea imediat împărțirea prin acel număr.

Este indicat ca operațiile de înmulțire și împărțire în cadrul numerelor 1—10 și chiar în cadrul numerelor 1—20 să se predea succesiv și să se treacă la predarea simultană a acestor operații doar în cadrul numerelor pînă la 100. Indicația pentru predarea succesivă a operațiilor respective este justificată prin faptul că elevii fac pentru prima dată cunoștință cu operațiile respective și este necesar ca ei să pătrundă esența fiecărei operații în parte, să le cunoască în mod clar caracteristicile pentru a le putea deosebi cu ușurință.

C. Prima sută

1. Considerații generale

În cadrul numerelor pînă la 100 se lărgesc considerabil cunoștințele de aritmetică, atît prin extinderea operațiilor de adunare și scădere la numere care sînt formate din mai multe zeci, cît mai ales prin introducerea de procedee noi pentru efectuarea acestor operații, prin completarea tablei înmulțirii cu toate numerele de o singură cifră și prin studierea împărțirilor tuturor numerelor de două cifre. De asemenea, prin formarea și consolidarea noțiunii de zece ca unitate de calcul și prin introducerea noțiunii de sută se lărgește sistemul zecimal de numerație, elevii fiind solicitați în utilizarea a trei unități de calcul : unitatea simplă, zecea, suta. În afară de aceasta, elevii își formează o idee mai clară în legătură cu utilizarea cifrei zero în locul unităților de diferite ordine care lipsesc, cît și în legătură cu semnificația pe care o are această cifră prin faptul că arată absența unităților de un anumit ordin.

2. Numerația orală

a) *Lărgirea noțiunii de zece ca unitate de calcul și introducerea noțiunii de sută.* Elevii au formate noțiunile de „unitate simplă“ și „zece“ din studiul numerelor 1—20, dar acestea se reamintesc pentru a fi completate cu elemente noi. Pentru a demonstra componența sutei și pentru ca elevii să-și formeze imaginea concretă a mulțimii obiectelor ce sînt reprezentate de acest număr, este necesar să se întrebuințeze în etape succesive acele materiale care îi ajută mai mult pe elevi să treacă de la faza concretă la cea abstractă, să urmărească și să-și însușească procesul ascendent al gîndirii matematice. Astfel, în prima etapă este indicat să se întrebuințeze materiale în care apare distinctă componența unei zeci din 10 unități simple, 10 obiecte numărate cîte unu și componența sutei din 10 zeci numărate cîte una. Din acest punct de vedere materialul cel mai potrivit îl constituie *bețișoarele*, din care elevii formează mai multe zeci (cel puțin 10 zeci) și pe care ei le numără cîte una : 1 (una) zece, 2 (două) zeci, 3 zeci, ..., 9 zeci, 10 zeci. După ce propunătorul atrage atenția asupra numărului de 10 zeci care s-a obținut și după ce numărul se repetă de către elevi, aceștia sînt solicitați să spună ce număr formează cele 10 zeci. Apoi se stabilește concluzia : *10 zeci formează o sută, una sută* și se leagă într-un singur mănunchi cele 10 zeci de bețișoare obținîndu-se astfel o concretizare a sutei și a componenței ei. Este momentul să se reamintească și să se

completeze procesul numărării cu noile cunoştinţe, arătîndu-se că se poate număra cu unităţile simple sau cu zecile, că numărîndu-se cu unităţile simple şi grupîndu-se într-un singur mănunchi 10 unităţi simple se obţine o zece. În mod analog, dacă se numără cu zecile şi se grupează într-un singur mănunchi 10 zeci se obţine o sută. *Concluzii: Zece unităţi simple formează o zece, zece zeci formează o sută, zecile se numără ca şi unităţile.*

Într-o a doua etapă este indicat să se întrebuinţeze materiale care nu scot în evidenţă componenţa distinctă a unei zeci din 10 unităţi şi a unei sute din 10 zeci, elevii fiind puşi în situaţia să facă un pas înainte pe linia procesului de abstractizare. Aceste materiale ar fi cele pe care le conţine cutia aritmetică, unde bara de 10 cuburi care reprezintă zecea are cuburile doar schiţate şi cu toate că se pot număra cîte unu, ele nu pot fi detaşate în unităţi simple şi apoi reunite într-o zece. De asemenea, gruparea de 100 cuburi echivalentă cu 10 bare formează iarăşi o unitate — suta care la fel nu se poate descompune în unităţile din care este formată.

În continuare se pot întrebuinţa semnele monetare de 1 leu, 10 lei şi 100 lei, care îi ajută mai mult pe elevi în formarea noţiunilor de zece şi sută, datorită faptului că bancnota de 10 lei nu este decît ca valoare echivalentă cu 10 hîrtii de cîte un leu, mărimea ei ca întindere nefiind comparabilă cu moneda de 1 leu. Consideraţii asemănătoare se pot face şi în ceea ce priveşte bancnota de 10 lei şi cea de 100 lei. De aici este de făcut doar un singur pas pînă la reprezentarea convenţională la numărătorul cu bile a unei zeci printr-o bilă aşezată pe sîrma a doua, sau a unei sute printr-o bilă aşezată pe sîrma a treia, putîndu-se trece apoi la reprezentarea convenţională a unităţilor de calcul la abacul de clasă prin cerculeţe de aceeaşi mărime, dar aşezate în coloane deosebite.

b) *Formarea numerelor pînă la 100, numărarea orală.* Întrucît elevii cunosc numărarea cu unităţile simple din studiul primelor două zeci, ei nu întîmpină dificultăţi în numărarea cu unităţile nici peste 20, mai ales că în limba română denumirea şi pronunţarea numerelor repetă felul de formare a acestora. Spre exemplu, denumirea şi pronunţarea numărului 35 — trei zeci şi cinci — arată clar formarea lui din 3 zeci şi 5 unităţi. Acelaşi lucru se constată în legătură cu fiecare din numerele pînă la 100. De aceea numărarea orală pînă la 100 se deprinde cu uşurinţă, elevii întîmpinînd dificultăţi doar la trecerea de la un număr de zeci la altul : 29, 30, 31 ; 39, 40, 41 etc., unde trebuie să constituie din unităţi simple o nouă zece pe care s-o adauge la cele precedente şi să numere apoi în continuare cu unităţile. Datorită acestor particularităţi a formării numerelor pînă la 100, este suficient să se întrebuinţeze în această etapă numai numărătorul cu bile.

Este necesar însă să se urmărească formarea unor priceperi și deprinderi temeinice de numărare pe rînd cu unitățile și cu zecile, atît înainte cît și înapoi, în scopul memorării de către elevi a succesiunii numerelor. Pentru verificarea și consolidarea acestor deprinderi trebuie să se facă stăruitoare exerciții în legătură cu :

— numărarea pe intervale, alegîndu-se intervalele cele mai dificile, și anume acelea care cuprind trecerile de la un număr de zeci la altul : 28—33 ; 37—41 ; 59—62 etc. ;

— stabilirea locului pe care îl ocupă un număr în succesiunea numerelor naturale, cu indicarea numărului precedent, a celui următor, sau a numerelor între care este cuprins numărul dat.

c) *Compunerea și descompunerea numerelor pînă la 100.*

În vederea utilizării, în efectuarea calculelor, a unor procedee raționale, este necesar ca elevii să cunoască în cele mai bune condiții componența din zeci și unități a numerelor. Aceasta se poate realiza, prin combinarea și întrebuințarea corelativă a operațiilor de formare, respectiv compunere, a numerelor și de descompunere în unitățile componente. Pentru ca elevii să-și însușească în mod conștient aceste operații trebuie puși să lucreze efectiv și să formeze cu ajutorul diferitelor materiale didactice : numărător cu bile, beţișoare, abacul de clasă, fișa cu numere, tabla cu cifre mobile, diferite numere pînă la 100, stabilindu-se apoi componența lor și scriindu-se numerele respective sub formă de sumă.

Pentru formarea (compunerea) unui număr, spre exemplu 37, procedeul este următorul :

— învățătorul pune pe stativ 3 mănunchiuri de cîte 10 beţișoare și cere elevilor să facă la fel, stabilindu-se că s-a format numărul 30 ;

— în dreapta celor 30 de beţișoare se așază 7 beţișoare și se stabilește că numărul format din 30 de beţișoare și încă 7 beţișoare este numărul 37.

Apoi numărul respectiv este format de către elevi la fiecare din materialele de care dispune clasa : numărător cu bile, fișa cu numere, tabla cu cifre mobile, stabilindu-se concluzia : din 3 zeci și 7 unități se formează numărul 37. După această fază se trece la formarea mintală, fără material didactic a diferitelor numere, astfel : Din 5 zeci și 9 unități, ce număr se obține ? Dar din 8 zeci și 3 unități ? etc.

Pentru descompunerea unui număr în unitățile componente, se procedează în felul următor :

Învățătorul formează la numărătorul cu bile un număr, spre exemplu 37, spunînd : „Am format numărul 37“ și punînd apoi întrebarea : „Din ce unități este format numărul 37 ?“ Elevii răspund la întrebare arătînd separat zecile și separat unitățile care intră în componența numărului respectiv.

Apoi învățătorul formează diferite numere cu ajutorul fișei cu numere, la abacul de clasă și la tabla cu cifre mobile, cerîndu-le elevilor să arate componența lor și trecînd în sfîrșit la descompunerea mintală a numerelor respective în unitățile componente, fără nici un fel de material didactic.

3. Numerația scrisă

După cum s-a arătat mai sus, numerația scrisă este precedată de cea orală și în special de etapa compunerii și descompunerii numerelor în unitățile din care sînt formate. Cunoscînd aceste lucruri, trebuie să se mai precizeze cu elevii că toate numerele de la 10—99 sînt formate din zeci și unități, deci se vor scrie cu două cifre, locul unităților fiind la dreapta, locul zecilor la stînga, sau : unitățile se scriu pe locul întîi iar zecile pe locul al doilea din dreapta.

Scrierea unui număr cunoaște următoarele etape :

a) pronunțarea numărului de către învățător ;

b) formarea numărului de către elevi, simultan la toate materialele didactice specificate mai sus : numărător cu bile, bețișoare, abacul de clasă, fișa cu numere, tabla cu cifre mobile ;

c) scrierea numărului cu ajutorul tabelului care cuprinde coloanele : unități, zeci, sute ;

d) scrierea numărului fără tabel.

În cadrul numerației scrise este indicat să se revină și să se insiste asupra semnificației cifrei zero în sensul că ea se pune în locul unităților care lipsesc.

În ceea ce privește gradarea exercițiilor de scriere a numerelor pînă la 100, se pot face următoarele precizări :

— întîi se scriu numerele formate din zeci întregi 10, 20, 30, ... 90, 100 ;

— apoi se scriu numerele formate din zeci și unități, pe rînd, începînd cu numerele 21—30 și continuînd cu numerele 31—40 etc. ;

— după aceea se trece la scrierea pe sărite a numerelor pînă la 100, după dictare.

Este important să se acorde suficientă atenție exercițiilor de compunere, descompunere și scriere a numerelor pînă la 100, deoarece cunoștințele dobîndite în cadrul primei sute, completate cu cele privitoare la numerele de 3 cifre, vor constitui baza numerației orale și scrise a oricăror numere din sistemul zecimal.

4. Operații cu zeci întregi

Înainte de a trece la operațiile aritmetice cu numere pînă la 100, este indicat atît pe baza prevederilor programei, cît și din punct de vedere metodic să se studieze operațiile respective întîi cu zeci întregi, deoarece utilizarea în calcule a zecilor este mai apropiată de capacitatea de înțelegere a copiilor datorită faptului că ea repetă sub o altă formă calculul cu unitățile simple. Astfel, adunarea și scăderea numerelor de două cifre oarecare va fi precedată de adunarea și scăderea zecilor întregi și în mod analog înmulțirea și împărțirea.

La numerația orală s-a stabilit cu elevii concluzia : *zecile se numără ca și unitățile*, iar acum, ținînd seama de ușurința cu care se adună și se scad zecile și făcînd analogia cu adunarea și scăderea unităților, se stabilește concluzia : *zecile se adună și se scad ca și unitățile.*

Nici înmulțirea sau împărțirea unui număr de zeci întregi nu creează dificultăți, deoarece se studiază numai exerciții în care prin înmulțirea zecilor se obține un produs format din zeci, iar prin împărțirea unui număr format din zeci întregi se obține un cît format tot din zeci. Pe această particularitate se bazează și procedeul care poate fi utilizat în operațiile cu zeci. Spre exemplu, înmulțirea 20×4 sau împărțirea $80 : 4$ se pot scrie :

2 zeci $\times$ 4 = 8 zeci 8 zeci : 4 = 2 zeci

adică

$20 \times 4 = 80$ $80 : 4 = 20$

Analizînd exemplele studiate și trecînd la abstractizare, se poate stabili cu ușurință concluzia : *zecile se înmulțesc și se împart ca și unitățile.*

5. Adunarea și scăderea numerelor pînă la 100 fără trecere peste 10

Ordinea în care se tratează exercițiile de adunare sau scădere fără trecere peste zece, ținînd seama de dificultățile pe care le prezintă este următoarea :

a) Adunarea la un număr de zeci a unui număr format din unități sau la un număr format din unități a unui număr de zeci și scăderea unităților sau zecilor pe care le conține un număr de două cifre :

$30 + 6$ sau $6 + 30$; $36 - 6$ sau $36 - 30$.

b) Adunarea la un număr de două cifre a unui număr de unități, sau scăderea dintr-un număr de două cifre a unui număr de unități :

$43 + 5$ sau $48 - 5$.

c) Adunarea la un număr de două cifre a unui număr de zeci și invers : a unui număr de două cifre la un număr de zeci, sau scăderea dintr-un număr de două cifre a unui număr de zeci :

43 + 20
20 + 43 sau 63—20.

d) Adunarea și scăderea numerelor oarecare formate din zeci și unități (adunarea și scăderea numerelor de două cifre) :

52 + 34 sau 86—34.

e) Adunarea la un număr de două cifre a unui număr format din unități, sau a unui număr format din zeci și unități, astfel ca să se obțină zeci întregi și scăderea dintr-un număr format din zeci întregi a unui număr de unități sau a unui număr format din zeci și unități :

54 + 6 ; 54 + 26 sau 60—6 ; 80—26.

Procedeele întrebuințate în efectuarea categoriilor de exerciții specificate mai sus constituie particularizări ale procedeului general bazat pe componența zecimală a numerelor, potrivit căruia se adună sau se scad unitățile de același fel între ele. Astfel, în cazul categoriei de exerciții de la punctul *a)*, adunarea se bazează pe procedeul formării sau compunerii numerelor din zeci și unități, iar scăderea pe descompunerea numerelor în zeci și unități. Deci, pentru rezolvarea exercițiilor 36—6 și 36—30 se descompune numărul 36 în zeci și unități și se stabilește că dacă se iau (se scad) unitățile, rămîn zecile și dacă se iau (scad) zecile, rămîn unitățile. Deci, dacă 36 = 30 + 6, atunci 36—6 = 30 și 36—30 = 6.

În cazul exercițiilor de la punctul *b)*, se adună unitățile cu unitățile, iar rezultatul se adaugă la zeci :

43 + 5 = 48, pentru că 3 + 5 = 8 și 40 + 8 = 48.

În mod analog se procedează în efectuarea exercițiilor de la punctul *c)*, adunîndu-se zecile cu zecile, iar la rezultatul obținut se adaugă unitățile :

43 + 20 = 63, pentru că 40 + 20 = 60 și 60 + 3 = 63.

Deosebită atenție trebuie acordată exercițiilor de la punctul *d)* ce constituie primele cazuri în care se poate aplica integral procedeul general de adunare sau scădere, adică adunarea (scăderea) unităților de același ordin între ele. În efectuarea acestor operații se pot utiliza două procedee :

Procedeul întîi constă în a aduna zecile cu zecile și unitățile cu unitățile, apoi a rezultatelor obținute între ele, adică : 52 + 34 = 86, pentru că 50 + 30 = 80 ; 2 + 4 = 6 și 80 + 6 = 86.

În mod analog se procedează la scădere :

86—34 = 52, pentru că 80—30 = 50 ; 6—4 = 2 și 50 + 2 = 52.

Procedeul al doilea constă în a aduna la primul număr zecile celui de-al doilea, apoi unităţile acestuia, adică :

52 + 34 = 86, pentru că 52 + 30 = 82 şi 82 + 4 = 86.

În mod analog la scădere :

86 — 34 = 52, pentru că 86 — 30 = 56 şi 56 — 4 = 52.

Primul procedeu este mai accesibil pentru elevi fiindcă se bazează pe componenţa zecimală a numerelor, bine cunoscută de către aceştia şi pentru că în aplicarea lui se întrebuinţează cu precădere funcţia analitică a gîndirii. De aceea, deşi aplicarea acestui procedeu necesită efectuarea mintală a trei operaţii, totuşi elevii îl preferă.

Al doilea procedeu pare mai uşor pentru că utilizează numai două operaţii succesive : la primul număr se adună întîi zecile celui de-al doilea, apoi şi unităţile acestuia, dar presupune un proces de gîndire mai complicat şi se bazează pe cazuri de adunare (scădere) abia învăţate.

Învăţătorul trebuie să-i înveţe pe copii ambele procedee, avînd libertatea să înceapă cu acela care i se pare mai accesibil colectivului de elevi cu care lucrează.

În ceea ce priveşte exerciţiile de la punctul *e)*, procedeele sînt cele descrise mai sus, cu deosebirea că, la adunare prin însumarea unităţilor se obţine o nouă zece care se adaugă la zeci sau la suma zecilor :

54 + 6 = 60, pentru că 4 + 6 = 10 şi 50 + 10 = 60.

sau

54 + 26 = 80, pentru că 50 + 20 = 70 ; 4 + 6 = 10 şi 70 + 10 = 80,

iar la scădere, dintr-o zece se scad unităţile, şi restul de unităţi se adaugă la zecile rămase, sau se scad zecile din zeci, iar dintr-o zece unităţile şi apoi se însumează zecile şi unităţile rămase :

60 — 6 = 54, pentru că 10 — 6 = 4 şi 50 + 4 = 54.

sau

80 — 26 = 54, pentru că 80 — 20 = 60 ; 10 — 6 = 4 şi 50 + 4 = 54.

6. Adunarea şi scăderea numerelor pînă la 100 cu trecere peste zece

Exerciţiile de adunare şi scădere cu trecere peste 10 se pot grupa în două categorii ;

a) *Adunarea la un număr de două cifre a unui număr de o singură cifră şi scăderea dintr-un număr de două cifre a unui număr de o singură cifră :*

38 + 7 sau 45 — 7.

Pentru efectuarea calculelor în exercițiile care fac parte din acest caz de adunare sau scădere cu trecere peste 10 se cunosc două procedee :

Procedeul întîi constă în adunarea la unitățile primului număr a unităților celui de-al doilea, prin completarea unei zeci, apoi adăugarea la zecile primului număr a rezultatului obținut, adică :

$38+7=45$, pentru că $8+7=15$ și $30+15=45$.

Procedeul al doilea constă în completarea la zeci întregi a primului număr și apoi adăugarea restului de unități

$38+7=45$, pentru că $38+2=40$ și $40+5=45$.

Pentru scădere, procedeul constă în scăderea din primul număr a unităților lui, apoi din una din zeci a restului de unități :

$45-7=38$, pentru că $45-5=40$ și $40-2=38$.

b) *Adunarea sau scăderea numerelor de două cifre :*

$57+25=82$ sau $82-25=57$.

Pentru adunarea numerelor de două cifre se cunosc de asemenea două procedee :

Procedeul întîi : adunarea zecilor între ele și a unităților între ele, cu însumarea rezultatelor obținute, deci procedeul general :

$57+25=82$, pentru că $50+20=70$, $7+5=12$ și $70+12=82$.

Procedeul al doilea : adunarea la primul număr a zecilor celui de-al doilea, apoi a unităților lui :

$57+25=82$, pentru că $57+20=77$ și $77+5=82$,

adică reducerea acestui caz de adunare la cele precedente.

Pentru scăderea numerelor de două cifre este indicat procedeul care constă în scăderea din primul număr a zecilor celui de-al doilea, apoi a unităților lui :

$82-25=57$, pentru că $82-20=62$ și $62-5=57$,

deci analog cu al doilea procedeu de adunare.

S-ar putea întrebuința și un procedeu analog cu primul procedeu de adunare, însă calculul ar deveni dificil din cauză că se ivește necesitatea descompunerii primului număr în două părți astfel încît din prima parte să se poată scădea zecile, iar din a doua parte unitățile :

$82-25=57$, pentru că $82=70+12$; $70-20=50$; $12-5=7$ și $50+7=57$.

7. Adunarea și scăderea prin rotunjire a numerelor pînă la 100

Înainte de a se trece la efectuarea operațiilor de adunare și scădere prin rotunjire, este necesar să se introducă noțiunea de „rotunjire“ cu cele două feluri ale ei : prin adăugarea unor unități și prin neglijarea (scăderea) unor unități, demonstrîndu-se utilitatea rotunjirii atît pentru exprimarea numerică a unor mărimi sau cantități a căror exactitate nu se poate stabili, cît și pentru întrebuințarea rotunjirii ca metodă de calcul mintal, deci pentru ușurarea calculelor efectuate în minte, arătîndu-se cazuri, împrejurări și locuri de muncă în care acest calcul devine indispensabil.

Formarea noțiunii de rotunjire se bazează pe analiza unor exemple variate, cu ajutorul cărora se arată că un număr format din zeci și unități poate fi rotunjit la zeci întregi ori prin adăugarea unui număr de unități, caz în care rotunjirea se numește *prin adaos sau în plus*, ori prin neglijarea unităților pe care le conține acel număr, caz în care rotunjirea se numește *prin lipsă sau în minus*.

Pentru o cît mai bună precizare a acestor noțiuni, primele exemple se vor scrie pe tablă și pe caiete astfel :

28 rotunjit prin adaos devine 30 ;
79 rotunjit prin adaos devine 80 ;
51 rotunjit prin lipsă devine 50 ;
83 rotunjit prin lipsă devine 80 etc.,

după care se vor face exerciții mintale de rotunjire, elevii arătînd și felul rotunjirii. Spre exemplu, la indicația învățătorului : „Rotunjiți numărul 38 !“, răspunsul complet al elevilor trebuie să fie : „Numărul 38 rotunjit prin adaos la zeci întregi devine 40.“

Numai după ce s-a însușit pe deplin noțiunea de rotunjire și după ce elevii și-au format deprinderi de rotunjire atît prin adaos, cît și prin lipsă, se poate trece la efectuarea operațiilor prin rotunjire.

În acest scop, întrebuințînd un caz de adunare ce rezultă din rezolvarea unei probleme, se scrie operația cu datele problemei, apoi cu datele rotunjite, indicîndu-se ori chiar notîndu-se în coloană operațiile auxiliare. Exemple :

$$58 + 25 = 83 \; ; \; 58 + 2 = 60 \; ; \; 60 + 25 = 85 \; ; \; 85 - 2 = 83.$$

În cadrul numerelor pînă la 100 este suficient să se trateze exercițiile mai ușoare, celelalte urmînd a fi tratate în cadrul numerelor pînă la 1 000, cînd se vor relua operațiile de adunare și scădere prin rotunjire, completîndu-se cu cele de înmulțire și împărțire.

În ceea ce privește operațiile de adunare și scădere prin rotunjire cu numere pînă la 1 000, ele se efectuează tot după regulile specificate mai

sus, cu deosebirea că rotunjirea numerelor formate din sute și zeci se poate face *la sute întregi*, spre e x e m p l u :

numărul 789 rotunjit prin adaos de sute întregi devine 800 ;
numărul 312 rotunjit prin lipsă la sute întregi devine 300,
sau la sute și zeci întregi, spre e x e m p l u :
numărul 789 rotunjit prin adaos la sute și zeci întregi devine 790 ;
numărul 312 rotunjit prin lipsă la sute și zeci întregi devine 310.

8. Înmulțirea numerelor pînă la 100

Operația de înmulțire este introdusă în cadrul numerelor pînă la 20, stabilindu-se din tabla înmulțirii numai partea corespunzătoare acestor numere.

În cadrul numerelor pînă la 100, tabla înmulțirii se completează cu toate înmulțirile numerelor de o singură cifră, devenind apoi elementul de bază în toate calculele care utilizează operațiile de gradul al doilea.

Predarea înmulțirii în concentrul al treilea prezintă următoarele *caracteristici :*

— înmulțirea se predă în strînsă legătură cu împărțirea, adoptîndu-se predarea simultană a acestor operații ;

— elevii sesizează rolul pe care îl îndeplinește primul factor ca număr ce se repetă și rolul pe care îl îndeplinește cel de-al doilea factor ca număr ce arată de cîte ori se repetă primul factor ;

— se scoate în evidență și se aplică proprietatea comutativității înmulțirii, în special pentru stabilirea rezultatelor înmulțirilor cu 1, 2, 3, 4, 5 a numerelor 6, 7, 8 și 9, adică de la cele cîteva cazuri de aplicare a comutativității în cadrul numerelor 1—20, această proprietate se generalizează în cadrul numerelor pînă la 100, astfel încît o bună parte din tabla înmulțirii va constitui doar o repetare a celor învățate anterior. Spre exemplu, înmulțirile :

1×7	4×7	constituie, pe baza	7×1	7×4
2×7	5×7	comutativității, o	7×2	7×5
3×7	6×7	reluare a înmulțirilor	7×3	7×6

care s-au învățat mai înainte ;

— tabla înmulțirii se alcătuiește cu înmulțitorul constant, întrucît aceasta va constitui elementul principal în introducerea împărțirii în părți egale ;

— pentru stabilirea rezultatelor înmulțirilor, elevii vor putea întrebuința o mai mare varietate de procedee raționale : adunarea repetată, gruparea, comutativitatea, care nu vor avea un caracter limitat, ci vor căpăta un cîmp larg de desfășurare.

În ceea ce privește intuiția, aceasta nu mai are rol predominant, întrucît elevii au dobîndit multe cunoștințe în legătură cu operațiile aritmetice, și-au format anumite priceperi și au sesizat mecanismul scrierii adunărilor repetate sub formă de înmulțiri și tehnica formării tablei înmulțirii, astfel încît insistența propunătorului de a demonstra totul cu material didactic ar frîna avîntul liber în însușirea într-un ritm mai rapid a cunoștințelor. Nu se renunță complet la materialul didactic, dar acesta se utilizează numai în măsura în care el este necesar pentru ca elevii să-și însușească în mod conștient operațiile respective. Astfel, pe parcursul aceleiași lecții, ca și în eșalonarea lecțiilor aparținătoare capitolului respectiv, dozarea materialului didactic se face în așa fel încît la început să se utilizeze mai mult material didactic și să se treacă prin toate cele trei faze, iar apoi din ce în ce mai puțin, ajungîndu-se ca ultimele operații să se bazeze doar pe gîndirea abstractă. Spre exemplu, la înmulțirea cu 7 :

— primele 6 operații nu este necesar să fie demonstrate, deoarece se cunosc de la înmulțirile cu înmulțitorul constant al numerelor 1, 2,..., 6, ci doar se repetă înmulțirile respective, se reamintesc demonstrațiile sau se repetă unele din ele dacă se consideră necesar ;

— operațiile 7×7 și 8×7 se pot demonstra cu 1—2 materiale (bile și bețișoare, cuburi și buline, creioane și o planșă cu figuri), dintre care un material este indicat să fie o planșă cu figuri decupate și lipite sau cu figuri mobile, trecîndu-se apoi la faza semiconcretă și apoi abstractă :

— operația 9×7 poate fi ilustrată numai cu ajutorul unor reprezentări, după care se trece la faza abstractă ;

— iar rezultatul operației 10×7 se poate stabili numai pe baza fazei abstracte.

De asemenea, în șirul lecțiilor : înmulțirea cu 2, înmulțirea cu 3 etc., bogăția și varietatea materialului didactic trebuie să fie în descreștere, pe măsură ce elevii dobîndesc noi cunoștințe și-și formează noi priceperi și deprinderi.

Ordinea în care se predau cunoștințele privitoare la înmulțirea numerelor este cea prevăzută de tabla înmulțirii, iar după epuizarea acesteia se trece la tratarea cazurilor speciale.

Fazele principale prin care trece o lecție de înmulțire a unui număr, cu stabilirea tablei înmulțirii respective, sînt următoarele :

a) Repetarea tablei înmulțirii cu numărul precedent, sau cu numerele precedente.

b) Numărarea ascendentă cu acel număr de unități și scrierea rezultatelor numărării.

c) Adunarea repetată a numerelor 1, 2, 3, . . . 10 de acel număr de ori cu scrierea pe tablă și pe caiete a operațiilor.

d) Scrierea adunării repetate sub formă de înmulțire.

e) Stabilirea completă a tablei înmulțirii cu acel număr, inclusiv înmulțirea unității.

f) Memorarea tablei stabilite, întrebuințînd forme de muncă și procedee cît mai variate conform indicațiilor date în legătură cu memorarea tablei adunării și scăderii, precum și a înmulțirii în cercul 1—20.

g) Rezolvarea de exerciții și probleme aplicative în legătură cu înmulțirile învățate.

Procedee pentru stabilirea rezultatelor la înmulțire :

a) Procedeul adunării repetate :

$4 \times 3 = 12$, pentru că $4 + 4 + 4 = 12$.

b) Utilizarea grupărilor :

$4 \times 7 = 28$, pentru că $4 \times 3 = 12$, $4 \times 4 = 16$ și $12 + 16 = 28$.

sau

$4 \times 7 = 28$ pentru că $4 \times 5 = 20$, $4 \times 2 = 8$ și $20 + 8 = 28$.

c) Procedeul permutabilității :

$7 \times 3 = 21$, pentru că $3 \times 7 = 21$
$9 \times 6 = 54$, pentru că $6 \times 9 = 54$.

d) Procedeul rotunjirii :

$9 \times 3 = 27$, pentru că $10 \times 3 = 30$, $1 \times 3 = 3$ și $30 - 3 = 27$.

Plan de lecție

pentru predarea înmulțirii numărului 4
(cazul cînd tabla înmulțirii se alcătuiește cu deînmulțitul constant)

Scopul lecției : însușirea conștientă a înmulțirii numărului 4, memorarea acestei înmulțiri, formarea priceperilor și deprinderilor de calcul oral și de utilizare în rezolvarea problemelor, a înmulțirilor învățate.

Metode folosite : conversația, demonstrarea, analiza și sinteza, metoda exercițiului.

Material didactic : bețișoare, bile, cuburi, creioane, buline.

Verificarea cunoștințelor :

a) *Controlul temelor.* Pentru controlul cantitativ al temelor avute pentru acasă voi trece printre bănci și voi verifica dacă elevii și-au făcut tema în întregime și dacă aspectul acesteia este corespunzător. În timpul acestui control voi face observații și aprecieri individuale, încurajînd pe cei care au scris frumos și ordonat, sau au făcut progrese vizibile și dojenind pe cei ce au scris neîngrijit.

Controlul calitativ al temei se va face prin utilizarea metodei frontale, punînd elevii să citească pe rînd exercițiile și să explice cum au lucrat.

b) Examinarea elevilor. Voi scoate doi elevi la tablă cărora le voi cere să rezolve exercițiile :

3×2	2×6	2×4	3×6
3×4	2×7	2×9	3×3

Se va trece apoi la verificarea orală a cunoștințelor prin metoda frontală, punînd întrebări clasei întregi din înmulțirile numerelor 2 și 3. În acest timp voi urmări cu deosebire pe cei doi elevi care au rezolvat exercițiile la tablă. Aceștia vor fi apoi notați, cu motivarea notelor.

Discuții pregătitoare. Ce operații cunoașteți ? (adunarea, scăderea, înmulțirea). Cît fac $3 + 3$? Cînd spunem $3 + 3$, de cîte ori luăm pe 3 ? (de 2 ori). Dar cînd spu-

nem 4+4, de cîte ori luăm pe 4? (de două ori). Ce înmulțiri ați învățat pînă acum? Ce număr urmează după 3?

Anunțarea lecției și formularea scopului. Astăzi vom învăța înmulțirea numărului 4 pentru ca voi să cunoașteți înmulțirea acestui număr și să o folosiți în rezolvarea problemelor și exercițiilor. Se scrie titlul pe tablă: Înmulțirea numărului 4.

Comunicarea cunoștințelor. Numărați din 4 în 4 pînă la 40. Scriem pe tablă și pe caiete rezultatele acestei numărări. Acum fiți atenți! (propunătorul și elevii lucrează cu bețișoare). Luați 4 bețișoare și puneți-le pe bancă. De cîte ori ați luat 4 bețișoare? (o singură dată). Cîte bețișoare avem dacă luăm 4 bețișoare o singură dată? (4). Deci, cît fac 4 bețișoare luate o dată? (4). La fel se va proceda și cu cuburi. Cîte cuburi am luat din cutie? (4). De cîte ori am luat 4 cuburi? (o singură dată). Cîte cuburi avem dacă luăm 4 cuburi o singură dată? (4). Deci, cît fac 4 cuburi luate o dată? (4).

Cîte cerculețe sînt pe tablă? În această etapă se va folosi un pătrat de hîrtie pe care sînt desenate 4 cerculețe colorate în roșu. De cîte ori s-au pus 4 cerculețe pe tablă? (o dată). Cîte cerculețe obținem dacă luăm o dată 4 cerculețe? (4). Deci, cît fac 4 cerculețe luate o dată? (4). Răspunsul va fi repetat de mai mulți elevi.

Cît fac 4 mingi luate o dată? Cît fac 4 caiete luate o singură dată? Orice ar fi, cît fac 4 luat o dată? Operația se va scrie în dreptul pătratului cu 4 cerculețe, iar elevii o vor scrie în caiete.

Luăm încă 4 bețișoare. Cît fac 4 bețișoare + 4 bețișoare? (8). Cîte bețișoare am luat prima dată? (4). Dar a doua oară? (4). De cîte ori am luat 4 bețișoare? (de 2 ori). Cîte bețișoare avem dacă luăm de două ori cîte 4 bețișoare? (8). Deci, cît fac 4 bețișoare luate de 2 ori? (8). Un elev trece la numărătorul cu bile. Luăm la numărătorul cu bile 4 bile și încă 4 bile. Cît fac 4 bile + 4 bile? (8). Cîte bile am luat prima dată? (4). Dar a doua oară? (4). De cîte ori am luat cîte 4 bile? (de 2 ori). Cîte bile avem dacă luăm de două ori cîte 4 bile? (8). Deci, cît fac 4 bile repetate de două ori? (8).

Cîte cerculețe pun acum pe tablă? (4). Dar acum? (încă 4). Cîte cerculețe am pus în total? (8). Cum ați socotit (4+4=8). Cîte cerculețe am pus de fiecare dată? (4). De cîte ori am pus cîte 4 cerculețe? (de 2 ori). Cît fac 4 cerculețe luate de 2 ori? (8).

Cît fac 4 penițe luate de 2 ori? (8). Cît fac 4 creioane luate de 2 ori? (8). Orice ar fi, bile, penițe, creioane, cît fac 4 luat de 2 ori? (4×2=8). Răspunsul este repetat de mai mulți elevi. Cum scriem aceasta? Se scrie pe tablă: 4+4=8, 4×2=8.

Lîngă cele 4 bețișoare mai puneți încă 4 bețișoare. Cîte bețișoare am luat prima dată? (4). Dar a doua oară? (4). Dar a treia oară? (4). Cît fac 4b+4b+4b? (12b). Cîte bețișoare am luat de fiecare dată? De cîte ori am luat cîte 4 bețișoare? (de 3 ori). Cîte bețișoare avem dacă luăm 4 bețișoare de 3 ori? (12). Deci cît fac 4 bețișoare luate de 3 ori? (12).

Voi prinde pe tablă 3 pătrate cu cerculețe. Cîte cerculețe pun pe tablă? (4). Dar acum? (4). Și acum? (4). Cîte cerculețe am pus în total? (12). Cum ați socotit? (4c+4c+4c=12c). Cîte cerculețe am pus de fiecare dată? (4). De cîte ori am pus cîte 4 cerculețe? (3). Cît fac 4 cerculețe luate de 3 ori? (12).

Cît fac 4 tocuri luate de 3 ori? (12). Cît fac 4 gume luate de 3 ori? (12). Orice ar fi, bile, tocuri, gume, cît fac 4 luat de 3 ori? (4×3=12). Cum scriem? 4+4+4=12 sau 4 luat de 3 ori fac 12, adică 4×3=12.

Luați încă 4 bețișoare. Cît fac 4b+4b+4b+4b=? (16). Cîte bețișoare am luat prima dată? (4). Dar a doua oară? (4). Dar a treia oară? (4). Și a patra oară? (4).

Cîte beţişoare am luat de fiecare dată ? (4). De cîte ori am luat cîte 4 beţişoare ? (4 ori). Cîte beţişoare avem dacă am luat de 4 ori cîte 4 beţişoare ? (16). Deci, cît fac 4 beţişoare luate de 4 ori ? (16).

Pun pe tablă cartonaşele cu cerculeţe. Urmăriţi cîte cerculeţe voi pune pe tablă ! Elevii spun 4 cerculeţe +4c+4c+4c pe măsură ce aşez figurile pe tablă. Socotiţi cîte cerculeţe sînt ! (16). Cum aţi socotit ? (4c+4c+4c+4c=16 cerculeţe). Cîte cerculeţe s-au pus de fiecare dată ? (4). De cîte ori am pus cîte 4 cerculeţe ? (de 4 ori). Cîte cerculeţe avem dacă luăm 4 cerculeţe de 4 ori ? (16). Deci, cît fac 4 cerculeţe luate de 4 ori ? (16).

Cît fac 4 mere luate de 4 ori ? (16). Dar 4 penare luate de 4 ori ? (16). Orice ar fi, beţişoare, mere, penare, cît fac 4 luat de 4 ori ? (4×4=16). Cum scriem ? Se va scrie ca şi în cazurile precedente, întîi sub formă de adunare, apoi sub formă de înmulţire.

La fel se procedează cu înmulţirile 4×5, 4×6,... 4×10.

La sfîrşit, tabla va avea următorul aspect :

4	4×1=4
4+4=8	4×2=8
4+4+4=12	4×3=12
4+4+4+4=16	4×4=16
. . . . .	. . . .
. . . . .	4×10=40

Fixarea cunoştinţelor. Se vor citi individual şi în cor operaţiile de înmulţire de pe tablă în ordinea în care sînt scrise, apoi se vor citi pe sărite aceste operaţii. Urmează citirea înmulţirii numărului 4 cu rezultatele şterse şi completarea rezultatelor de către elevi, apoi repetarea tablei înmulţirii pe rînd şi pe sărite, din memorie : ?=4×2 ; ?=4×5 ; ?=4×4 etc.

Problemă : Într-o cutie sînt 4 creioane. Cîte creioane sînt în 3 cutii de acelaşi fel ? (12). Cum aţi aflat ? Cum aţi judecat ?

Scrieţi în caietele voastre 5 înmulţiri din cele învăţate de voi astăzi sau în orele trecute.

Tema pentru acasă

Deschideţi cărţile la pag. 60. Veţi rezolva exerciţiile de la nr. 9, toate coloanele, şi problema nr. 10. Elevii sînt puşi să citească exerciţiile din manual, pe coloane, pentru a le identifica. De asemenea, se citeşte textul problemei, explicîndu-se expresia : „oi de aceeaşi *rasă*".

N o t ă : În mod analog se procedează în cazul predării înmulţirii cu 4, în această situaţie tabla înmulţirii alcătuindu-se cu înmulţitorul constant, adică :

1×4
2×4
3×4
. . .
10×4

Materialul didactic este acelaşi şi se utilizează în sensul repetării de cîte 4 ori a fiecărui grup de obiecte. Astfel pentru operaţia 1×4 se aşază pe tablă de 4 ori cîte un beţişor, de 4 ori cîte un cerculeţ etc.

9. Împărțirea numerelor pînă la 100

Operația de împărțire se introduce tot în cadrul numerelor 1—20, și anume, numai partea corespunzătoare tablei înmulțirii pînă la 20, completîndu-se această parte în cadrul numerelor pînă la 100.

Caracteristici. În afară de cele arătate la înmulțire se mai amintesc următoarele caracteristici specifice împărțirii :

— în cadrul numerelor pînă la 100 se studiază atît împărțirea în părți egale, cît și împărțirea prin cuprindere, aceasta din urmă introducîndu-se pentru prima dată ;

— operația de împărțire se studiază în strînsă legătură cu înmulțirea atît în ceea ce privește stabilirea și motivarea rezultatului împărțirii, cît și prin sesizarea relațiilor care duc la constatarea că cele două operații sînt inverse una alteia, adică ceea ce se face prin înmulțire se desface prin împărțire și invers.

Împărțirea în părți egale se bazează pe înmulțirea cu înmulțitorul constant, acesta devenind împărțitor. Întîi se studiază împărțirea în părți egale pentru motivele specificate la „Împărțirea numerelor 1—20“, și apoi împărțirea prin cuprindere.

Ordinea exercițiilor este aceeași ca și la înmulțire, deoarece cele două operații se tratează în strînsă legătură, după cum s-a arătat.

Procedeele întrebuințate pentru stabilirea rezultatelor la împărțire sînt următoarele :

a) Legătura dintre înmulțire și împărțire, legătură cu ajutorul căreia se găsește și se motivează rezultatul. Spre exemplu : $24 : 6 = ?$. Cîtul este acel număr din înmulțirea căruia cu împărțitorul se obține deîmpărțitul, adică 4, deci :

$24 : 6 = 4$, pentru că $4 \times 6 = 24$.

b) Descompunerea deîmpărțitului în termeni mai mici, astfel ca acești termeni să fie divizibili prin împărțitor. Exemple :

$56 : 7 = 8$, pentru că $28 : 7 = 4$ și $28 : 7 = 4$ și $4 + 4 = 8$

$35 : 7 = 5$, pentru că $21 : 7 = 3$ și $14 : 7 = 2$ și $3 + 2 = 5$

c) Împărțirea succesivă a deîmpărțitului prin factorii împărțitorului. Exemple :

$28 : 4 = 7$, pentru că $28 : 2 = 14$ și $14 : 2 = 7$
$48 : 6 = 8$, pentru că $48 : 2 = 24$ și $24 : 3 = 8$.

Împărțirea prin cuprindere se bazează pe înmulțirea cu deînmulțitul constant și se învață simultan cu înmulțirea și cu împărțirea în părți egale.

Noțiunile de „împărțire prin cuprindere“ și „împărțire în grupe“ sînt noțiuni noi și dintre cele mai dificile, întrucît înțelegerea lor presupune

un grad mai înalt de abstractizare a proceselor matematice. De aceea elevii în general nu reușesc să-și însușească pe deplin aceste noțiuni de la prima încercare, dar prin tratarea pe rînd a împărțirilor prin cuprindere, în legătură cu înmulțirea și împărțirea în părți egale și prin respectarea mersului ascendent de la fapte și elemente simple la noțiuni complexe, se ajunge la înțelegerea acestora, la stabilirea deosebirilor esențiale dintre un fel de împărțire și altul.

Etapele metodice în tratarea împărțirii prin cuprindere pot fi formulate astfel :

a) *Formarea noțiunii de împărțire prin cuprindere, scrierea și citirea acestei împărțiri.* Pentru a se ajunge la înțelegerea acestor noțiuni, trebuie să se lămurească și să se delimiteze înțelesul expresiilor „în părți egale", „în grupe de cîte... obiecte", „grupare", „cuprindere". În acest scop trebuie să se utilizeze exemple concludente, legate de experiența și cunoștințele elevilor. Astfel, elevii sînt așezați în bănci „cîte doi", în „grupe de cîte doi", dar aceiași elevi pot fi grupați cîte 3, cîte 4 etc., sau în grupe de cîte 3, cîte 4. Pentru o mai bună precizare a lucrurilor se consideră un anumit număr de elevi, spre exemplu 12, și se fac toate grupările posibile : cîte 1, cîte 2, cîte 3, cîte 4, cîte 6 și cîte 12, stabilindu-se numărul grupelor formate și întrebuințîndu-se exprimarea corespunzătoare :

12 elevi împărțiți în grupe de cîte 2 elevi fac 6 grupe ;
12 elevi împărțiți în grupe de cîte 3 elevi fac 4 grupe ;
12 elevi împărțiți în grupe de cîte 4 elevi fac 3 grupe etc.

Apoi se lămurește procesul de gîndire care are loc pentru stabilirea grupelor, precizîndu-se că 12 elevi împărțiți în grupe de cîte 2 fac 6 grupe, adică 2 în 12 *se cuprinde* de 6 ori fiindcă 2 elevi repetați de 6 ori fac 12, sau 12 elevi împărțiți în grupe de cîte 3 fac 4 grupe, adică 3 în 12 *se cuprinde* de 4 ori, fiindcă 3 elevi repetați de 4 ori fac 12.

După aceasta se trece la demonstrarea împărțirii prin cuprindere întrebuințînd diferite materiale didactice cu care lucrează atît propunătorul cît și elevii. Spre exemplu, dacă se lucrează cu bețișoare, acestea se grupează cîte 1, cîte 2, cîte 3, stabilindu-se de fiecare dată numărul grupelor ce se obțin, cu repetarea în cuvinte a procesului aritmetic : 12 bețișoare împărțite în grupe de cîte 2 bețișoare fac 6 grupe, pentru că 2 se cuprinde în 12 de 6 ori etc. După tratarea a 2—3 exemple concrete, se trece la faza semiconcretă și apoi abstractă, stabilindu-se drept concluzie :

12 împărțit în grupe de cîte 2 fac 6, sau 2 se cuprinde în 12 de 6 ori ;
12 împărțit în grupe de cîte 3 fac 4, sau 3 se cuprinde în 12 de 4 ori ;
12 împărțit în grupe de cîte 4 fac 3, sau 4 se cuprinde în 12 de 3 ori etc.

Un exemplu sau două din aceste operații se scriu pe tablă și pe caiete, scoțîndu-se în evidență faptul că scrierea acestei împărțiri este cea cunoscută, însă citirea ei se face altfel. Spre exemplu, operația 12 : 3=4

se citește ca împărțire prin cuprindere astfel : 12 împărțit în grupe de cîte 3 fac 4, sau 3 în 12 se cuprinde de 4 ori.

Numai după ce elevii încep să pătrundă sensul expresiilor care caracterizează împărțirea prin cuprindere se poate trece la studiul sistematic al acestei operații, tratîndu-se pe rînd împărțirea la 2 prin cuprindere, apoi la 3 și așa mai departe, în strînsă legătură cu înmulțirea numărului respectiv și cu împărțirea în părți egale prin acel număr.

b) *Probleme de împărțire prin cuprindere.* Tot ceea ce s-a arătat pînă aici în legătură cu împărțirea prin cuprindere are drept scop să familiarizeze pe elevi cu exprimarea caracteristică acestei împărțiri și să-i facă să pătrundă înțelesul și esența operației. Dacă însă într-o problemă este vorba de împărțire prin cuprindere, sau de împărțire în părți egale aceasta se poate stabili numai din textul problemei, mai ales că forma sub care se scrie operația corespunzătoare fiecărei împărțiri este aceeași și diferă doar exprimarea.

Urmărind ca elevii să facă distincție clară între cele două feluri de împărțiri, este necesar să se formuleze, cu aceleași date, o problemă de împărțire în părți egale și alta prin cuprindere. Spre exemplu, folosind relația 15 : 3=5, se pot formula următoarele probleme :

a) *O cantitate de 15 litri de ulei s-a pus în mod egal în 3 bidoane. Cîți litri de ulei s-au pus într-un bidon ?* (fig. 5).

Operația se scrie :

15 l : 3=5 l și se citește :

15 l împărțit în 3 părți egale (bidoane) fac 5 l într-un bidon.

b) *O cantitate de 15 l de ulei s-a turnat în bidoane de cîte 3 litri* (fig. 6). *Cîte bidoane sînt necesare ?*

Operația se scrie :

15 l : 3 l=5 și se citește : 15 l împărțit în părți (bidoane) de cîte 3 l fac 5 (bidoane), sau 3 l se cuprind în 15 l de 5 ori, deci sînt necesare 5 bidoane.

La împărțirea în părți egale se observă că deîmpărțitul și cîtul sînt numere concrete (reprezintă unități sau lucruri de același fel), iar împărțitorul este un număr abstract și arată *numărul părților egale* în care s-a

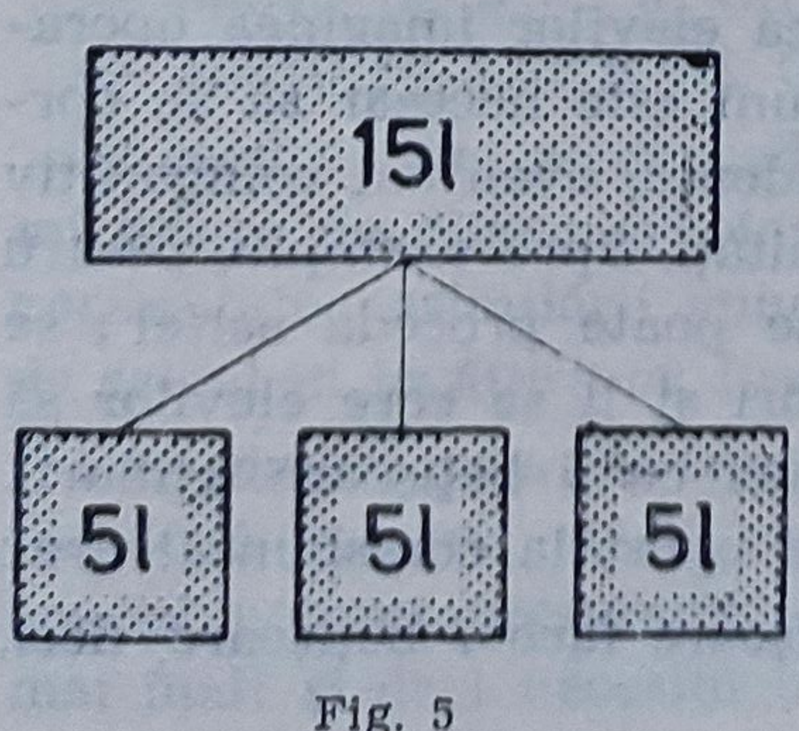


Fig. 5

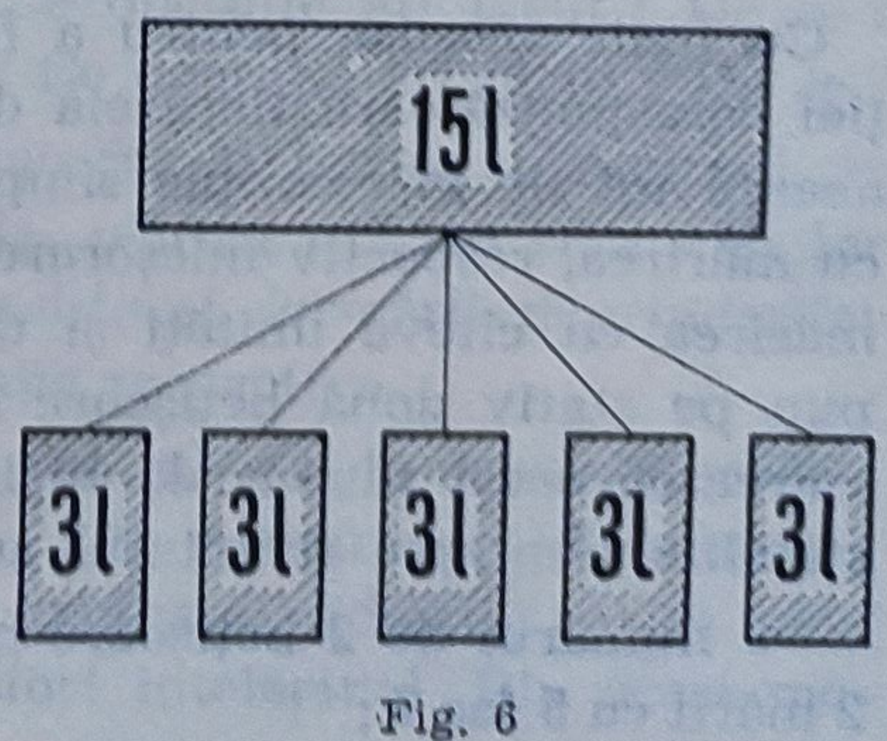


Fig. 6

făcut împărțirea. La împărțirea prin cuprindere, deîmpărțitul și împărțitorul sînt numere concrete, iar cîtul este număr abstract și arată *de cîte ori se cuprinde împărțitorul în deîmpărțit*. Aceste observații caracterizează în mod general cele două feluri de împărțire.

10. Mărirea sau micșorarea de cîteva ori. Compararea prin cît a mărimilor, cantităților sau numerelor

După predarea operațiilor de înmulțire și împărțire cu numere pînă la 100 se trece la introducerea și apoi utilizarea în calcule și în formularea problemelor a expresiilor : „mai mult, mai puțin, de cîteva ori", „a mări și micșora de atîtea ori", „de cîte ori este mai mare sau mai mic un număr față de altul".

Expresiile „mai mult, mai puțin, de atîtea ori" și „a mări și micșora de atîtea ori" designează noțiunea de mărire și micșorare a mărimilor, cantităților sau numerelor de cîteva ori sau de un număr de ori, iar expresia „de cîte ori este mai mare sau mai mic un număr față de altul" designează noțiunea de raport geometric, adică de comparare prin cît a mărimilor, cantităților sau numerelor.

Pentru introducerea noțiunilor de mărire sau micșorare de cîteva ori este necesar să se repete cu elevii, pe bază de exemple și prin stabilirea concluziei corespunzătoare, cele învățate în legătură cu mărirea sau micșorarea cu cîteva unități. De asemenea este necesar să se precizeze efectul pe care îl au operațiile aritmetice, cu deosebire înmulțirea și împărțirea asupra numerelor date, adică elevii să pătrundă esența operațiilor aritmetice în așa fel încît să poată răspunde corect și fără ezitări la întrebările : Ce se întîmplă cu un număr dat, prin înmulțirea lui cu un alt număr ? (numărul dat se mărește de acel număr de ori). Ce se întîmplă cu un număr dat dacă se împarte printr-un alt număr ? (numărul dat se micșorează de acel număr de ori). Din această formulare a întrebărilor se observă că noțiunile de mărire sau micșorare de cîteva ori sînt apropiate de operațiile corespunzătoare, sînt strîns legate de ele prin însăși faptul că reprezintă efectul acestor operații asupra numerelor date.

Cu toate acestea, pentru a forma în mintea elevilor imaginea operației corespunzătoare fiecăreia din aceste noțiuni este necesar să se pornească tot de la exemple simple, dar concludente, eventual comparativ cu mărirea, respectiv micșorarea cu cîteva unități. Spre exemplu, pentru mărirea cu cîteva unități și de cîteva ori se poate proceda astfel : se pun pe stativ două bețișoare sau două cuburi și li se cere elevilor să mărească acest număr de bețișoare sau cuburi cu 5 bețișoare (cuburi), stabilindu-se apoi rezultatul acestei măriri și operația corespunzătoare :

— numărul de 2 bețișoare mărit cu 5 bețișoare face 7 bețișoare, deci, 2 mărit cu 5 fac 7 ;

— pentru a mări pe 2 cu 5 am adunat la 2 pe 5, deci, *mărirea unui număr cu cîteva unități se face prin adunare :*

2+5=7 (se citește : 2 mărit cu 5=7).

Apoi se cere elevilor să mărească numărul de 2 beţişoare de 5 ori, adică 2 beţişoare să fie luate de 5 ori. În acest caz se vor aşeza pe stativ o dată 2 beţişoare, încă o dată 2 beţişoare şi aşa mai departe pînă se obţin de 5 ori cîte 2 beţişoare. După aceasta, prin întrebări potrivite, se stabilesc concluziile :

— numărul de 2 beţişoare mărit de 5 ori fac 10 beţişoare, deci 2 mărit de 5 ori fac 10 ;

— pentru a mări pe 2 de 5 ori am înmulţit pe 2 cu 5, adică *mărirea unui număr de cîteva ori se face prin înmulţire :* 2×5=10 (se citește 2 mărit de 5 ori fac 10).

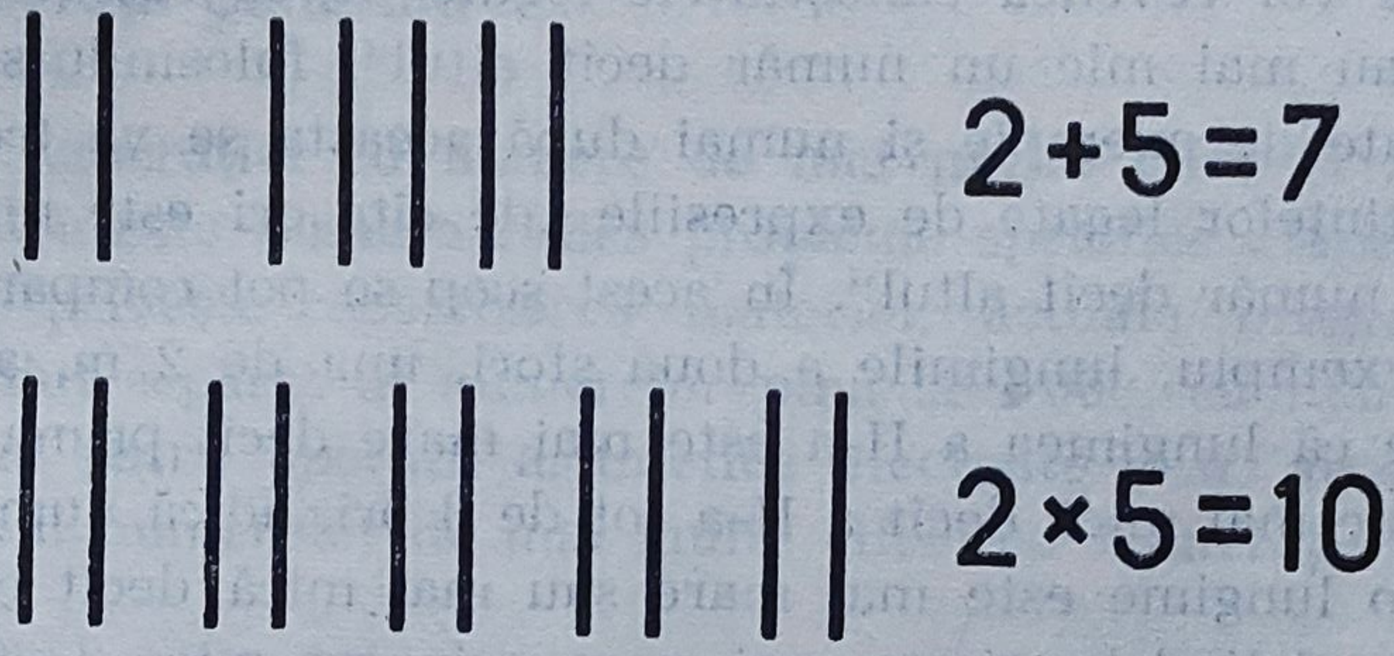


Fig. 7

După ce se tratează cîteva exemple cu ajutorul diferitelor materiale, se trece la faza semiconcretă şi apoi la faza abstractă, utilizînd operaţiile de abstractizare şi generalizare ale gîndirii şi stabilind că în toate cazurile :

— *mărirea unui număr cu cîteva unităţi se face prin adunare* şi

— *mărirea unui număr de cîteva ori se face prin înmulţire.*

Aceste concluzii trebuie să fie urmate de exerciţii şi probleme aplicative formulate după următorul exemplu :

— Măriţi pe 3 cu 6. Cît aţi obţinut ? Ce operaţie aţi făcut ? De ce ?

— Măriţi pe 3 de 6 ori. Cît aţi obţinut ? Ce operaţie aţi făcut ? De ce ?

În mod analog se procedează la introducerea şi formarea noţiunii de *micşorare de cîteva ori,* însă în altă lecţie, pentru a li se crea elevilor posibilitatea asimilării cunoştinţelor dobîndite şi formării deprinderilor de calcul în legătură cu fiecare din noţiunile respective.

Compararea prin cît reprezintă o formă mai abstractă a relaţiilor dintre două numere, mărimi sau cantităţi, fapt pentru care înţelegerea acestei noţiuni presupune o gîndire mai evoluată, ridicată pe un plan mai înalt şi deci necesită un mai mare efort intelectual. Din acest mo-

tiv, însușirea noțiunilor privitoare la compararea prin cît contribuie în mare măsură la dezvoltarea gîndirii, la sesizarea pe bază de raționament a relațiilor de mărime dintre două cantități de același fel. De asemenea, înțelegerea acestor noțiuni și formarea deprinderilor de calcul corespunzătoare prezintă importanță deosebită din punct de vedere practic, datorită faptului că un mare număr de probleme utilizează în formularea lor compararea prin cît.

În scopul introducerii și formării noțiunilor pe care le desemnează expresiile „de cîte ori este mai mare sau mai mic un număr decît altul" se vor utiliza, de asemenea, cît mai multe exemple legate de cunoștințele și experiența elevilor, astfel ca acestea să devină cît mai concludente, să exprime în mod simplu procesul matematic de comparare prin cît.

Pentru ca elevii să poată face o distincție clară între noțiunile de comparare prin diferență și comparare prin cît, evitîndu-se de la început confuziile, se vor revedea cunoștințele legate de expresiile „cu cît este mai mare sau mai mic un număr decît altul", folosindu-se o cît mai mare varietate de exemple și numai după aceasta se va trece la abordarea cunoștințelor legate de expresiile „de cîte ori este mai mare sau mai mic un număr decît altul". În acest scop se pot compara două lungimi (spre exemplu, lungimile a două sfori, una de 2 m, alta de 6 m, stabilindu-se că lungimea a II-a este mai mare decît prima de trei ori, iar prima este mai mică decît a II-a tot de 3 ori, adică numărul 3 arată de cîte ori o lungime este mai mare sau mai mică decît cealaltă și el se găsește împărțind lungimea mai mare prin cea mică 3=6 : 2. De aici concluzia : Pentru a afla de cîte ori o lungime este mai mare sau mai mică decît alta, se împarte lungimea mai mare la cea mai mică.

Din studiul și analiza unor exemple asemănătoare, dar care să prezinte compararea prin cît cu ajutorul altor expresii, ca : mai greu sau mai ușor de atîtea ori, mai scump sau mai ieftin de atîtea ori etc. se poate deduce concluzia generală în legătură cu compararea prin cît, și anume : *Pentru a afla de cîte ori este mai mare sau mai mic un număr decît altul se împarte numărul mai mare la cel mic.*

Exercițiile aplicative care se rezolvă în continuare este indicat să se scrie pe două coloane, în stînga compararea prin „mai mare", în dreapta compararea prin „mai mic", iar la mijloc operația corespunzătoare, aceeași pentru ambele cazuri. În acest fel se scoate și mai mult în evidență faptul că pentru ambele cazuri de comparare se întrebuințează una și aceeași operație : *împărțirea*. E x e m p l e :

De cîte ori este mai mare		De cîte ori este mai mic
20 decît 5 ?	20 : 5=4.	5 decît 20 ?

Tatăl are 36 ani, iar fiul 9 ani. De cîte ori are tatăl mai mulți ani decît fiul ?

Tatăl are 36 ani, iar fiul 9 ani. De cîte ori are fiul mai puțini ani decît tatăl ?

36 ani : 9 ani = 4

(operația se citește : 9 ani în 36 de ani se cuprind de 4 ori), deci tatăl are de 4 ori mai mulți ani decît fiul, sau fiul are de 4 ori mai puțini ani decît tatăl.

D. Numere de mai multe cifre

1. Considerații generale

Predarea numerației cu numere de mai multe cifre și a operațiilor artimetice cu aceste numere ridică probleme specifice etapei respective.

În ceea ce privește repartizarea materiei, actuala programă școlară prevede studiul separat al numerelor pînă la 1 000, cu numerația orală și scrisă, cele patru operații aritmetice efectuate oral, apoi în scris și separat studiul numerelor de mai multe cifre, cu numerația și operațiile respective.

Pe clase această parte a materiei este repartizată astfel :

— în clasa a II-a, numerația orală și scrisă pînă la 1 000, cele patru operații 1—1 000 oral ;

— în clasa a III-a, adunarea și scăderea în scris, înmulțirea și împărțirea pînă la 1 000, oral și în scris, apoi numerația orală și scrisă a numerelor de mai multe cifre, pînă la un milion și cele patru operații aritmetice cu aceste numere ;

— în clasa a IV-a extinderea numerației orale și scrise și a celor patru operații la numere de mai multe cifre, cuprinzînd și clasa milioanelor.

Predarea numerelor pînă la 1 000, apoi a numerelor de patru și mai multe cifre, inclusiv clasa milioanelor, prezintă următoarele caracteristici :

— are loc consolidarea și sistematizarea cunoștințelor dobîndite în cadrul numerelor pînă la 100, completarea și ridicarea pe o treaptă mai înaltă de abstractizare a noțiunii de număr natural ;

— se introduc noțiunile de ordin și clasă ;

— sistemul zecimal de numerație se îmbogățește considerabil cu noi unități de calcul, acestea aplicîndu-se pe o scară incomparabil mai mare ;

— se introduce pentru prima dată calculul în scris, stabilindu-se procedee cu caracter general și lărgindu-se gama procedeelor raționale

bazate pe componența zecimală a numerelor și pe proprietățile operațiilor aritmetice ;

— se introduce pe scară mai largă terminologia specifică matematicii, se stabilesc și se aplică unele din proprietățile operațiilor aritmetice : comutativitatea termenilor unei sume sau a factorilor unui produs, dependența dintre termenii operațiilor și rezultatele lor ;

— se învață toate cazurile și particularitățile pe care le prezintă operațiile aritmetice, probele acestora, ordinea operațiilor și utilizarea parantezelor ;

— în sfîrșit, studiul aritmeticii se bazează din ce în ce mai puțin pe intuiție, trecerea la abstract se face mai hotărît, rolul gîndirii devenind preponderent.

În ceea ce privește scindarea materiei, adică studierea separată a numerației și a operațiilor cu numere pînă la 1 000 în clasa a II-a și apoi a numerației și a operațiilor cu numere de mai multe cifre, inclusiv clasa milioanelor în clasele a III-a și a IV-a, aceasta este justificată prin particularitățile de vîrstă ale copiilor, prin stadiul în care se află facultățile lor mintale, mai ales prin insuficienta dezvoltare a gîndirii abstracte. Spre exemplu, elevii din clasa a II-a întîmpină dificultăți de neînvins în urmărirea și înțelegerea procesului de formare a numerelor de 6 sau 9 ordine, astfel că nici nu le-ar putea utiliza.

Din punct de vedere metodic însă în studiul numerelor mai mari de 1 000 nu intervin decît puține elemente și procedee noi, deosebite de cele ce sînt aplicabile numerelor de 3 cifre, întrucît toate procedeele utilizate în operațiile cu numere de 4 și mai multe cifre constituie doar o extindere a procedeelor aplicate la operațiile cu numere pînă la 1 000. De aceea, studiul numerelor pînă la 1 000 și a celor peste 1 000 constituie o unitate metodică, astfel că va fi tratat ca atare. Dealtfel, acest punct de vedere corespunde întru totul prevederilor programei de metodica predării aritmeticii în liceele pedagogice.

2. Numerația orală și scrisă a numerelor de mai multe cifre

a) *Formarea noțiunii de sută ca unitate de calcul* constituie primul obiectiv al studiului numerelor de mai multe cifre. Pentru atingerea acestui obiectiv, practic se procedează astfel : Se pune la dispoziția elevilor un număr de peste 1 000 de bețișoare și se organizează numărarea lor prin gruparea unităților în zeci, apoi a zecilor în sute. (Dacă se organizează cu grijă această activitate, formîndu-se 5—8 grupe de cîte 3

elevi, din care 2 elevi să numere tot cîte 10 beţişoare, iar al treilea să le lege mănunchi, atunci întreaga lucrare durează cel mult 7—10 minute).

După aceasta se face întîi o prezentare sistematică a activităţii depuse, astfel încît toţi elevii să cunoască desfăşurarea procesului de numărare, apoi se continuă numărarea cu mănunchiurile de cîte 100 de beţişoare : o sută, două sute..., 9 sute, 10 sute sau o mie, după care se stabilesc următoarele concluzii simple :

— zece sute formează o mie ;

— sutele se numără ca şi unităţile, ca şi zecile.

După numărarea concretă (cu mănunchiuri de beţişoare), se trece la numărarea abstractă a sutelor, atît înainte cît şi înapoi, observîndu-se şi de data aceasta uşurinţa cu care se numără sutele, conform concluziei stabilite.

Pentru a se crea posibilitatea numărării cu sutele şi la numărătorul cu bile, se stabileşte în mod convenţional ca bilele de pe prima sîrmă de jos, să reprezinte unităţi, cele de pe sîrma a II-a de jos să reprezinte zeci, iar cele de pe a III-a să reprezinte sute. Potrivit acestei convenţii, se numără întîi bilele de pe sîrma I ca simple unităţi :

o unitate, două unităţi, ..., 9 unităţi, 10 unităţi sau o zece (şi se ia o bilă pe sîrma a doua) ; apoi se numără bilele de pe sîrma a II-a, considerate zeci :

o zece, două zeci, ..., 9 zeci, 10 zeci sau o sută (şi se ia o bilă pe sîrma a III-a) ; după aceasta se numără bilele de pe sîrma a III-a, considerate sute :

o sută, două sute, ... , 9 sute, 10 sute sau o mie.

În felul acesta suta este încadrată în categoria unităţilor de calcul, alături de zeci şi de unităţi simple.

b) *Formarea numerelor de 3 cifre, numărarea orală compunerea şi descompunerea numerelor*. Cel mai potrivit procedeu pentru formarea numerelor din sute, zeci şi unităţi îl constituie utilizarea în mod gradat a diferitelor feluri de materiale didactice, astfel ca să se asigure trecerea treptată de la gîndirea concretă la cea abstractă şi în acelaşi timp elevii să asocieze imaginea numărului cu mulţimea de obiecte care reprezintă conţinutul acelui număr. Astfel se pot întrebuinţa :

— beţişoare şi mănunchiuri formate din zeci şi sute de beţişoare :

— numărătorul cu bile utilizat convenţional ;

— abacul de clasă cu orificii şi fişe.

Experienţa arată că elevii înţeleg mai bine procesul de formare a numerelor, deprind cu mai multă uşurinţă tehnica acestui proces şi numărarea dacă se formează numerele pe rînd : 101, 102, 103,..., 110, 111, pînă la 120—130, trecîndu-se apoi la formarea numerelor care preced numărul 200, adică 191, 192,..., 198, 199,

200, procedîndu-se analog cu numerele cuprinse între 200 și 300, între 300 și 400 etc., după care se numără pe intervale cu cîte o unitate. Atît la formarea numerelor, cît și la numărare, atenție deosebită trebuie acordată numerelor care reprezintă salturi calitative, adică numerelor, care, prin adăugarea unei unități, înregistrează transformarea unităților de un anumit ordin în unități de ordin imediat superior. Spre exemplu, dacă la numărul 269, format din 2 sute, 6 zeci, și 9 unități, se adaugă o unitate, se obține numărul 270, format din 2 sute și 7 zeci, deci unitățile simple au format o nouă zece care s-a adăugat la cele 6 zeci ; sau dacă la numărul 599 se adaugă o unitate, suma unităților formează o zece, iar suma zecilor formează o sută, astfel că dintr-un număr format din sute, zeci și unități se obține un număr format din sute.

În formarea numerelor se parcurg următoarele etape :

— formarea unui număr din anumite unități de calcul indicate în ordinea descrescătoare (ce număr se formează din 8 sute, 3 zeci, 7 unități simple ?) ;

— formarea unui număr din anumite unități de calcul indicate în ordine crescătoare (ce număr se formează din 7 unități simple, 3 zeci și 8 sute ?) ;

— formarea unui număr din anumite unități de calcul indicate fără respectarea unei ordini (ce număr se formează din 3 zeci, 7 unități și 8 sute ? sau din 3 zeci, 8 sute și 7 unități ? etc.).

Pentru descompunerea numerelor în unitățile componente, propunătorul formează anumite numere cu ajutorul bețișoarelor, apoi la numărătorul cu bile și la abac și cere elevilor să indice unitățile din care sînt formate numerele respective. După ce elevii dobîndesc suficiente cunoștințe și deprinderi, vor fi puși să formeze anumite numere, apoi să le descompună în unitățile componente. Exercițiile de compunere și descompunere a numerelor în unitățile componente sînt deosebit de utile și necesare în vederea însușirii conștiente a noțiunilor privitoare la scrierea și citirea numerelor, la formarea noțiunilor de ordin și clasă, dar mai ales în efecutarea operațiilor aritmetice. În afară de această formă de descompunere a numerelor, trebuie să se introducă și să se aplice mereu descompunerea în *zeci* și *unități* a unui număr de 3 cifre, iar mai tîrziu în *sute*, *zeci* și *unități* a unui număr de 4 cifre.

Exemple :

385=38 zeci și 5 unități

6 274=62 sute, 7 zeci și 4 unități.

c) *Scrierea și citirea numerelor de 3 cifre*. Etapa intermediară între compunerea numerelor și scrierea lor o constituie formarea numerelor la fișa cu numere și la tabla cu cifre mobile. Dacă nu se neglijează întrebuințarea acestor materiale, citirea numerelor se face direct, iar scrierea lor reprezintă doar copierea pe caiete a numerelor astfel formate.

Pentru scrierea numerelor de 3 cifre se vor stabili în prealabil cu elevii următoarele :

— numerele de la 100 pînă la 1 000 sînt formate din 3 unităţi de calcul (sute, zeci şi unităţi simple), deci se vor scrie cu 3 cifre ;

— locul fiecărei unităţi : unităţile simple pe locul I de la dreapta la stînga, zecile pe locul al II-lea şi sutele pe locul al III-lea.

Scrierea unui număr trece prin următoarele etape :

— dictarea numărului de către propunător, cu pronunţarea lui clară ;

— descompunerea numărului în unităţile componente ;

— formarea numărului simultan la numărătorul cu bile, abac, fişa cu numere, tabla cu cifre mobile ;

— scrierea numărului pe caiete, la început cu ajutorul liniaturii care indică locul fiecărei unităţi de calcul, apoi fără această liniatură ;

— scrierea unor numere numai după dictare.

În formarea şi scrierea numerelor de 3 cifre se revine în mod necesar asupra semnificaţiei cifrei zero, stabilindu-se că cifra zero se pune în locul unităţilor simple ori în locul zecilor, dacă acestea lipsesc.

Gradarea exerciţiilor de scriere a numerelor, după dificultăţile pe care le prezintă, este următoarea :

— scrierea numerelor formate din toate trei felurile de unităţi : sute, zeci şi unităţi simple (259, 814, 391 etc.) ;

— scrierea numerelor din care lipsesc unităţile simple, acestea fiind înlocuite prin cifra zero : 280, 350, 810 etc. ;

— scrierea numerelor din care lipsesc atît unităţile simple, cît şi zecile (deci scrierea sutelor întregi) : 500, 800, 200 etc. ;

— scrierea numerelor formate din sute şi unităţi simple : 304, 208, 902 etc.

Citirea unui număr de 3 cifre se face prin arătarea şi denumirea numărului de unităţi de diferite ordine din care este format numărul respectiv. Spre exemplu, numărul 749 se citeşte : 7 sute 4 zeci şi 9 (unităţi simple). Astfel fiind, elevii nu întîmpină dificultăţi în citire, mai ales dacă stăpînesc bine operaţiile de compunere şi descompunere a numerelor.

d) *Noţiunile de ordin şi clasă.* Cunoştinţele dobîndite pînă aici cuprind primele 3 unităţi de calcul : unităţile simple, zecile şi sutele. La acestea se adaugă şi a patra unitate : mia, pe care elevii o cunosc prin pronunţare, citire şi scriere. În vederea trecerii la alte unităţi de calcul, apare necesitatea introducerii noţiunii de ordin, apoi a aceleia de clasă. Ordinul unei unităţi de calcul arată locul pe care îl ocupă acea unitate în succesiunea unităţilor de calcul din sistemul zecimal, iar un grup de 3 ordine consecutive, începînd cu unităţile simple, formează o clasă. Ţinînd seama de aceste indicaţii, urmează să se studieze cu elevii conţinutul noţiunilor respective, în vederea formării şi însuşirii lor. În acest scop, după ce se amintesc unităţile de calcul învăţate, precizîndu-se locul pe care îl ocupă

BIBLIOTECA DE PEDAGOGIE-PSIHOLOGIE

fiecare și după ce elevii sînt anunțați că vor învăța și alte unități de calcul, se trece la scrierea pe rînd a acestora, arătîndu-se succesiunea, felul de formare și raportul unitar dintre două unități consecutive. Astfel :

10 unități simple = 1 zece (o zece, una zece)
10 zeci = 1 sută
10 sute = 1 mie
10 mii = 1 zece de mii (o, una zece de mii)
10 zeci de mii = 1 sută de mii
10 sute de mii = 1 milion
10 milioane = 1 zece de milioane
10 zeci de milioane = 1 sută de milioane

Numărîndu-se unitățile de calcul, se constată că pînă aici sînt 9 unități, după care urmează alte unități, dar mai puțin folosite în calcul și că ele se succed într-o anumită ordine. Se trece apoi la scrierea unităților de calcul așa cum urmează una după alta, numerotarea succesiunii lor făcîndu-se cu cifre arabe :

1. Unități simple (se citește : pe locul 1 se află unitățile simple)
2. Zeci (se citește : pe locul 2 se află zecile)
3. Sute (se citește : pe locul 3 se află sutele)
4. (unități de) mii (se citește : pe locul 4 se află miile sau unitățile de mii)
5. Zeci de mii (se citește : pe locul 5 se află zecile de mii)
6. Sute de mii (se citește : pe locul 6 se află sutele de mii)
7. (unități de) milioane (se citește : pe locul 7 se află milioanele sau unitățile de milioane)
8. Zeci de milioane (se citește : pe locul 8 se află zecile de milioane)
9. Sute de milioane (se citește : pe locul 9 se află sutele de milioane).

După ce se citesc unitățile de calcul scrise pe tablă, întîi pe rînd apoi pe sărite, cu indicarea locului pe care îl ocupă fiecare unitate, se analizează semnificația numerelor puse în față, arătîndu-se că fiecare din aceste numere, reprezintă *locul* unității respective în scrierea numerelor sau în succesiunea unităților de calcul și că numărul care arată locul fiecărei unități se numește *ordin.* În continuare se introduce în exprimare noțiunea de ordin și se citesc cele scrise pe tablă în diferite feluri, astfel :

— unitățile simple sînt unități de ordinul 1 ;
— zecile sînt unități de ordinul 2 ;
— sutele sînt unități de ordinul 3 etc. ;
sau
— unitățile de ordinul 1 se numesc unități simple :
— unitățile de ordinul 2 se numesc zeci ;
— unitățile de ordinul 3 se numesc sute etc.

Apoi se citesc din nou cele scrise pe tablă, însă pe sărite, răspunzîndu-se la întrebările : De ce ordin sînt zecile ? Dar zecile de mii ? etc. sau la întrebările : Cum se numesc unităţile de ordinul 3 ? Dar cele de ordinul 6 ? etc. După aceea se şterge tabla şi se închid caietele, elevii răspunzînd la aceleaşi întrebări pe bază de memorie.

În încheiere se stabileşte corespondenţa convenţională dintre ordinul unităţilor şi sîrmele numărătorului cu bile, începînd de jos în sus. Acelaşi lucru pentru sîrmele verticale.

Pentru formarea noţiunii de *clasă* se reia tabelul cu ordinele unităţilor şi din observaţiile ce se fac în legătură cu denumirea unităţilor respective se trage concluzia că unităţile care intră în componenţa primelor 3 ordine sînt formate din unităţi, zeci şi sute de unităţi simple, cele care intră în componenţa următoarelor 3 ordine sînt formate din unităţi, zeci şi sute de mii, iar celelalte 3 ordine sînt formate din unităţi, zeci şi sute de milioane. În concluzie :

— primul grup de 3 ordine e format din unităţi simple ;

— al doilea grup de 3 ordine e format din mii ;

— al treilea grup de 3 ordine e format din milioane ;

Un astfel de grup de 3 ordine consecutive formează o *clasă*. Clasele se numerotează cu numere romane, după care urmează denumirea felului unităţilor şi indicarea ordinelor din care sînt formate. Astfel :

I. clasa unităţilor — formată din ordinele 1, 2, 3 ;

II. clasa miilor — formată din ordinele 4, 5, 6 ;

III. clasa milioanelor — formată din ordinele 7, 8, 9.

După repetarea în diferite feluri a claselor de numere, urmează sistematizarea cunoştinţelor privitoare la ordine şi clase, care se poate face prin prezentarea tabelului model cu numeraţia pe ordine şi clase şi copierea lui pe tablă şi pe caiete.

III Clasa milioanelor			II Clasa miilor			I Clasa unităţilor		
9 sute de milioane	8 zeci de milioane	7 milioane	6 sute de mii	5 zeci de mii	4 mii	3 sute	2 zeci	1 unităţi simple

e) *Formarea, scrierea şi citirea numerelor de mai multe cifre.* Avînd formate noţiunile de ordin şi clasă, elevii vor putea să urmărească fără dificultăţi şi să-şi însuşească scrierea numerelor de mai multe cifre, uti-

lizînd — pentru formarea numerelor — tabla cu cifre mobile și abacul de clasă cu orificii și fișe, iar pentru scrierea și citirea lor — tabelul de numerație.

Procedeul care trebuie urmat este cel indicat la formarea, scrierea și citirea numerelor de 3 cifre.

Ordinea exercițiilor de scriere a numerelor de mai multe cifre este următoarea :

a) Numere formate numai din cifre semnificative, și anume : întîi numere care cuprind primele două clase (a unităților și a miilor) : 3 867 ; 29 715 ; 514 836 ; apoi numere care cuprind primele trei clase (a unităților, a miilor și a milioanelor) : 4 817 496 ; 52 349 861 ; 274 836 947.

b) Numere care au la urmă zerouri (lipsesc unitățile din prima clasă, sau din primele două clase, acestea fiind înlocuite cu zerouri) : 8 000, 536 000 ; 9 000 000 ; 372 000 000 etc.

c) Numere care au zerouri în interior (lipsesc unitățile de anumite ordine) : 2 504 ; 30 408 ; 8 050 062 etc.

În ceea ce privește marcarea claselor, marcare necesară citirii numerelor, aceasta se face lăsînd spații libere între clase aproximativ egale cu spațiul ocupat de o cifră.

De asemenea, în ceea ce privește citirea numerelor de mai multe cifre, mai întîi se grupează unitățile în clase, începînd cu prima clasă, apoi se citește numărul pe clase, cu indicarea unităților din care este formată fiecare clasă. Exemplu :

— succesiunea cifrelor 461829364 ;

— gruparea ordinelor în clase 461 829 364 ;

— citirea pe clase : 461 milioane 829 mii 364.

Cu prilejul scrierii și citirii numerelor de mai multe cifre, este necesar să se întregească cunoștințele privitoare la semnificația cifrei zero, stabilindu-se că ea arată absența unităților de ordinul respectiv și că în citire nu se pronunță. De asemenea trebuie să se atragă mereu atenția elevilor asupra faptului că valoarea unei cifre depinde de locul pe care îl ocupă în scrierea numărului, de ordinul unităților pe care le reprezintă.

3. Operații cu numere de mai multe cifre

Considerații generale

Efectuarea operațiilor cu numere de mai multe cifre cunoaște două forme : calculul oral și calculul în scris. Prin calcul oral se înțelege calculul efectuat în minte cu arătarea prin grai, prin vorbire, a operațiilor

și procedeelor. Iar prin calcul în scris se înțelege calculul efectuat prin utilizarea unor procedee tehnice bazate pe scrierea într-un anumit fel a termenilor.

În viața de toate zilele și în procesul de producție, necesitatea calculului oral (mintal) este adeseori preponderentă față de cel în scris. În multe cazuri însă, din cauza numerelor mari sau din cauza complexității operațiilor, calculul oral devine dificil. În aceste cazuri intervine calculul în scris. Prin urmare, calculul în scris apare ca un procedeu mai ușor de efectuare a unui ansamblu de operații în cazurile în care calculul oral devine greoi. Această observație trebuie utilizată și din punct de vedere metodic în sensul că elevii trebuie să-și formeze deprinderi temeinice de calcul oral, să utilizeze acest calcul ori de cîte ori este posibil și să nu apeleze la calculul în scris decît pentru verificarea calculului oral și pentru efectuarea calculelor mai dificile. De aceea în alegerea formei de calcul trebuie să se respecte ca linii directoare următoarele principii :

— calculul oral precede pe cel în scris ;

— calculul oral se întrebuințează în toate cazurile în care el se poate face rapid, corect, cu economie de timp.

Iar ca procedeu de lucru trebuie să se respecte următoarele reguli :

— calculul oral începe cu unitățile de ordinul cel mai mare ;

— calculul în scris începe cu unitățile de ordinul cel mai mic (cu excepția împărțirii).

Oricare ar fi forma adoptată pentru efectuarea unui calcul, operația respectivă trebuie să se scrie pe tablă, pentru ca elevii să nu fie nevoiți a reține în memorie numerele care formează termenii sau factorii operației și să poată stabili cu ușurință componența acelor numere, evitîndu-se astfel confuziile și dibuirile. Fac excepție doar exercițiile utilizate în organizarea momentelor de calcul mintal propriu-zis.

În legătură cu înțelesul care se atribuie expresiilor *„calcul scris“* și *„calcul în scris“* sînt necesare următoarele precizări : prin calcul scris se înțelege forma de muncă utilizată în rezolvarea unor exerciții care constă în scrierea operațiilor și efectuarea lor în minte, iar prin calcul în scris se înțelege calculul care se bazează pe scrierea într-un anumit fel a termenilor sau factorilor unei operații și efectuarea ei prin procedee legate de această scriere.

Spre exemplu, operația 587+249=836 se efectuează prin calcul scris astfel : se scrie operația și se face calculul în minte, adunînd între ele unitățile de același ordin :

$$\begin{array}{r} 587+249=836 \\ \hline 500+200=700 \\ 80+\ 40=120 \\ 7+\ \ 9=\ 16 \\ \hline 700+120+16=836 \end{array}$$

iar pentru a se efectua calculul în scris, se scrie operația cu termenii „în rînd“, apoi „în coloană“, adunîndu-se întîi unitățile, apoi zecile și la urmă sutele, zecile

obținute la adunarea unităților adăugîndu-se la zeci, iar sutele obținute la adunarea zecilor adăugîndu-se la sute :

$$587+249=836$$

$$\begin{array}{r} 587+ \\ 249 \\ \hline 836 \end{array}$$

Pentru însușirea operațiilor aritmetice și pentru formarea deprinderilor de calcul, exercițiile trebuie să fie astfel alese încît succesiunea lor să țină seama de gradarea în ordine crescătoare a dificultăților. Astfel, în ceea ce privește cercul numerelor din care fac parte termenii unei operații, se rezolvă întîi exerciții cu numere de 3 cifre, apoi cu numere de 4 și mai multe cifre, iar în cadrul fiecărui cerc exercițiile se tratează de asemenea într-o ordine care să asigure creșterea treptată a dificultăților, stabilind în mod corespunzător cazurile pe care le prezintă fiecare operație, astfel încît elevii să fie supuși la eforturi a căror intensitate să se înscrie pe o linie mereu ascendentă.

Adunarea numerelor de mai multe cifre

Adunarea orală. Exercițiile de adunare care nu prezintă dificultăți deosebite se rezolvă numai oral. Aceste exerciții pot fi grupate în următoarele cazuri :

a) *Adunarea sutelor între ele :* $300+500$; $400+200$ etc. Efectuarea calculelor în cadrul acestei categorii de exerciții se bazează pe faptul că *sutele se adună ca și unitățile, ca și zecile.* Pentru a arăta aceasta, se utilizează cunoștințele anterioare ale elevilor : numărarea cu sutele, adunarea unităților sau a zecilor și se rezolvă mai multe exerciții din analiza cărora se stabilește procedeul respectiv.

b) *Adunarea sutelor cu zeci și unități.* Această categorie de exerciții cuprinde :

— adunarea la un număr de sute a unui număr de zeci : $500+40$; $300+80$ etc. ;

— adunarea la un număr de sute a unui număr format din zeci și unități : $500+47$; $300+82$ etc. ;

— adunarea la un număr de sute a unui număr format din unități : $500+7$; $300+2$ etc. ;

— adunarea la un număr format din sute și zeci a unui număr format din unități : $540+7$; $380+2$ etc.

c) *Adunarea la un număr format din sute și zeci a unui număr format din sute, sau din zeci, sau din sute și zeci, fără trecere peste ordin.* Exercițiile care aparțin acestei categorii sînt următoarele :

— adunarea la un număr de 3 cifre a unui număr format din sute : $370+200$; $375+200$; $305+200$;

— adunarea la un număr de 3 cifre a unui număr format din zeci : $730+20$; $735+20$;

— adunarea numerelor formate din sute și zeci, suma zecilor fiind mai mică sau egală cu 10 zeci : 520 + 340 ; 560 + 240.

Procedeele ce se aplică în efectuarea acestor cazuri de adunare se bazează pe procedeul general : adunarea unităților de același ordin între ele. Deci, se adună sutele cu sutele (cazul întîi), sau zecile cu zecile (cazul al doilea), sau sutele cu sutele și zecile cu zecile (cazul al treilea), cu observația că în ultimul caz se poate utiliza și un alt procedeu, care constă în adunarea la primul număr întîi a sutelor, apoi a zecilor celui de-al doilea. Deci, se pot aplica următoarele procedee :

520 + 340

500 + 300 = 800 20 + 40 = 60 800 + 60 = 860	520 + 300 = 820 820 + 40 = 860

d) *Adunarea la un număr format din sute și zeci a unui număr de zeci, sau a unui număr format din sute și zeci, cu trecere peste ordin la zeci.* Din enunț rezultă că această categorie cuprinde două feluri de exerciții :

— exerciții de adunare la un număr format din sute și zeci a unui număr format din zeci, cu trecere peste ordin, spre exemplu, 470 + 50, procedeele fiind :

I. Completarea la sute întregi a primului număr și adăugarea la rezultat a restului de zeci.

II. Adunarea zecilor între ele și apoi a rezultatului la sutele primului număr. Deci :

470 + 50

470 + 30 = 500 500 + 20 = 520	70 + 50 = 120 400 + 120 = 520

e) *Adunarea la un număr format din sute, zeci și unități a unui număr de unități fără trecere peste 10 ;* de exemplu : 472 + 6 și adunarea la un număr format din sute, zeci și unități a unui număr format

I. C. P. P. D. - FILIALA IAȘI
BIBLIOTECA

din zeci și unități fără trecere peste ordin ; de exemplu : 723+43, procedeele fiind cele cunoscute.

De asemenea, la anumite exerciții, paralel cu procedeele principale, se aplică și procedeul rotunjirii prin adaos sau prin lipsă, după caz, așa cum s-a arătat la paragraful respectiv.

Adunarea în scris. Exercițiile de adunare în scris se pot grupa în următoarele categorii :

— adunarea fără trecere peste ordin (cînd suma unităților nu se transformă în zeci, nici suma zecilor în sute) ;
— adunarea cu trecere peste ordin (cînd suma unităților se transformă în zeci și cînd suma zecilor se transformă în sute) ;
— adunarea numerelor care conțin zerouri.

Vom prezenta cîte un caz din fiecare categorie ;

a) *Adunarea numerelor formate din sute, zeci și unități.* Exemple : 526+341 ; 215+472 etc.

Înainte de a trece la stabilirea procedeului de adunare în scris a numerelor de 3 cifre, se efectuează întîi prin calcul mintal operația enunțată prin exercițiu sau rezultată din analiza unei probleme, scriindu-se toate cele patru operații auxiliare și numai după aceea se trece la prezentarea tehnicii calculului în scris, ale cărui avantaje devin astfel evidente.

Procedeul adunării în scris este următorul :

— se scrie operația în stînga cu termenii așezați în rînd ;
— se scriu termenii unul sub altul astfel ca să vină unități sub unități, zeci sub zeci, sute sub sute ;
— se trage linie dedesubt ;
— se adună pe coloane (unitățile de același fel între ele) de jos în sus și de la dreapta spre stînga.

Așa cum s-a mai spus, dealtfel, este indicat ca operațiile ce nu prezintă dificultăți deosebite și care au rol demonstrativ să fie efectuate întîi oral și apoi în scris, aceasta constituind o posibilitate de verificare a calculului. Astfel, în cazul primului exercițiu de mai sus avem :

Scrierea operației	*Calculul oral*	*Calculul în scris*
526+341=	500+300=800 20+ 40= 60 6+ 1= 7 800+ 60+ 7=867	526+ 341 867 } termeni (sumă (total).

Cu prilejul adunării în scris se introduc primele noțiuni teoretice privitoare la operații, și anume, denumirea de *termeni* pentru numerele care se adună și de *sumă* sau *total* pentru rezultatul adunării.

b) *Adunarea în scris cu trecere peste ordin* la o singură unitate (suma unităților, sau suma zecilor, sau a sutelor este 10 sau mai mare decît 10).

În cazul cînd suma unităţilor este 10, procedeul care se stabileşte, pe baza rezolvării unor exerciţii şi a analizei acestora este următorul : Dacă suma unităţilor este zece, atunci în coloana unităţilor se scrie zero, iar zecea obţinută se adună la zeci. Exemplu : 527+213.

În cazul cînd suma unităţilor este mai mare de 10, atunci se descompune această sumă în zeci şi unităţi, apoi se scriu unităţile în coloana unităţilor, iar zecile se adună la zeci. Exemplu : 527+215.

În cazul cînd trecerea peste ordin are loc la zeci (suma zecilor este egală sau mai mare decît 100) sau la sute (suma sutelor este egală sau mai mare decît 1 000) etc., procedeul este analog cu cel arătat mai sus.

c) *Adunarea în scris cînd termenii conţin zerouri (la urmă sau în interior).* Procedeul întrebuinţat în acest caz de adunare se bazează pe faptul că numărul zero are efect nul în adunare, adică adunarea la un număr oarecare a numărului zero lasă acel număr neschimbat. Pentru a deprinde pe elevi cu adunarea numerelor care conţin zerouri, indiferent de locul acestora, în primele lecţii li se cere să pronunţe şi să utilizeze şi cifra zero în adunare, dar apoi să pronunţe numai cifrele semnificative. Astfel, în adunarea : 2 000+5 400 elevii să spună la început : zero şi cu zero fac zero, scriem zero ; zero şi cu opt fac 8, scriem 8 ; 4 şi cu zero fac 4, scriem 4 ; 5 şi cu 2 fac 7, scriem 7 ; dar apoi să întrebuinţeze exprimarea prescurtată, adică să efectueze adunarea cifrelor de acelaşi ordin în minte şi să spună cu voce tare numai rezultatele acestor operaţii, respectiv cifrele care se scriu la sumă. Astfel în efectuarea operaţiei din exemplul de mai sus, elevul să spună cu voce tare : zero, opt, patru, şapte.

În efectuarea adunării în scris, exprimarea poate fi *completă*, cu arătarea felului unităţilor care se adună, şi *prescurtată*, adică fără arătarea acestor unităţi. Astfel, exprimarea completă în cazul adunării 485+279 este următoarea :

— 9 unităţi şi cu 5 unităţi fac 14 unităţi, adică o zece şi 4 unităţi ; scriem 4 unităţi sub unităţi, iar zecea o adunăm la zeci ;
— o zece şi cu 7 zeci fac 8 zeci şi cu 8 zeci fac 16 zeci, adică o sută şi 6 zeci ; scriem 6 zeci sub zeci, iar suta o adunăm la sute ;
— o sută şi cu 2 sute fac 3 sute şi cu 4 sute fac 7 sute, scriem 7 sute în coloana sutelor ;
— suma obţinută 764 ;

iar exprimarea prescurtată este următoarea :

— 9 şi cu 5 fac 14, scriem 4 (ţinem 1) ;
— 1 şi cu 7 fac 8 şi cu 8 fac 16, scriem 6 (ţinem 1) ;
— 1 şi cu 2 fac 3 şi cu 4 fac 7, scriem 7.

Pentru însuşirea conştientă a operaţiei de adunare se întrebuinţează la început exprimarea completă, dar treptat se renunţă la aceasta trecîndu-se la exprimarea prescurtată.

Scăderea numerelor de mai multe cifre

Considerații generale. Operația de scădere este mai grea decît adunarea atît prin procedeele de calcul pe care le utilizează, cît și prin procesul de gîndire mai profund pe care îl reclamă. La adunare, în cadrul procesului de gîndire, apare mai frecvent operația de compunere a unităților, de strîngere laolaltă a unităților de același ordin, de mărire a unui număr de unități cu alt număr de unități, iar la scădere apare operația de descompunere a unor unități, de desfacere în elementele sale componente a unui întreg, de micșorare a unui număr și de comparare prin diferență. În vederea însușirii temeinice a operației de scădere, este necesar ca elevilor să li se dezvăluie esența ei, legătura ei cu adunarea, adică faptul că scăderea este operația inversă adunării.

De asemenea trebuie reamintite toate procedeele de scădere stabilite și utilizate la numerele de o singură cifră și la cele de două cifre pentru a constitui elemente pregătitoare în înțelegerea noilor noțiuni.

Exercițiile de scădere orală se pot clasifica analog cu cele specificate la adunare, procedeele fiind și ele asemănătoare.

În studiul scăderii în scris, față de cea orală, intervin următoarele elemente noi :

— așezarea numerelor ;
— denumirea termenilor și a rezultatului ;
— proba scăderii ;
— extinderea la numerele de mai multe cifre a procedeelor stabilite la scăderea numerelor de 3 cifre.

În ceea ce privește așezarea numerelor, procedeul este identic cu cel de la adunarea în scris, diferă doar semnul operației.

Denumirea termenilor : descăzut, scăzător și rezultatul scăderii, rest sau diferență, se introduc odată cu efectuarea în scris a primelor exerciții.

Proba scăderii este prevăzută de programa școlară în clasa a II-a, în cadrul numerelor pînă la 100.

Dăm ca exemplu următoarele cazuri : a) *Scăderea cînd cifra unităților descăzutului este mai mică decît cifra respectivă a scăzătorului.* Exemple 572—328 ; 463—217 ; 695—439.

Procedeul constă în transformarea la descăzut a unei zeci în unități și se explică astfel :

— cifra unităților descăzutului este mai mică decît cifra unităților scăzătorului ;
— pentru ca scăderea unităților să fie posibilă, se ia o zece de la zecile descăzutului, se transformă în unități și se adaugă la unitățile descăzutului ;
— din numărul de unități obținute se scad unitățile scăzătorului.

Pentru ca elevii să înțeleagă și să rețină mai ușor procesul transformării unităților se obișnuiește să se scrie deasupra descăzutului numărul de zeci rămase și numărul de unități obținute, sau să se însemne cu un punct micșorarea numărului de zeci. Procedeul nu este contraindicat și dă rezultate bune, însă pe măsură ce elevii reușesc să efectueze mintal transformările respective, trebuie să se renunțe la acest procedeu.

De asemenea, deși calculul oral este mai dificil în cazul scăderii cu trecere peste ordin, totuși trebuie să se încerce efectuarea și a acestui calcul, scopul urmărit fiind triplu :

— consolidarea procedeelor cunoscute și însușirea unor noi procedee de calcul oral ;

— formarea în continuare a deprinderilor de calcul oral și mintal prin rezolvarea unor exerciții mai dificile ;

— compararea celor două procedee de calcul și stabilirea avantajelor pe care le prezintă calculul în scris față de cel oral în efectuarea scăderii cu trecere peste ordin.

Aspectul tablei în cazul rezolvării exercițiului 574—328 ar fi următorul :

Scrierea operației :	Calculul oral :	Calculul în scris :
574—328=246	500—300=200	574— descăzut
	74— 28= 46	328 scăzător
	200+ 46=246	246 rest (diferență).

b) *Scăderea cînd descăzutul are zerouri.* Acesta este cazul de scădere cel mai dificil, fapt pentru care trebuie tratat cu grijă, exercițiile rezolvîndu-se într-o ordine care să asigure gradarea progresivă a dificultăților. Astfel :

— scăderea cînd descăzutul are un zero la urmă : 380—246 ;
560—129 etc. ;

— scăderea cînd descăzutul are un zero în interior : 605—243 ; 902—537 etc. ;

— scăderea cînd descăzutul are două zerouri unul lîngă altul (la urmă sau în interior) : 800—327 ; 5 700—3 264 ; 900 468—527 314 etc.;

— scăderea cînd descăzutul are trei sau mai multe zerouri unul lîngă altul (la urmă sau în interior) : 5 000—2 836 ; 3 000 485—16 542; 8 000 000—315 647.

Cazul de scădere cînd descăzutul este format dintr-o cifră semnificativă urmată de zerouri prezintă cele mai mari dificultăți în special în ceea ce privește explicarea și justificarea procedeului, pentru că nu este suficient ca elevii să scrie sau să rețină faptul că în locul primului zero (cel din coloana unităților) se pune zece și în locul celorlalte zerouri cifra 9, iar cifra semnificativă va fi cu o unitate mai mică, ci trebuie să fie capabili să explice transformarea succesivă a unităților de

diferite ordine, de la unitatea de ordinul cel mai mare, reprezentată prin cifra semnificativă, pînă la ordinul unităților. Astfel în scăderea :

7 999 9910
8 000 000—
2 315 647
5 684 353

explicațiile privitoare la transformarea succesivă a unităților vor fi următoarele :

Se ia o unitate de ordinul milioanelor, deci un milion, care se transformă în zece sute de mii : 9 sute de mii rămîn la ordinul sutelor de mii (se scrie cifra 9 în coloana respectivă), iar o sută de mii se transformă în zece zeci de mii ; din acestea, 9 zeci de mii rămîn la ordinul zecilor de mii (se scrie 9 în coloana respectivă), iar o zece de mii se transformă în 10 mii ; din acestea, 9 mii rămîn la ordinul miilor, iar o mie se transformă în 10 sute ; din acestea, 9 sute rămîn la ordinul sutelor, iar o sută se transformă în 10 zeci, din care 9 zeci rămîn la ordinul zecilor, iar o zece se trece la unități ; deci, primul ordin, are 10 unități, celelalte ordine cîte 9 unități de ordinul respectiv, iar ordinul reprezentat prin prima cifră semnificativă este micșorat cu o unitate de acel ordin.

În toate cazurile de scădere trebuie să se urmărească formarea la elevi a tehnicii calculului, utilizîndu-se procedee raționale dintre cele mai simple. De aceea se va renunța treptat la explicații și calcul oral, adoptîndu-se calculul mintal și exprimarea prescurtată. Din cînd în cînd însă este necesar să li se ceară elevilor explicații asupra felului cum lucrează și asupra procedeelor pe care le folosesc, spre a se verifica baza rațională a procedeelor respective și a deprinderilor de calcul.

Noțiunile teoretice privitoare la denumirile termenilor scăderii și a rezultatului ei, care se introduc în clasa a II-a se completează cu *proba scăderii*. Aceasta se introduce întîi din necesitatea de a se verifica dacă scăderea a fost corect efectuată, dacă rezultatul obținut este bun și în al doilea rînd, pentru stabilirea procedeului de scădere prin adunare, deoarece proba scăderii se face adunînd restul cu scăzătorul (în acest caz restul este cunoscut), iar scăderea prin adunare se face căutînd numărul (restul) care adunat cu scăzătorul să dea pe descăzut (în acest caz restul nu este cunoscut).

Înmulțirea numerelor de 3 sau mai multe cifre

Considerații generale

În cadrul numerelor 1—100 s-au învățat înmulțirile numerelor de o singură cifră, precum și înmulțirea zecilor cu un număr de o singură cifră fără trecere peste sută.

În cadrul numerelor de 3 cifre și apoi al numerelor de mai multe cifre se studiază operația de înmulțire în ansamblu, cu toate particularitățile ei și cu toate cazurile pe care le prezintă.

Pentru ca elevii să-și poată însuși în condiții corespunzătoare operația de înmulțire, să pătrundă sensul ei, să-și formeze deprinderi temeinice

de calcul corect și rapid, este necesar să stăpînească la perfecție toate cunoștințele premergătoare înmulțirii numerelor de 3 sau mai multe cifre. Aceste cunoștințe sînt următoarele :

— tabla înmulțirii numerelor de o singură cifră ;

— numerația orală și scrisă a numerelor de mai multe cifre, cu deosebire formarea numerelor, compunerea și descompunerea lor în unități componente ;

— efectul numărului zero în cazul înmulțirii ;

— noțiunile teoretice elementare privitoare la denumirile factorilor și a rezultatului înmulțirii.

Apoi pentru a putea trece la înmulțirea în scris, elevii trebuie să aibă formate priceperi și deprinderi temeinice de calcul, să cunoască bine cazurile de înmulțire orală și să efectueze cu ușurință adunarea în scris, deoarece înmulțirea în scris utilizează adunarea ca operație auxiliară.

La fiecare caz de înmulțire este necesar să se stabilească o concluzie care să conțină ca elemente principale : cazul de înmulțire și procedeul. Această concluzie poate fi formulată ca o *explicație* a procedeelor întrebuințate, sau sub formă de *regulă*.

În ceea ce privește exprimarea în desfășurarea calculului în scris, este indicat să se întrebuințeze, mai ales la primele exerciții, atît exprimarea completă (cu denumirea unităților), cît și exprimarea prescurtată, asigurîndu-se astfel însușirea conștientă a tehnicii operației și realizîndu-se în același timp trecerea pe nesimțite de la calculul oral la cel în scris.

Înmulțirea orală

Programa școlară prevede pentru clasa a III-a, în cadrul numerelor pînă la 1 000, numai cazurile simple de înmulțire orală, și anume, *înmulțirea cu un număr de o singură cifră, a unui număr format din sute, din sute și zeci sau din sute, zeci și unități.*

Procedeele de înmulțire în aceste cazuri se bazează pe regulile stabilite la înmulțirea unităților și a zecilor. Astfel, înmulțirea 50×3 se scrie : 5 zeci $\times 3 = 15$ zeci, adică $50 \times 3 = 150$; sau înmulțirea 300×2 se scrie : 3 sute $\times 2 = 6$ sute, adică $300 \times 2 = 600$. Prin urmare, înmulțirea zecilor și a sutelor se reduce la înmulțirea unităților, regula fiind : zecile și sutele se înmulțesc ca și unitățile, dar la produs se adaugă un zero, respectiv două zerouri.

Succesiunea acestor exerciții de înmulțire orală este următoarea :

a) *Înmulțirea unui număr format din sute* cu un număr de o singură cifră, fără trecere peste mie. Exemple : 400×2 ; 200×3 ; 500×2 etc.

b) *Înmulțirea unui număr format din zeci* cu un număr de o singură cifră. Exemple : 70×4 ; 50×7 ; 80×5 ; 30×9 etc.

c) *Înmulțirea unui număr format din sute și zeci* cu un număr de o singură cifră. Exemple: 230×4; 310×3.

d) *Înmulțirea unui număr format din sute, zeci și unități* cu un număr de o singură cifră. Exemple: 424×2; 312×3; 212×4.

e) *Înmulțirea cu 10 a unui număr de două cifre.* Exemple: 74×10; 58×10. Odată cu primele exerciții scrise de înmulțire, se introduc noțiunile de deînmulțit, înmulțitor, factori și produs, ca denumiri ale numerelor care se înmulțesc și a rezultatului înmulțirii.

Dintre cazurile de înmulțire orală, cel mai important este cel de *înmulțire a unui număr format din sute, zeci și unități cu un număr de o singură cifră,* pentru că acesta constituie un exercițiu pregătitor pentru înmulțirea în scris, mai ales că unul din procedeele indicate pentru înmulțirea orală, anume înmulțirea pe rînd a sutelor, a zecilor apoi a unităților cu numărul dat și adunarea rezultatelor, este asemănător cu cel întrebuințat la înmulțirea în scris. Exemplu:

$312 \times 3 = 936$ pentru că $300 \times 3 = 900$; $10 \times 3 = 30$; $2 \times 3 = 6$ și

$900 + 30 + 6 = 936$.

În cazul înmulțirii unui număr format din sute și zeci se mai întrebuințează și un alt procedeu, care constă în transformarea numărului în zeci și apoi înmulțirea numărului de zeci obținut:

$320 = 32$ zeci; 32 zeci $\times 3 = 96$ zeci, adică $320 \times 3 = 960$.

Regula înmulțirii cu 10 a unui număr de două cifre constituie primul procedeu rațional de înmulțire rapidă prevăzut pentru clasele I—IV. Pe acest procedeu se vor baza apoi celelalte procedee, și anume, înmulțirea cu 100 și 1 000, sau cu orice număr format din cifra 1 urmată de zerouri, sau cu orice număr format dintr-o cifră oarecare urmată de zerouri.

Pentru stabilirea unei concluzii care să constituie regula înmulțirii unui număr cu 10, se studiază mai multe exemple din această categorie, efectuîndu-se înmulțirea în mod obișnuit, spre exemplu: 38×10.

$30 \times 10 = 300$

$8 \times 10 = 80$, deci $38 \times 10 = 380$,

apoi, pe baza metodei comparației, se constată că produsul (rezultatul) se deosebește de deînmulțit prin faptul că are un zero la urmă, ceea ce înseamnă că fiecare unitate a deînmulțitului a devenit de 10 ori mai mare, adică întreg numărul s-a mărit de 10 ori. Deci, prin înmulțirea cu 10 a numărului dat, i s-a adăugat acestuia un zero în partea dreaptă. Făcînd aceeași constatare în 3—4 sau mai multe cazuri și utilizînd operațiile de abstractizare și generalizare ale gîndirii, se formulează concluzia: *Un număr se înmulțește cu 10 adăugînd la dreapta lui un zero.*

În ceea ce privește exprimarea, aceasta trebuie să cuprindă toate procesele aritmetice care conduc la operația de înmulțire : luarea (repetarea) unui număr sau a unei cantități de cîteva ori, mărirea de cîteva ori, înmulțirea cu un număr, iar exercițiile trebuie să cuprindă și cazurile în care se cere să se afle unul din factori, cunoscînd produsul și celălalt factor.

Înmulțirea în scris

Operația de înmulțire în scris cuprinde o mare varietate de exerciții clasificate în diferite moduri. Astfel :

a) Ținînd seama de *cercul numerelor* în care se încadrează rezultatul operației, înmulțirea poate fi cu numere pînă la 1 000 sau de 3 cifre și cu numere de mai multe cifre.

b) *După numărul cifrelor înmulțitorului,* înmulțirea poate fi cu înmulțitorul de o singură cifră, de două cifre și de trei sau mai multe cifre.

c) *După dificultățile pe care le prezintă* feluritele cazuri de înmulțire, se pot deosebi : înmulțirea cînd produsul unităților de diferite ordine este mai mic decît 10, egal cu 10 sau cu zeci întregi și mai mare decît 10.

d) *Cazurile particulare* de înmulțire, legate de existența zerourilor în unul sau în ambii factori, la urmă sau în interior.

Ca exemple vom prezenta următoarele cazuri :

a) *Înmulțirea cu un număr de o singură cifră cînd fiecare produs rezultat din înmulțirea unităților de ordin respectiv ale deînmulțitului cu înmulțitorul este mai mic decît 10.* Exemple :

$$312 \times 3 \; ; \; 221 \times 4 \; ; \; 3\,423 \times 2 \text{ etc.}$$

În cazul exercițiilor de înmulțire din această categorie se urmărește nu atît însușirea unui procedeu de calcul, care este cunoscut deja de la înmulțirea orală, ci mai ales cunoașterea și însușirea elementelor tehnice ale operației de înmulțire, felul de așezare a factorilor și de efectuare a produsului, precum și reamintirea denumirilor factorilor și a rezultatului înmulțirii, cu sesizarea funcției pe care o îndeplinește fiecare factor al produsului. Prin urmare este necesar să se stăruie în formarea la elevi a deprinderilor de așezare a factorilor, deocamdată după regula așezării termenilor operațiilor de gradul I spre exemplu :

$312 \times 3 =$	$312 \times$
	3
$24\,134 \times 2 =$	$24\,134 \times$
	2

urmînd ca mai tîrziu să se introducă și să se utilizeze așezarea factorilor numai în rînd, iar produsul sub deînmulțit, pentru a se realiza economii

de spațiu și energie și pentru a pregăti trecerea la împărțire, unde termenii se așază de asemenea numai în rînd. E x e m p l u :

$$24\,134\times 2= \qquad \underline{24\,134\times 2}$$
$$48\,268$$

Pentru stabilirea unui procedeu de calcul în scris, se folosesc cunoștințele dobîndite la calculul oral, adică înmulțirea pe rînd a unităților de diferite ordine ale deînmulțitului cu înmulțitorul, însumînd apoi rezultatele. Trecîndu-se la efectuarea calculului în scris, se scoate în evidență superioritatea acestui calcul față de cel oral, prin faptul că produsul se obține direct, fără alte calcule intermediare. De asemenea se reamintește, se precizează și se aplică regulile stabilite la celelalte operații în ceea ce privește efectuarea calculului oral și a celui în scris. Anume :

— înmulțirea orală se face începînd cu unitățile de ordinul cel mai mare, în cazul nostru începînd cu sutele, urmînd apoi zecile și unitățile simple, obținîndu-se în felul acesta produsele corespunzătoare înmulțirii fiecărui ordin cu înmulțitorul, care apoi se însumează ;

— înmulțirea în scris se face începînd cu unitățile de ordinul cel mai mic, deci se înmulțesc întîi unitățile simple, apoi zecile și sutele (de la dreapta spre stînga), analog cu adunarea sau scăderea.

Cu utilizarea exemplului de mai sus, aspectul tablei ar fi următorul :

Scrierea operației :	Calculul oral :	Calculul în scris :
$312\times 3=936$	$300\times 3=900$	$312\times$ deînmulțit
	$10\times 3=\ 30$	3 înmulțitor
	$2\times 3=\ 6$	$\underline{936}$ produs.
	$900+30+6=936$	

În predarea unui anumit caz de înmulțire, primul exercițiu se rezolvă de către propunător, cu explicații și justificări complete și clare, făcînd astfel demonstrarea procedeului. Explicațiile și justificările sînt repetate de elevi și tot ei rezolvă în continuare exercițiile următoare, de asemenea cu explicații complete referitoare la cazul de înmulțire, scrierea operației, efectuarea calculului oral, așezarea numerelor pentru calculul în scris, efectuarea acestui calcul, denumirea rezultatului și a factorilor. În urma analizei exemplelor folosite în cursul lecției, se stabilește regula corespunzătoare, în cazul nostru regula privitoare la înmulțirea în scris cu un număr de o singură cifră.

În ceea ce privește exprimarea propunătorului și a elevilor în efectuarea calculului în scris, la primele exerciții aceasta trebuie să cuprindă ambele forme : exprimarea completă și exprimarea prescurtată, tehnică. Exprimarea completă constă în întrebuințarea limbajului corespunzător procesului de gîndire care are loc, deci cu

denumirea unităţilor, făcînd astfel legătura strînsă cu felul de exprimare în cazul calculului oral :

— 2 unităţi luate de 3 ori fac 6 unităţi, scriem 6 sub unităţi ;
— 1 zece luată de 3 ori fac 3 zeci, scriem 3 sub zeci ;
— 3 sute luate de 3 ori fac 9 sute, scriem 9 sub sute.

Exprimarea prescurtată, spre care trebuie să se tindă neîncetat, cu perseverenţă, de îndată ce există siguranţa că elevii şi-au însuşit în mod conştient procedeul de calcul respectiv, constă în redarea în cuvinte cît mai puţine a calculului, accentuîndu-se caracterul tehnic al acestuia :

— 3 ori 2 fac 6, scriem 6 ;
— 3 ori 1 fac 3, scriem 3 ;
— 3 ori 3 fac 9, scriem 9, rezultatul 936.

b) *Înmulţirea cu numere de două, trei sau mai multe cifre.* Particularitatea acestui caz de înmulţire constă în introducerea noţiunii de produs parţial, astfel că numai asupra acestui lucru este nevoie să se atragă atenţia elevilor în mod deosebit, stabilindu-se necesitatea înmulţirii cifrelor care reprezintă unităţile de diferite ordine ale deînmulţitului întîi cu cifra unităţilor înmulţitorului, apoi cu cifra zecilor şi aşa mai departe, obţinîndu-se un număr de produse parţiale egal cu numărul cifrelor înmulţitorului. De asemenea se stabileşte ca regulă că prima cifră a fiecărui produs parţial se aşază sub cifra corespunzătoare a înmulţitorului. Cu aceste indicaţii, prezentate şi motivate simplu, elevii reuşesc să înţeleagă şi să aplice cu uşurinţă procedeul, a cărui consolidare se obţine prin exerciţiile repetate care se rezolvă în continuare.

Împărţirea numerelor de trei sau mai multe cifre

Consideraţii generale. Operaţia de împărţire este cea mai dificilă dintre operaţiile aritmetice, datorită complexităţii ei, varietăţii cazurilor şi caracteristicilor pe care le prezintă, cît şi datorită faptului că utilizează simultan toate cele trei operaţii precedente. De aceea, studiul operaţiei de împărţire şi tratarea varietăţii cazurilor ei solicită o mai mare concentrare a eforturilor şi atenţiei elevilor, o bună orientare metodică a propunătorului şi o adevărată măiestrie din partea acestuia în prezentarea sub o formă simplă, accesibilă, a diferitelor cazuri, cu dozarea treptată şi cu grijă a dificultăţilor. Astfel fiind, principiul fundamental al didacticii : „de la uşor la greu, de la simplu la compus“ îşi are aplicarea cu deosebire în predarea împărţirii. Aceasta cu atît mai mult cu cît primele şi cele mai uşoare cazuri de împărţire se predau încă în clasa a II-a, odată cu cele cîteva noţiuni

elementare de teorie privitoare la denumirea termenilor împărțirii și a rezultatului ei.

În ceea ce privește exprimarea, aceasta devine dificilă în cazul împărțirii în scris, astfel că necesitatea exprimării complete, cu denumirea unităților, apare numai în măsura în care o reclamă însușirea conștientă a procedeelor. De aceea, de îndată ce elevii reușesc să pătrundă sensul împărțirii și încep să înțeleagă tehnica operației, trebuie să se stăruie mereu și cu o perseverență din ce în ce mai evidentă pentru formarea deprinderilor de calcul cu utilizarea mijloacelor tehnice proprii acestei operații și pentru cunoașterea variatelor particularități ale împărțirii în scris. Dealtfel, în cazul împărțirii, nu se poate vorbi de un anumit fel de exprimare completă, ca în cazul înmulțirii, deoarece această exprimare se confundă cu explicația amănunțită și justificarea procedeelor adoptate, astfel încît tendința spre o exprimare simplificată, spre o schematizare a procedeului de împărțire în scris trebuie să se manifeste de la primele exerciții ca o necesitate organică.

Clasificarea diferitelor cazuri de împărțire prezintă de asemenea dificultăți care nu pot fi înlăturate cu ușurință. Cea mai frecventă clasificare o constituie aceea care se referă la structura cifrică a împărțitorului, adică împărțirea la un număr de o singură cifră, împărțirea la un număr de două cifre etc., însă fiecare din aceste cazuri prezintă variante ce implică procedee speciale și tratare separată.

În general însă se poate preciza că cele mai importante cazuri se studiază în cadrul numerelor pînă la 1 000, urmînd ca procedeele stabilite la împărțirea numerelor de trei cifre să fie extinse asupra împărțirii numerelor de mai multe cifre și să se completeze cu noi cazuri ce apar în cadrul numerelor de orice mărime.

Împărțirea orală

Împărțirea orală cuprinde exerciții de *împărțire a unui număr format din sute întregi, a unui număr format din sute și zeci și a unui număr format din sute, zeci și unități* la un număr de o singură cifră, fiecare număr de sute, fiecare număr de zeci și fiecare număr de unități împărțindu-se exact prin împărțitor. Exemple:

300 : 3 ;	600 : 2 ;	800 : 4 ;	900 : 3 etc.
240 : 2 ;	960 : 3 ;	840 : 2 ;	840 : 4 etc.
246 : 2 ;	966 : 3 ;	846 : 2 ;	848 : 4 etc.

Procedeul pentru împărțirea sutelor se stabilește prin comparație cu împărțirea unităților și a zecilor, formulîndu-se observația corespunzătoare : sutele se împart ca și unitățile, ca și zecile.

Pentru împărțirea unui număr format din sute, zeci și unități se împart întîi sutele, apoi zecile și unitățile prin împărțitor, însumîndu-se rezulta-

tele. Procedeul se stabileşte prin aplicarea în acest caz a celor stabilite la împărţirea zecilor şi la împărţirea sutelor. E x e m p l e :

960 : 3=	848 : 4=
900 : 3=300	800 : 4=200
60 : 3= 20	40 : 4= 10
6 : 3= 2	8 : 4= 2
300+20+2=322	200+10+2=212.

Pentru clasa a III-a este prevăzută şi *împărţirea cu rest*. Întrucît elevii iau cunoştinţă pentru prima dată de cazul împărţirii incomplete, adică a împărţirii cu rest, iar experienţa arată că însuşirea acestor noţiuni întîmpină serioase dificultăţi, din cauză că necesită un mai înalt grad de pătrundere a sensului împărţirii şi ridicării gîndirii elevilor pe o treaptă mai înaltă de abstractizare, este necesar să se acorde suficientă atenţie acestei împărţiri, cu atît mai mult cu cît în continuare împărţirea cu rest este mai frecventă decît cea exactă, şi odată ce noţiunile sînt formate şi fixate, se vor putea întrebuinţa cu succes în rezolvarea cazurilor de împărţire cu resturi succesive.

Din aceste motive se recomandă procedee metodice cît mai apropiate de nivelul de înţelegere al elevilor, cît mai atractive şi mai concludente.

Primele exerciţii de împărţire cu rest trebuie să reprezinte formularea matematică a unor acţiuni ce se petrec în faţa elevilor, pe care le realizează elevii înşişi, făcînd constatări pe cazuri concrete şi extinzînd apoi aceste constatări la alte cazuri asemănătoare, concrete, semiconcrete sau abstracte. Spre exemplu, elevii sînt puşi să împartă 2 creioane la 2 elevi, să constate că împărţirea s-a făcut exact şi să scrie matematic concluzia : 2 : 2=1. Apoi să împartă 3 creioane la 2 elevi, să constate că fiecare elev primeşte cîte un creion, dar mai rămîne 1 creion, deci concluzia scrisă matematic este : 3 : 2=1 rest 1. În mod asemănător se va proceda în continuare cu împărţirea a 4, 5, 6... obiecte în două părţi egale, scriindu-se într-o coloană împărţirile exacte şi în altă coloană cele cu rest, astfel :

2 : 2=1	3 : 2=1, rest 1
4 : 2=2	5 : 2=2, rest 1
6 : 2=3	7 : 2=3, rest 1

şi aşa mai departe pînă la 10 sau chiar pînă la 20.

Analizîndu-se împărţirile scrise pe cele două coloane, se poate stabili cu uşurinţă că fiecare împărţire din prima coloană s-a făcut exact, deci toate acestea sînt *împărţiri exacte* şi fiecare împărţire din a doua coloană s-a făcut cu rest, deci toate acestea sînt *împărţiri cu rest*.

La fel se procedează cu împărţirile la 3 :

3 : 3═1	4 : 3═1, rest 1
6 : 3═2	5 : 3═1, rest 2
9 : 3═3	7 : 3═2, rest 1
12 : 3═4	8 : 3═2, rest 2

şi aşa mai departe, formulîndu-se concluzii asemănătoare, cu deosebirea că în cazul împărţirii la 3, resturile pot fi 1 sau 2 şi făcîndu-se constatarea că fiecare din aceste resturi este *mai mic* decît împărţitorul.

Se procedează în acelaşi fel cu împărţirea numerelor 4, 5, 6, 7, 8... la 4, a numerelor 5, 6, 7 . . . la 5 etc., chiar dacă pentru demonstrarea, scrierea şi stabilirea concluziilor privitoare la aceste exerciţii sînt necesare mai multe ore.

Pentru ca elevii să se deprindă de pe acum cu verificarea cifrei de la cît, este indicat ca la fiecare împărţire să se facă şi verificarea prin înmulţire, la împărţirile cu rest adăugîndu-se la produs restul. Spre exemplu :

7 : 3═2 rest 1, pentru că 2×3═6 şi cu 1 fac 7 sau 7═3·2+1.

Numai după ce elevii şi-au format în mod clar şi complet noţiunea de împărţire cu rest, spre deosebire de împărţirea exactă, se poate trece la împărţirea cu rest a unui număr format din zeci şi unităţi : 46 : 5, 27 : 8, 75 : 9 : apoi a unui număr format din sute, zeci şi unităţi : 785 : 2 ; 968 : 3 etc.

Împărţirea în scris

Cuprinde numeroase cazuri şi variate particularităţi. Vom prezenta ca exemplu *împărţirea unui număr de 3 sau mai multe cifre la un număr de o singură cifră şi anume cazul cînd unităţile de fiecare ordin ale deîmpărţitului se împart exact la împărţitor.* Exemplu : 693 : 3 ; 846 : 2 etc. Acest caz de împărţire se predă în clasa a III-a în cadrul numerelor pînă la 1 000. Prezintă importanţă din următoarele puncte de vedere :

— este primul caz de împărţire în scris şi deci cu ajutorul lui se introduc procedeele împărţirii în scris, procedee care sînt noi şi cu totul deosebite de cele întîlnite la celelalte operaţii ;

— este singurul caz de împărţire în scris care face legătura directă şi completă cu împărţirea orală, deoarece operaţia se poate efectua cu uşurinţă şi oral, cîtă vreme la toate celelalte cazuri următoare, calculul oral întîmpină dificultăţi, motiv pentru care în rezolvarea lor se renunţă treptat la calculul oral, pe măsură ce calculul în scris devine mai avantajos ;

— este singurul caz de împărțire în scris care nu prezintă nici un fel de particularități, astfel încît el oferă posibilitatea însușirii de către elevi a tehnicii împărțirii.

Pentru introducerea tehnicii împărțirii, se poate proceda în felul următor :

După ce s-a stabilit necesitatea efectuării unei operații din această categorie, spre exemplu 639 : 3, ori cu ajutorul unei probleme, ori dată direct ca exercițiu, se scrie operația în rînd, apoi se efectuează calculul oral cu scrierea operațiilor ajutătoare, după care elevii sînt anunțați că li se va arăta felul cum se face împărțirea în scris, stabilindu-se în primul rînd că împărțirea în scris se face ca și cea orală, împărțindu-se pe rînd unitățile deîmpărțitului începînd cu cele de ordinul cel mai mare, deci cu sutele și continuînd cu zecile și unitățile simple, dar așezarea operației este deosebită. Împărțitorul nu se mai așază sub deîmpărțit și nici cîtul, ci în rînd. Se trece apoi la efectuarea în scris a operației, utilizînd exprimarea completă, adică cu denumirea unităților : 6 sute împărțite în 3 părți egale fac 2 sute. Scriem la cît 2 și facem proba : 2 ori 3 fac 6. Scriem 6 sub sute, tragem linie, scădem și nu rămîne nimic. Deci, sutele s-au împărțit exact. Împărțim acum zecile, dar pentru aceasta le luăm separat, le coborîm și zicem : 3 zeci împărțite în 3 părți egale... etc. După ce procedeul împărțirii în scris este repetat de elevi, cu exprimarea completă, se trece la exprimarea prescurtată pe care o prezintă tot propunătorul și pe care de asemenea o repetă elevii. Exprimarea prescurtată este următoarea : 3 în 6 se cuprinde de 2 ori (se scrie 2 la cît), pentru că 2 ori 3 fac 6 (se scrie 6 sub sute), tragem linie, scădem și nu rămîne nimic (se trag două linioare) ; coborînd pe 3 ; 3 în 3 se cuprinde o dată (se scrie 1 la cît)... etc.

Cu efectuarea calculelor la acest exercițiu, tabla are următorul aspect :

Scrierea operației :
639 : 3 = 213

Calculul oral :
600 : 3 = 200
30 : 3 = 10
9 : 3 = 3
200 + 10 + 3 = 213

Calculul în scris :
639 : 3 = 213
6
= 3
3
= 9
9
=

După efectuarea a 3—4 împărțiri și după ce elevii au repetat procedeul la fiecare exercițiu și au explicat în cuvinte felul de lucru, se stabilește o concluzie care poate fi formulată astfel : *Împărțirea în scris,*

cînd fiecare cifră a deîmpărțitului se împarte exact la împărțitor se face ca și împărțirea orală, adică se împart pe rînd, la împărțitor, sutele, zecile și unitățile deîmpărțitului.

După ce elevii învață numerele de mai multe cifre, această regulă se extinde asupra numerelor de orice mărime, rezolvîndu-se mai întîi exerciții de împărțire a numerelor de mai multe cifre la un număr de o singură cifră, cînd fiecare cifră a deîmpărțitului se împarte prin împărțitor : 63 693 : 3, 88 448 : 4, 628 464 : 2, urmînd ca numai după aceea să se treacă la celelalte cazuri de împărțire.

Exercițiile din această categorie trebuie să asigure formarea la elevi a unor deprinderi temeinice de calcul, aceștia însușindu-și tehnica specifică operației de împărțire în condițiile unui stereotip dinamic, fiindcă numai în acest fel vor putea înțelege particularitățile pe care le prezintă celelalte cazuri.

Proba împărțirii. Dependența dintre termenii împărțirii și rezultatul ei.

Cu prilejul stabilirii tablei împărțirii numerelor pînă la 100, fiecare împărțire este pusă în legătură cu înmulțirea corespunzătoare : 24 : 6=4 pentru că 4×6=24, verificîndu-se o operație prin cealaltă. De asemenea, în efectuarea împărțirii în scris, fiecare cifră obținută la cît este verificată prin înmulțirea împărțitorului cu cifra respectivă, astfel încît elevii sesizează faptul că operațiile de înmulțire și împărțire sînt inverse, că una se verifică prin cealaltă.

Aplicînd această proprietate la exercițiile ce se rezolvă prin calcul mintal, în primul rînd la exercițiile din tabla împărțirii, apoi la exercițiile de împărțire a sutelor sau a sutelor și zecilor, se poate trece cu ușurință la aplicarea proprietății respective pentru verificarea exercițiilor de împărțire în scris, stabilindu-se separat regula pentru proba împărțirii exacte și separat pentru proba împărțirii cu rest. Exercițiile pentru efectuarea probei împărțirii trebuie să fie și ele orînduite după dificultățile pe care le prezintă, deci în ordinea cunoscută din studiul operației de împărțire și a cazurilor acesteia.

Pe baza procedeului stabilit pentru proba împărțirii, în care prin înmulțirea împărțitorului cu cîtul se obține deîmpărțitul (în cazul împărțirii exacte), se poate formula această proprietate ca regulă generală, stabilindu-se relația dintre termenii împărțirii și rezultatul ei : *deîmpărțitul se află înmulțind împărțitorul cu cîtul*, ceea ce se scrie prescurtat D : I=C, de unde, D=I×C, iar pentru împărțirea cu rest, *deîmpărțitul se află înmulțind împărțitorul cu cîtul și adunînd restul, adică* D : I=C, rest R, de unde D=I×C+R.

De asemenea, pe baza unor exerciții simple din rezolvarea cărora se constată că prin împărțirea deîmpărțitului la împărțitor se obține cîtul și prin împărțirea deîmpărțitului prin cît se obține împărțitorul, se stabilește și cea de a doua relație dintre termenii împărțirii și rezul-

tatul ei, şi anume : *împărţitorul se află împărţind deîmpărţitul prin cît* adică din relaţia D : I=C rezultă relaţia D : C=I.

Este folositor să se introducă încă în această etapă unele forme de scriere prescurtată a unor operaţii sau proprietăţi, mai ales cînd scrierea prescurtată corespunde exprimării în cuvinte a operaţiei respective, deoarece elevul îşi fixează mai bine în minte operaţia sau proprietatea, i se dezvoltă funcţiile de analiză, abstractizare şi generalizare ale gîndirii.

Fiecare din proprietăţile menţionate mai sus se stabilesc pe bază de exemple, începînd cu cele mai simple care tocmai datorită acestui fapt sînt mai uşor de înţeles, mai concludente, şi continuînd cu exerciţii mai grele, care cer mai multe calcule. Dacă exemplele întrebuinţate sînt uşoare în ceea ce priveşte efectuarea calculului, elevii îşi pot concentra atenţia asupra relaţiilor dintre termenii operaţiei, pot înţelege mai uşor aceste relaţii şi pot să formuleze cu mai mult succes proprietatea desprinsă din analiza exemplelor respective.

Dealtfel, încă din clasa a II-a elevii rezolvă exerciţii cu semne de întrebare, exerciţii în care se cere să se afle deîmpărţitul ? : 4=5 (adică ce număr împărţit la 4 fac 5 ?) sau să se afle împărţitorul 20 : ?=5 (20 împărţit la cît fac 5 ?), continuîndu-se cu exerciţii de un nivel mai ridicat. În clasele a III-a şi a IV-a se tratează aceste chestiuni din punct de vedere teoretic, stabilindu-se concluzii cu caracter general, valabile pentru oricare din cazurile particulare întîlnite.

Regulile de care s-a vorbit pînă aici precizează relaţiile dintre deîmpărţit şi cît, răspunzînd la întrebările : Cum se află deîmpărţitul cunoscînd împărţitorul şi cîtul ? Cum se află împărţitorul cunoscînd deîmpărţitul şi cîtul ?

Este necesar să se stabilească şi un alt tip de relaţii între deîmpărţit, împărţitor şi cît, anume, relaţiile care răspund la întrebările :

— ce se întîmplă cu cîtul dacă deîmpărţitul se măreşte sau se micşorează de un număr de ori ?

— ce se întîmplă cu cîtul dacă împărţitorul se măreşte sau se micşorează de un număr de ori ?

— ce se întîmplă cu cîtul dacă ambii termeni ai împărţirii se măresc sau se micşorează de acelaşi număr de ori ?

Aceste relaţii se stabilesc pe baza unor exemple astfel alese încît din analiza lor să rezulte concluzia respectivă.

Spre exemplu, în împărţirea 12 : 4=3, deîmpărţitul este 12, împărţitorul 4 şi cîtul 3. Mărind deîmpărţitul de două ori, se obţine împărţirea 24 : 4=6, în care cîtul a devenit de două ori mai mare.

Concluzia : Dacă s-a mărit deîmpărţitul de două ori, s-a mărit şi cîtul de acelaşi număr de ori.

La fel se procedează cu alte exerciţii, spre exemplu :

150 : 30=5

450 : 30=15, în care deîmpărţitul mărindu-se de 3 ori, cîtul s-a mărit de acelaşi număr de ori. Apoi :

2 236 : 43=52

13 416 : 43=312 în care deîmpărţitul mărindu-se de 6 ori, citul s-a mărit de acelaşi număr de ori.

Analizîndu-se exemplele, se constată aceeaşi proprietate : de cîte ori s-a mărit deîmpărţitul, de atîtea ori s-a mărit şi cîtul, de unde concluzia : Dacă deîmpărţitul se măreşte de un număr de ori, cîtul se măreşte de acelaşi număr de ori.

În mod analog se studiază celelalte cazuri de mărire sau micşorare a termenilor împărţirii, formulîndu-se în cuvinte concluziile corespunzătoare.

4. Ordinea operaţiilor

În clasele I—IV elevilor li se cere să rezolve, chiar din primele concentre, diferite exerciţii complexe, adică exerciţii care cuprind mai multe operaţii. Ordinea operaţiilor şi utilizarea parantezelor se învaţă în clasa a IV-a. De aceea înainte de a învăţa ordinea operaţiilor, exerciţiile complexe pe care le rezolvă elevii sînt astfel alcătuite încît operaţiile se efectuează corect în ordinea în care sînt scrise. Aceste exerciţii se prezintă sub mai multe forme, după operaţiile pe care le conţin :

— exerciţii care conţin operaţii de un singur fel, adică numai adunări sau numai scăderi etc. :

$3+2+4$	$3\times4\times2$
$8—2—5$	$18:3:2$

— exerciţii care conţin operaţii de acelaşi ordin, adică numai adunări şi scăderi, sau numai înmulţiri şi împărţiri :

$5+3—7$	$3\times6:2$
$9—6+4$	$12:3\times5$

— exerciţii care conţin operaţii de ordine diferite : înmulţiri sau împărţiri cu adunări sau scăderi :

$3\times3+8$	$14:2+9$
$6\times3—5$	$18:3—4.$

Rezolvînd astfel de exerciţii atît în clasa I cît şi a II-a, elevii se deprind cu efectuarea succesivă a operaţiilor, fără să se gîndească la faptul că s-ar putea pune problema existenţei unor anumite reguli în ceea

ce privește ordinea operațiilor. De aceea sarcina învățătorului constă în primul rînd în a arăta elevilor că nu întotdeauna este corect să se efectueze operațiile în ordinea în care sînt scrise. Pentru aceasta, utilizînd un exercițiu în rezolvarea căruia prin schimbarea ordinii operațiilor se obțin rezultate diferite, se scoate în evidență necesitatea stabilirii unor norme care să reglementeze ordinea operațiilor. Astfel, în exercițiul $5+3\times4$, dacă se efectuează întîi adunarea și apoi înmulțirea, se obține rezultatul 32, iar dacă se efectuează întîi înmulțirea și apoi adunarea, cum este corect, se obține rezultatul 17. De aici rezultă că întrebarea : „În ce ordine se efectuează operațiile ?“ este legitimă.

Dar pentru a se putea răspunde la această întrebare, este necesar să se clasifice operațiile aritmetice în două categorii :

— operații de ordinul I : adunarea și scăderea ;

— operații de ordinul II : înmulțirea și împărțirea.

După ce se lămuresc aceste lucruri, se pot enunța următoarele reguli :

a) Dacă într-un exercițiu toate operațiile sînt de același ordin, adică numai adunări și scăderi, sau numai înmulțiri și împărțiri, ele se efectuează în ordinea în care sînt scrise.

Exemple :

$$40+30-50+80-60-10=30$$

$$8\times5 : 4\times3=30.$$

b) Dacă un exercițiu cuprinde atît operații de ordinul I, cît și operații de ordinul II, atunci ordinea efectuării operațiilor este următoarea :

— întîi se efectuează operațiile de ordinul II, adică înmulțirile și împărțirile, în ordinea în care sînt scrise ;

— în al doilea rînd se efectuează operațiile de ordinul I, adică adunările și scăderile, de asemenea în ordinea în care sînt scrise. Exemplu :

$$12+7\times4-60 : 2+9\times5 : 3-20=$$

$$7\times4=28 \qquad 9\times5=45$$

$$60 : 2=30 \qquad 45 : 3=15$$

$$12+28-30+15-20=5.$$

Precizarea referitoare la efectuarea operațiilor de același ordin exprimată prin cuvintele „în ordinea în care sînt scrise“ este necesară deoarece comutativitatea unui șir de adunări și scăderi sau a unui șir de înmulțiri și împărțiri se învață mult mai tîrziu și nerespectarea acestei indicații constituie o sursă permanentă de greșeli.

Regulile enunțate mai sus se însușesc prin aplicarea lor în exerciții, iar acestea trebuie să utilizeze la început numere mici, astfel încît calculul să se poată face mintal și fără dificultăți, pentru ca atenția elevilor să fie orientată asupra aplicării regulilor privitoare la ordinea ope-

raţiilor şi nu asupra operaţiilor respective. În continuare trebuie să se treacă treptat la exerciţii care conţin numere mari şi combinaţii din ce în ce mai complicate.

Din punct de vedere metodic este indicat ca în exerciţiile care conţin operaţii de ordine diferite, după efectuarea operaţiilor de ordinul II să se scrie din nou exerciţiul, înlocuind operaţiile efectuate cu rezultatele obţinute, rămînînd prin urmare numai operaţii de gradul I, care apoi se efectuează şi ele conform regulilor stabilite. În acest fel sînt mai bine marcate cele două momente importante în succesiunea efectuării operaţiilor : întîi operaţiile de ordinul II, apoi cele de ordinul I. De asemenea, la primele exerciţii este bine să se indice prin numerotare ordinea operaţiilor pentru ca să se evite eventualele confuzii.

Aplicînd pe un exemplu toate aceste indicaţii, avem :

a) Exerciţiul cu indicarea ordinii operaţiilor de ordinul II :

$$\begin{matrix} & & \text{I} & & \text{II} & \text{III} & & \text{IV} & & \text{V} \\ 50 & - & 5 \times 7 & + & 80 & : 4 \times 3 & - & 9 \times 5 & + & 7 \times 10 = \end{matrix}$$

b) Efectuarea operaţiilor de ordinul II :

$$\begin{matrix} 5 \times 7 = 35 & \qquad & 9 \times 5 = 45 \\ 80 : 4 = 20 & & 7 \times 10 = 70 \\ 20 \times 3 = 60 & & \end{matrix}$$

c) Înlocuirea operaţiilor de ordinul II cu rezultatele obţinute şi scrierea exerciţiului din nou :

$$50 - 35 + 60 - 45 + 70 =$$

d) Efectuarea operaţiilor de gradul I şi scrierea rezultatului în exerciţiul dat :

$$\begin{matrix} 50 - 35 = 15 & \qquad & 75 - 45 = 30 \\ 15 + 60 = 75 & & 30 \times 70 = 100. \end{matrix}$$

5. Paranteze

Parahtezele se întrebuinţează pentru a modifica ordinea operaţiilor în cazurile în care apare această necesitate. Cele mai mult întrebuinţate sînt următoarele :

— paranteza mică sau rotundă (. . .)
— paranteza mare, dreaptă sau pătrată [. . .]
— paranteza acoladă { . . . }

Regulile după care se efectuează operaţiile în cadrul exerciţiilor cu paranteze sînt următoarele :

— întîi se efectuează operaţiile din interiorul parantezelor, apoi cele din afara lor ;

— desfacerea parantezelor are loc în ordinea gradului lor, adică întîi se desfac parantezele rotunde, apoi cele pătrate şi la urmă parantezele acolade (se poate proceda şi în ordinea inversă, dar apar dificultăţi care duc la greşeli frecvente) ;

— în interiorul unei paranteze se respectă ordinea operaţiilor.

Exemplu :

I III II IV

$$(5\,218-3\,472)\times(936-804):33=6\,984.$$

Parantezele sînt utile cu deosebire în exprimarea printr-o singură expresie aritmetică a operaţiilor pe care le comportă rezolvarea unei probleme.

6. Numere romane

Încă de cînd învaţă să scrie, elevii utilizează unele numere romane pentru indicarea pe manuale şi pe caiete a clasei, pentru indicarea lunilor în scrierea datei după calendar etc., însă această utilizare se limitează în cele mai multe cazuri la numerele I—V, rareori extinzîndu-se pînă la numerele X—XII. Prin urmare, elevii cunosc de timpuriu primele numere romane şi deprind scrierea şi întrebuinţarea lor, deşi abia în clasa a IV-a se tratează sistematic aceste numere.

În cadrul lecţiilor despre numerele romane, elevilor trebuie să li se facă cunoscute mai întîi *cifrele romane*, apoi *regulile de formare şi scriere a numerelor*.

Cifrele romane cu numerele care le corespund sînt următoarele :
Cifra I reprezintă numărul unu.
Cifra V reprezintă numărul cinci.
Cifra X reprezintă numărul zece.
Cifra L reprezintă numărul cincizeci.
Cifra C reprezintă numărul o sută.
Cifra D reprezintă numărul cinci sute.
Cifra M reprezintă numărul o mie.

Cu aceste cifre se scriu diferite numere, ţinînd seama de următoarea regulă : valoarea unui număr este egală cu suma cifrelor alăturate în ordine descrescătoare. Exemple :

— dacă se alătură cifrele V, X şi I, în ordine descrescătoare, adică XVI, se obţine numărul : $10+5+1=16$;

— dacă se alătură cifrele : I, I, V, X, X, X, L, C, în ordine descrescătoare, adică CLXXXVII, se obţine numărul :

$$100+50+10+10+10+5+1+1=187.$$

Excepţie de la această regulă fac numai numerele :

IV	4	XC	90
IX	9	CD	400
XL	40	CM	900

în care valoarea cifrei din stînga se scade din valoarea cifrei din dreapta adică :

4= 5— 1	90= 100— 10
9=10— 1	400= 500—100
40=50—10	900=1 000—100.

Capitolul III

Calculul mintal

1. Noțiuni de calcul mintal, calcul oral și calcul în scris

În clasa I și în prima jumătate a anului în clasa a II-a, pentru efectuarea operațiilor aritmetice și a tuturor calculelor în general se utilizează în mod exclusiv calculul mintal.

Prin calcul mintal se înțelege calculul care se efectuează în minte, în gînd, cu excluderea întrebuințării mijloacelor sau procedeelor tehnice ale calculului în scris sau ale diferitelor dispozitive : abac, numărător cu bile etc.

Noțiunea de calcul mintal cuprinde :

a) *Calculul mintal propriu-zis*, adică acel calcul în care se dă operația cu indicarea elementelor ei și se cere doar rezultatul, operația efectuîndu-se în minte, fără utilizarea de material didactic, fără repetarea operației și fără scrierea ei.

b) *Calculul oral sau vorbit*, adică acel calcul în care se repetă atît operația, cît și procedeele întrebuințate în efectuarea ei, în care se cer și se dau explicații, indiferent dacă se întrebuințează sau nu material didactic sau dacă se scriu sau nu operațiile de bază și cele auxiliare, fiind însă excluse procedeele tehnice ale calculului în scris.

Exercițiile de calcul mintal care se scriu pe tablă sau pe caiete se numesc *exerciții scrise*. În cazul acesta, scrierea exercițiilor nu constituie un procedeu de calcul, ci se face doar cu scopul de a pune în evidență diferitele etape ale calculului efectuate în minte în scopul reținerii rezultatelor sau al stabilirii procedeelor.

Prin *calcul în scris* sau prin efectuarea în scris a unor operații se înțelege calculul în care se întrebuințează anumite procedee scrise, anumite elemente de tehnică bazate pe scrierea operațiilor, cum sînt, spre exemplu, procedeele de adunare în scris a numerelor de mai multe cifre, care utilizează ca mijloc tehnic așezarea termenilor, astfel ca unitățile de același ordin să vină unele sub altele, iar ca procedeu bazat pe scriere, adunarea succesivă a unităților de același ordin între ele, începînd de la dreapta la stînga și de jos în sus.

Nu se poate face și nici nu se poate concepe o delimitare strictă și riguroasă a calculului în scris de cel mintal întrucît chiar dacă în calculul mintal nu se utilizează procedeele specifice calculului în scris, acesta din urmă nu se poate dispensa de calculul mintal, între cele două forme existînd o strînsă interdependență. De aceea calculul mintal constituie o etapă premergătoare și necesară pentru calculul în scris.

2. Importanța calculului mintal, formarea priceperilor și deprinderilor de calcul mintal

Cunoașterea procedeelor de calcul mintal, efectuarea cu ușurință, rapid și corect, a exercițiilor aritmetice prin formarea de priceperi și deprinderi de calcul prezintă importanță deosebită în ceea ce privește pregătirea multilaterală a elevului și formarea acestuia din punct de vedere matematic.

În primul rînd, calculul mintal, prin faptul că precede pe cel în scris, inițiază pe elev în cunoașterea diferitelor forme de calcul, îi pune la îndemînă o serie de procedee raționale pentru efectuarea calculelor, formîndu-i priceperile și deprinderile necesare trecerii la calculul în scris. De asemenea, cu ajutorul calculului mintal elevul își clarifică diferitele noțiuni matematice, își formează deprinderea de a integra aceste noțiuni în ansamblul de cunoștințe necesare rezolvării problemelor, își dezvoltă capacitatea de a efectua mintal și de a urmări procesele aritmetice care intervin în examinarea acestor probleme.

În al doilea rînd, practica vieții sociale, cu trebuințele sale zilnice și mai ales activitatea desfășurată în diferitele sectoare ale procesului de producție și de deservire a populației nu pot fi concepute fără utilizarea la fiecare pas a calculului matematic, cu deosebire a calculului mintal.

În al treilea rînd este incontestabilă contribuția imensă pe care o are calculul mintal în dezvoltarea facultăților mintale ale elevului, în special a memoriei, atenției și judecății, în disciplinarea proceselor de analiză și sinteză ale gîndirii, în formarea unor stereotipuri dinamice strict necesare pentru însușirea în continuare a cunoștințelor de matematică.

Activitatea prin care se introduc și se utilizează procedee noi și din ce în ce mai variate de calcul, ordonate pe o scară ascendentă în ceea ce privește gradul în care acestea solicită gîndirea, creează situatii în care elevul trebuie să apeleze mereu la resursele sale intelectuale pentru a efectua în minte, fără nici un fel de mijloace auxiliare, calculele care i se cer.

3. Locul calculului mintal în predarea aritmeticii, organizarea calculului mintal

Din faptul că în clasele I—IV cea mai mare parte din exerciții și probleme se rezolvă exclusiv prin calcul mintal și chiar după ce elevii învață calculul în scris, se folosește paralel și cel mintal, rezultă rolul predominant al calculului mintal.

Dar, după cum am văzut, calculul mintal cunoaşte două forme: calculul oral şi calculul mintal propriu-zis. În lecţiile de aritmetică se foloseşte în mod curent calculul oral, atît pentru rezolvarea exerciţiilor şi problemelor, cît şi pentru stabilirea diferitelor procedee de calcul, sau pentru repetarea şi aplicarea acestora, deoarece în toate cazurile amintite apare necesitatea unor *explicaţii* în scopul însuşirii conştiente a operaţiilor aritmetice şi a diferitelor procedee de calcul. În lecţiile de comunicare a cunoştinţelor, toate etapele lecţiilor bazate pe exerciţii sau pe exerciţii şi probleme utilizează în cea mai mare parte calculul oral, sub diferitele sale forme. Astfel, după modul cum sînt utilizate în lecţii, exerciţiile se pot clasifica în următoarele categorii :

a) *Exerciţii de calcul oral rezolvate cu propunătorul*, care constau în : comunicarea orală a exerciţiului, repetarea lui, efectuarea operaţiei în minte, arătarea procedeului de calcul şi anunţarea rezultatului.

E x e m p l u :

Propunătorul : Cît fac 32 şi cu 15 ?

Elevul : 32 şi cu 15 fac 47.

Propunătorul : Cum aţi socotit ?

Elevul : Am adunat zecile cu zecile, unităţile cu unităţile şi apoi am adunat între ele rezultatele obţinute, adică : 3 zeci şi cu o zece fac 4 zeci, 2 unităţi şi cu 5 unităţi fac 7 unităţi, 4 zeci şi cu 7 unităţi fac 47.

b) *Exerciţii scrise rezolvate cu propunătorul*, care constau în : comunicarea orală a exerciţiului şi scrierea lui, repetarea exerciţiului, efectuarea calculului în minte, anunţarea rezultatului şi scrierea acestuia. În cazul exerciţiilor scrise, de obicei se arată şi procedeul, scriindu-se chiar operaţiile corespunzătoare :

$$\begin{array}{r} 32+15=\\ \hline 30+10=40\\ 2+\ 5=\ 7\\ \hline 40+\ 7=47 \end{array}$$

Există însă şi posibilitatea ca procedeul să fie întrebuinţat numai mintal, fără scrierea operaţiilor intermediare, dîndu-se doar explicaţii orale.

c) *Exerciţii scrise rezolvate prin muncă independentă.* În cazul organizării unui moment de muncă independentă, li se prezintă elevilor exerciţiile, se citesc aceste exerciţii, apoi elevii le copiază şi le rezolvă fără nici un ajutor din afară, după care se citeşte rezolvarea exerciţiilor, cu explicaţii. Uneori li se poate cere elevilor să scrie şi operaţiile corespunzătoare procedeului întrebuinţat, alteori să scrie direct rezultatele pe baza calculului efectuat în minte, forma de muncă adoptată depinzînd de scopul pe care îl urmăreşte propunătorul prin rezolvarea exer-

cițiilor respective. În această categorie de exerciții se pot încadra și exercițiile date ca temă pentru acasă, deoarece procedeul de lucru este același.

Elevii pot lua cunoștință în diferite feluri de exercițiile pe care urmează să le rezolve, și anume :

— prin copierea exercițiilor din manual ;
— prin copierea exercițiilor de pe tablă ;
— prin dictarea de către propunător a exercițiilor ;
— prin distribuirea unor foi de hîrtie pe care se află scrise exercițiile respective.

Calculul oral este specific cu deosebire lecțiilor de comunicare de cunoștințe, în care elevii învață noi procedee de calcul, dar se întrebuințează pe scară largă și în lecțiile de consolidare a cunoștințelor, în care elevii repetă prin exerciții orale sau scrise procedeele stabilite în orele precedente.

Pentru formarea deprinderilor de aplicare a unor anumite reguli, sau pentru consolidarea unor anumite procedee, precum și pentru însușirea îndemînării necesare calculului rapid, se utilizează în mod frecvent *calculul mintal propriu-zis*. Acesta constă în comunicarea printr-un mijloc oarecare a exercițiilor, efectuarea mintală a operațiilor și anunțarea doar a rezultatelor. Spre deosebire de calculul oral, în cazul calculului mintal propriu-zis nu se repetă exercițiul și nu se cere arătarea procedeului, astfel că vorbirea se reduce la comunicarea exercițiilor de către propunător — dacă aceasta se face prin mijloace verbale — și anunțarea de către elevi a rezultatelor. Comunicarea exercițiilor se poate face cu ajutorul unor planșe sau al unor tabele numerice, precum și cu ajutorul figurilor geometrice, propunătorul indicînd exercițiile, iar elevii rezolvîndu-le mintal. Sînt cazuri cînd elevii nu anunță verbal nici rezultatele, ci le scriu pe caiete sau pe foi de hîrtie, acestea fiind strînse apoi de către propunător pentru verificare.

Calculul mintal propriu-zis face parte integrantă din structura *lecțiilor de consolidare a cunoștințelor*, constituind una din formele de muncă utilizate în aceste lecții. În ceea ce privește *lecțiile de comunicare a cunoștințelor*, calculul mintal poate fi plasat în mod diferit :

— ori în cadrul momentului de fixare a cunoștințelor, ca formă de muncă cu ajutorul căreia elevii își clarifică și își fixează noțiunile dobîndite în cursul lecției ;

— ori în cadrul primei părți a lecției, și anume, după momentul verificării cunoștințelor și înainte de discuțiile pregătitoare.

De asemenea, calculul mintal propriu-zis poate fi utilizat în unele lecții de comunicare a cunoștințelor atît în prima parte a acesteia, cît și în cadrul momentului rezervat fixării cunoștințelor.

Prin calculul mintal propriu-zis se urmărește cu deosebire formarea la elevi a unor deprinderi temeinice de calcul rapid și corect. De aceea *ritmul* în care se desfășoară această formă de muncă este diferit, tre-

cîndu-se treptat de la un ritm lent în primele lecţii, la un ritm din ce în ce mai vioi, reuşindu-se în acest fel să se realizeze uneori performanţe de-a dreptul uimitoare, datorită antrenamentului susţinut la care propunătorul îşi supune elevii.

În ceea ce priveşte tehnica desfăşurării exerciţiilor de calcul mintal propriu-zis, aceasta diferă de la caz la caz, după natura exerciţiilor care se rezolvă şi formele sub care sînt prezentate. Dar oricare ar fi forma adoptată, propunătorul trebuie să dea în prealabil indicaţii detaliate şi suficiente în legătură cu organizarea şi desfăşurarea calculului, astfel încît pe parcurs să nu fie nevoie de reveniri sau lămuriri suplimentare care ar deruta pe elevi, sau le-ar orienta atenţia spre amănunte nesemnificative.

Întrucît desfăşurarea calculului mintal solicită într-un grad înalt gîndirea elevilor, reclamînd din partea acestora un efort mintal de mare intensitate, activitatea respectivă trebuie limitată în timp, astfel ca să nu depăşească posibilităţile elevilor şi să nu slăbească interesul acestora. De aceea se apreciază că activitatea de calcul mintal propriu-zis nu poate să depăşească 5 minute, durata cea mai potrivită fiind de 2—4 minute, ceea ce depinde în primul rînd de ritmul în care se desfăşoară această formă de muncă şi dificultăţile pe care le prezintă exerciţiile.

4. Procedee de calcul mintal

Formarea deprinderilor de calcul mintal este condiţionată nu numai de utilizarea judicioasă a acestui calcul şi în împrejurări cît mai variate, ci mai ales de cunoaşterea şi utilizarea procedeelor raţionale de calcul. Trebuie să se considere nepotrivit ca anumite operaţii simple, cum ar fi dublarea unui număr oarecare, sau înmulţirea cu 25 a unui număr de o cifră şi chiar de două cifre să fie efectuate în scris, din moment ce se cunosc procedee cu ajutorul cărora se pot efectua mintal aceste calcule şi în mod rapid. Interesant este faptul că în viaţa de toate zilele, datorită deprinderilor formate din necesităţile practice, se întrebuinţează unele procedee raţionale de calcul, mai ales în legătură cu mînuirea banilor, dar pe care şcoala nu întotdeauna le încurajează şi nu le întrebuinţează în măsură suficientă.

În ceea ce priveşte procedeele de calcul mintal, ele se pot clasifica în două categorii :

Procedee generale care se aplică oricăror numere şi se bazează pe compoziţia zecimală a numerelor şi pe proprietăţile generale ale operaţiilor aritmetice. Aceste procedee au fost prezentate cu prilejul studierii diferitelor operaţii aritmetice.

Procedee speciale care se aplică numai unor anumite numere, cu o structură specială și se bazează pe relațiile aritmetice particulare ce pot fi stabilite între acele numere.

Există o mare varietate de procedee speciale, unele avînd o sferă mai restrînsă, altele mai largă. Cele mai cunoscute sînt următoarele :

a) *Procedeul rotunjirii numerelor.* Acesta constă în adăugarea sau neglijarea unor unități pentru a obține zeci întregi, sute întregi ș.a.m.d. operațiile devenind astfel mai simple, mai ușor de efectuat. Exemple :

— pentru adunare :

$397+299=(400-3)+(300-1)=400+300-3-1=700-4=696$
$402+301=(400+2)+(300+1)=400+300+2+1=700+3=703$;

— pentru scădere :

$698-297=(700-2)-(300-3)=700-300-2+3=400+1=401$
$502-204=(500+2)-(200+4)=500-200+2-4=300-2=298$;

— pentru înmulțire :

$60\times18=60\times(20-2)=60\times20-60\times2=1\,200-120=1\,080$
$60\times21=60\times(20+1)=60\times20+60\times1=1\,200+60=1\,260$;

— pentru împărțire :

$894:3=(900-6):3=900:3-6:3=300-2=298$
$906:3=(900+6):3=900:3+6:3=300+2=302.$

b) *Procedeul bazat pe proprietatea comutativității adunării sau înmulțirii.* În virtutea acestei proprietăți se pot stabili următoarele reguli :

— în cazul adunării, la numărul mai mare se adaugă numărul mai mic ;

— în cazul înmulțirii, se trece ca deînmulțit numărul de mai multe cifre ;

— se schimbă ordinea termenilor sau a factorilor ori de cîte ori calculul poate fi ușurat.

Exemple :

$24+37+16+43=(24+16)+(37+43)=40+80=120$
$4\times18\times25=4\times25\times18=100\times18=1\,800$
$2\times9\times15=2\times15\times9=30\times9=270.$

Dacă din textul unei probleme rezultă că trebuie să se efectueze operația $3\,712+54\,246$, atunci ea se va efectua adăugînd la numărul mai mare pe cel mic, adică la unitățile de diferite ordine ale numărului 54 246 se vor adăuga unitățile de ordin corespunzător ale numărului 3 712, deci :

$$\begin{aligned} 4\,000+3\,000&=7\,000\\ 200+\ 700&=\ 900\\ 40+\ 10&=\ 50\\ 6+\ 2&=\ 8\\ \hline 50\,000+7\,000+900+50+8&=57\,958. \end{aligned}$$

Din textul problemei : „Pentru trebuințele unui cămin de copii s-au procurat 205 m pînză cu 8 lei metrul, să se afle suma plătită“ rezultă că trebuie să se efectueze înmulțirea $8\text{ lei}\times205$ (prețul unui metru de pînză, adică 8 lei, este numărul care se repetă ca termen al adunării, deci 8 se repetă de 205 ori). Atunci pentru efectuarea operației se aplică proprietatea comutativității înmulțirii, luîndu-se numărul 205 ca deînmulțit și numărul 8 ca înmulțitor, calculul mintal fiind următorul :

$$205\times8=(200+5)\times8=200\times8+5\times8=1\,600+40=1\,640.$$

c) *Procedeul înmulțirii succesive.* Acest procedeu constă în descompunerea în factori a înmulțitorului și apoi înmulțirea deînmulțitului în mod succesiv cu factorii obținuți.

Exemple:

$18 \times 4 = 18 \times 2 \times 2 = 36 \times 2 = 72$
$23 \times 6 = 23 \times 2 \times 3 = 46 \times 3 = 138$
$27 \times 8 = 27 \times 2 \times 2 \times 2 = 54 \times 2 \times 2 = 108 \times 2 = 216.$

d) *Procedeul împărțirii succesive.* Constă în descompunerea în factori a împărțitorului și apoi împărțirea în mod succesiv a deîmpărțitului prin factorii obținuți.

Exemple:

$240 : 8 = 240 : (2 \times 2 \times 2) = 120 : (2 \times 2) = 60 : 2 = 30$
$78 : 6 = 78 : (2 \times 3) = 39 : 3 = 13$
$210 : 15 = 210 : (3 \times 5) = 70 : 5 = 14.$

e) *Procedeele de înmulțire cu 5, cu 25 sau cu 50.* Aceste procedee se bazează pe următoarele reguli:

Pentru a înmulți un număr cu 5, se înmulțește acel număr cu 10 și rezultatul se împarte la 2 sau dacă numărul dat este cu soț se împarte acel număr prin 2 și rezultatul se înmulțește cu 10. Explicația procedeului este simplă.

Exemple:

1) $12 \times 5 = 12 \times 10 : 2 = 120 : 2 = 60$
sau $12 \times 5 = 12 : 2 \times 10 = 6 \times 10 = 60$
2) $38 \times 5 = 38 \times 10 : 2 = 380 : 2 = 190$
sau $38 \times 5 = 38 : 2 \times 10 = 19 \times 10 = 190$
3) $63 \times 5 = 63 \times 10 : 2 = 630 : 2 = 315$

Pentru a înmulți un număr cu 25, se înmulțește acel număr cu 100 și rezultatul se împarte la 4, sau dacă numărul dat este divizibil cu 4, se împarte acel număr la 4 și rezultatul se înmulțește cu 100.

Exemple:

1) $24 \times 25 = 24 \times 100 : 4 = 2\,400 : 4 = 600$
sau $24 \times 25 = 24 : 4 \times 100 = 6 \times 100 = 600$
2) $34 \times 25 = 34 \times 100 : 4 = 3\,400 : 4 = 850.$

Pentru a înmulți un număr cu 50, se înmulțește acel număr cu 100 și rezultatul se împarte la 2, sau dacă numărul dat este cu soț, se împarte acel număr prin 2 și rezultatul se înmulțește cu 100.

1) $26 \times 50 = 26 \times 100 : 2 = 2\,600 : 2 = 1\,300$
sau $26 \times 50 = 26 : 2 \times 100 = 13 \times 100 = 1\,300$
2) $37 \times 50 = 37 \times 100 : 2 = 3\,700 : 2 = 1\,850.$

f) *Procedeele de împărțire cu 5, 25 sau 50.* Aceste procedee se bazează pe următoarele reguli:

Pentru a împărți un număr prin 5 se împarte acel număr prin 10 și rezultatul se înmulțește cu 2 sau se înmulțește acel număr cu 2 și rezultatul se împarte prin 10.

Exemple:

1) $290 : 5 = 290 : 10 \times 2 = 29 \times 2 = 58$
sau $290 : 5 = 290 \times 2 : 10 = 580 : 10 = 58$
2) $185 : 5 = 185 \times 2 : 10 = 370 : 10 = 37.$

Pentru a împărți un număr prin 25 se împarte acel număr prin 100 și rezultatul se înmulțește cu 4 sau se înmulțește acel număr cu 4 și rezultatul se împarte prin 100.

Exemple:

1) $700 : 25 = 700 : 100 \times 4 = 7 \times 4 = 28$

sau $700 : 25 = 700 \times 4 : 100 = 2\,800 : 100 = 28$

2) $725 : 25 = 725 \times 4 : 100 = 2\,900 : 100 = 29.$

Pentru a împărți un număr prin 50 se împarte acel număr prin 100 și rezultatul se înmulțește cu 2, sau se înmulțește acel număr cu 2 și rezultatul se împarte prin 100.

Exemple:

1) $900 : 50 = 900 : 100 \times 2 = 9 \times 2 = 18$

sau $900 : 50 = 900 \times 2 : 100 = 1\,800 : 100 = 18$

2) $850 : 50 = 850 \times 2 : 100 = 1\,700 : 100 = 17.$

g) *Procedeul înmulțirii cu 9.* Înmulțirea mintală a unui număr cu 9 se face astfel : se înmulțește acel număr cu 10 și din rezultat se scade o dată numărul dat.

Exemple:

$28 \times 9 = 28 \times (10 - 1) = 28 \times 10 - 28 = 280 - 28 = 252$

sau $75 \times 9 = 75 \times (10 - 1) = 75 \times 10 - 75 = 750 - 75 = 675.$

h) *Procedeul înmulțirii cu 11.* Înmulțirea mintală a unui număr cu 11 se face astfel : se înmulțește acel număr cu 10 și la rezultatul obținut se adaugă o dată numărul dat.

Exemple:

$28 \times 11 = 28 \times (10 + 1) = 28 \times 10 + 28 = 280 + 28 = 308$

$75 \times 11 = 75 \times (10 + 1) = 75 \times 10 + 75 = 750 + 75 = 825.$

Observație. Regulile specificate mai sus se pot deduce cu elevii prin analiza unor exemple concludente, aplicîndu-se apoi în toate cazurile ce se întîlnesc.

i) *Alte procedee speciale.* În unele cazuri particulare, operațiile se pot efectua prin anumite procedee cu totul speciale, care au fost descoperite sau stabilite pe bază de observații și experiență.

Unul din aceste procedee se referă la înmulțirea unui număr de două sau trei cifre cu 11. Această înmulțire se poate efectua cu ușurință ținînd seama că produsul ce se obține este un număr de cel puțin 3 cifre, dintre care prima cifră și cea de-a treia sînt cifrele numărului dat, iar cifra a doua este formată din suma cifrelor acelui număr.

Exemple: $12 \times 11 = 132$
$23 \times 11 = 253$
$40 \times 11 = 440$

Motivare :

$$\begin{array}{r} 23 \times 11 \\ \hline 23 \\ 23 \\ \hline 253 \end{array}$$

În cazul cînd suma cifrelor numărului este mai mare de 9, zecile acestei sume se adaugă la sute, iar unitățile ei se scriu în locul zecilor.

Exemple: $46\times11=506$
$75\times11=825$

Motivare: $\frac{75\times11}{75}$

$\frac{75}{825}$

5. Exerciții de calcul mintal

Exercițiile de calcul mintal pot fi în general clasificate în două categorii :

— exerciții simple — care cuprind o singură operație ;
— exerciții compuse — care cuprind două sau mai multe operații de același fel, de același grad sau de grade diferite.

Formele sub care se prezintă aceste exerciții sînt de o mare varietate, astfel că din acest punct de vedere ele nici nu pot fi încadrate în anumite categorii limitative. Varietatea formelor este însă necesară atît pentru a stîrni și a menține mereu treaz interesul elevilor în rezolvarea exercițiilor, cît și pentru dezvoltarea proceselor de gîndire, de formare a unor noi legături temporare în scoarța cerebrală, de stabilire a unor stereotipuri dinamice, deoarece dacă în prima fază operațiile aritmetice se efectuează prin procese de gîndire și calcul, în faza a doua operațiile fundamentale : tabla adunării și scăderii numerelor pînă la 20, tabla înmulțirii și împărțirii numerelor pînă la 100, procedeele mai importante de calcul mintal etc. trebuie să se efectueze pe baza unor procese de memorie și a deprinderilor formate prin repetarea necontenită a acestor operații și procedee.

Exercițiile simple se pot prezenta sub următoarele forme :

a) Exerciții simple în care se indică operația ce urmează a fi efectuată cu numerele date. Exemple :

— adunați numerele 9 și 7 ;
— scădeți numărul 6 din numărul 14 ;
— înmulțiți numărul 27 cu 3 ;
— împărțiți numărul 46 la 2.

b) Exerciții simple în care se cere să se mărească sau să se micșoreze un număr cu cîteva unități sau de cîteva ori, elevii urmînd ca pe baza unor procese de gîndire să stabilească întîi operația corespunzătoare și apoi să efectueze această operație. Exemplu :

— măriți numărul 9 cu 7 unități ;
— micșorați numărul 14 cu 6 unități ;
— măriți numărul 27 de 3 ori ;
— micșorați numărul 46 de 2 ori.

c) Exerciţii simple în care se denumeşte rezultatul operaţiei ce urmează a se efectua asupra numerelor date. Exemple :

— faceţi suma numerelor 9 şi 7 ;
— faceţi diferenţa numerelor 14 şi 6 ;
— aflaţi produsul numerelor 27 şi 3 ;
— aflaţi cîtul numerelor 46 şi 2.

Exerciţiile simple prezentate sub această ultimă formă solicită mai mult gîndirea elevilor decît cele în care operaţia este indicată în mod direct, deoarece mintea copilului trebuie să găsească întîi operaţia corespunzătoare şi să se fixeze asupra acestei operaţii, pe baza procesului de asociaţie stabilit între cele două noţiuni : operaţia şi denumirea rezultatului ei şi apoi să efectueze calculul respectiv.

d) Exerciţii de stabilire a grupărilor posibile pentru unităţile unui anumit număr dat. Spre exemplu, grupările posibile pentru unităţile numărului 48 sînt : $1+47$, $2+46$,..., $12+36$,..., $47+1$. Toate aceste grupări pot fi spuse pe rînd, dar calculul devine mai interesant, antrenează mai mult pe copii şi solicită gîndirea într-o măsură mai mare dacă propunătorul enunţă unul din termenii grupării, iar elevii îl găsesc pe celălalt. Spre exemplu :

— propunătorul : 15 ; elevii : 33
— „ 26 „ 22 etc.

Această categorie de exerciţii mai poartă denumirea de calcul prin completare.

e) Exerciţii simple de înmulţire cu un factor constant sau cu produsul constant. Spre exemplu, pentru cazul cînd unul din factori este 8, elevii spun toate înmulţirile numărului 8, inclusiv 8×11, 8×12. Dacă produsul este constant, spre exemplu : 36, elevii spun toate perechile de numere al căror produs este 36 : 6×6, 4×9, 12×3, 18×2.

f) Exerciţii simple formulate cu ajutorul tabelelor numerice. Acestea pot fi cu operaţii de un singur fel, spre exemplu, numai adunări sau numai scăderi etc., semnul operaţiei respective fiind pus între cele două tabele, sau cu operaţii diferite, în acest caz semnele de operaţie fiind puse între fiecare pereche de numere (fig. 8).

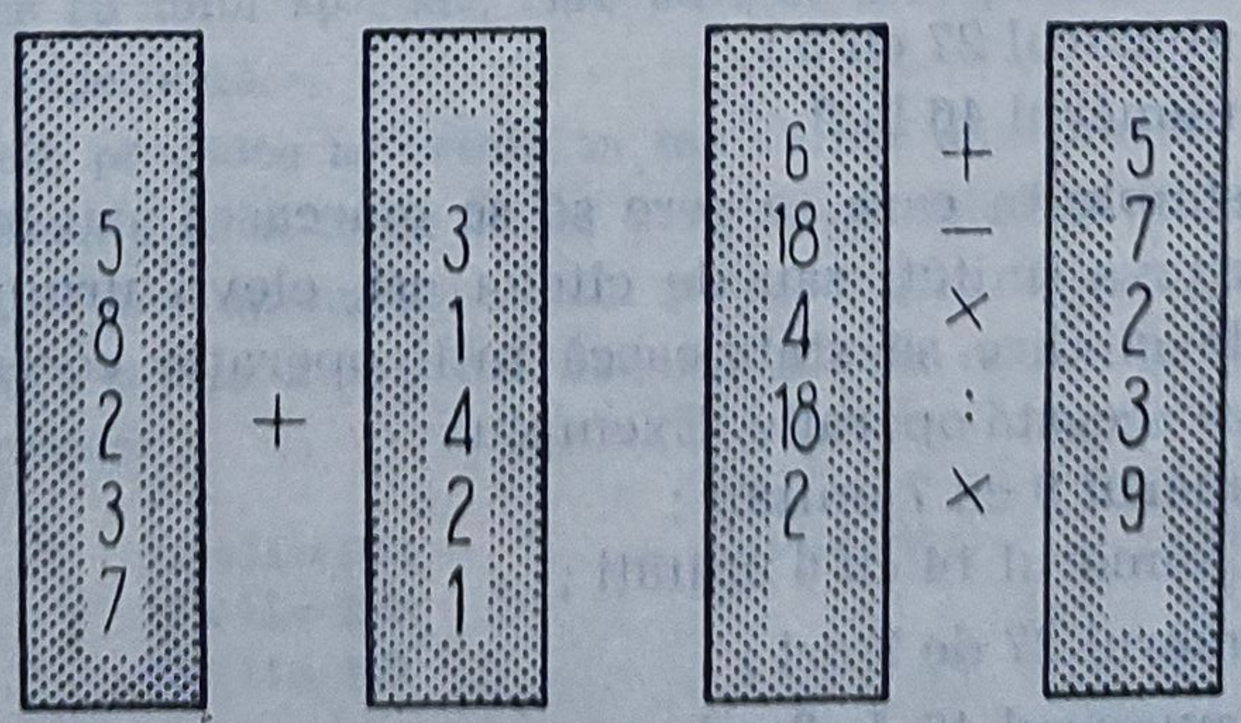


Fig. 8

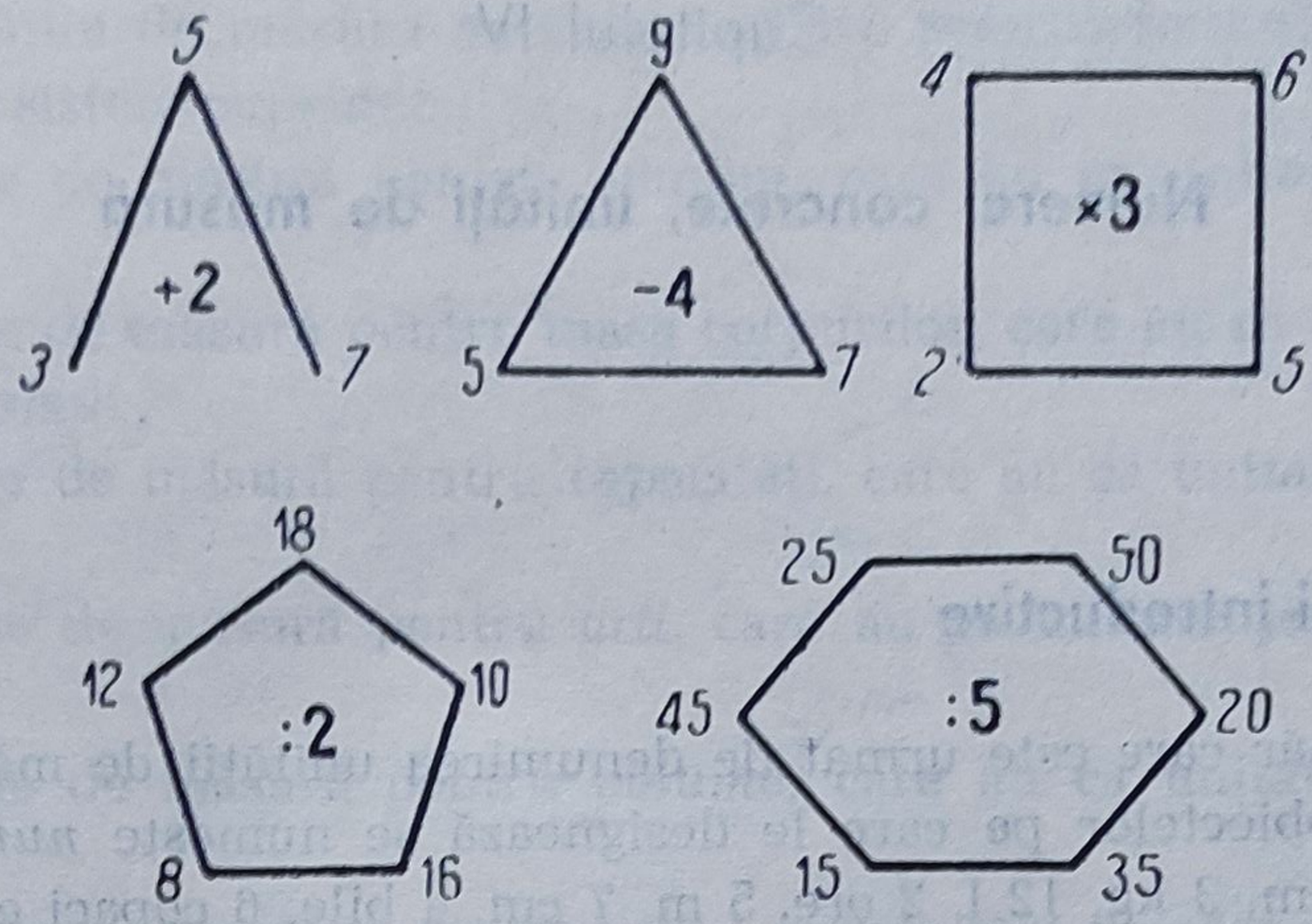


Fig. 9

g) Exerciţii simple prezentate cu ajutorul figurilor geometrice : unghi, triunghi, pătrat sau dreptunghi, pentagon, hexagon etc. În centrul figurii se află semnul care indică operaţia ce urmează a fi efectuată şi numărul respectiv ca termen sau factor constant, iar la colţuri se află numerele care reprezintă cel de-al doilea termen al operaţiei (fig. 9).

h) Exerciţii simple prezentate sub formă de jocuri aritmetice, cum ar fi : ghicirea unor numere a căror sumă, diferenţă sau produs sînt date, jocul mut, pătratele distractive etc.

Exerciţiile compuse cunosc următoarele forme mai importante :

a) Exerciţii compuse prezentate sub formă de calcul curent. Exemple :

$$3+8-5+7+12-10=$$

$$[(4+6)\times 5-8] : 7=$$

b) Exerciţii de adunare succesivă sau scădere a aceluiaşi număr. Exemple :

— adunarea succesivă a numărului 6, începînd cu 6 astfel :

$6+6=12$, $12+6=18$ etc., apoi începînd cu 1 ; $6+1=7$,

$7+6=13$ etc. apoi începînd cu doi ş.a.m.d.

— scăderea succesivă a numărului 4, începînd de la 40 ;

$40-4=36$, $36-4=32$ etc., apoi începînd de la 39, 38 ş.a.m.d.

Capitolul IV

Numere concrete, unități de măsură

1. Noțiuni introductive

Orice număr care este urmat de denumirea unității de măsură sau de denumirea obiectelor pe care le designează se numește *număr concret.* Exemple : 5 m, 3 kg, 12 l, 2 ore, 5 m, 7 cm, 4 bile, 6 copaci etc.

Numerele concrete se obțin ca rezultat al numărării obiectelor concrete sau ca rezultat al măsurării lungimii masei, capacității obiectelor concrete, a ariei acestora, a spațiului sau a timpului.

Numărul care nu este urmat de denumirea unității de măsură se numește *număr abstract.*

Numerele concrete sînt de două feluri :

— *numere concrete simple* — adică numerele concrete care reprezintă unități de măsură cu o singură denumire : 3 m, 25 l etc.

— *numere concrete compuse* — adică numerele care reprezintă unități de măsură cu mai multe denumiri, dar de același fel : 3 m 8 cm, 2 dal 6 l, 5 t 7 q 32 kg etc.

Nevoile vieții practice l-au determinat pe om să utilizeze anumite unități de măsură, orientîndu-se în primul rînd asupra acelora pe care i le oferea natura înconjurătoare, sau pe care le putea stabili cu ajutorul diferitelor părți ale corpului său : degetul, palma, piciorul, cotul, pasul, unele dintre acestea persistînd pînă în zilele noastre.

Dezvoltarea relațiilor de producție și a schimburilor comerciale a impus adoptarea unor unități de măsură unice pentru o anumită localitate sau pentru un anumit teritoriu. Astfel, yardul, unitatea de măsură anglo-saxonă, care măsoară 0,914 m, datează din anul 1101. Ea a fost introdusă printr-un decret al regelui Henric I, care a hotărît ca în tot regatul unitatea de măsură să fie egală cu lungimea brațului său. Marea diversitate a unităților de măsură și variația acestora de la o localitate la alta și de la un stat la altul constituia o puternică frînă în dezvoltarea relațiilor comerciale, atît în limitele frontierelor statelor naționale, cît și în cadrul relațiilor comerciale internaționale.

În a doua jumătate a secolului al XVIII-lea s-au intensificat, mai ales în Franța, preocupările pentru stabilirea unor unități de circulație internațională, astfel că pe baza lucrărilor și cercetărilor întreprinse de cei mai renumiți savanți ai timpului : Delambre, Mechain, Lagrange, Laplace, a zecea milioana parte a sfertului unui meridian al globului terestru a fost adoptată ca unitate fundamentală de măsură pentru lungimi cu denumirea de *metru*. Noua unitate de măsură a fost introdusă în Franța prin decretul din 7 aprilie 1795 și treptat în celelalte țări și continente.

În țara noastră sistemul metric a fost introdus în anul 1864 printr-un decret al domnitorului Alexandru Ioan Cuza.

Toate unităţile de măsură care au la bază metrul formează *sistemul metric*. Acest sistem cuprinde :

1)— unităţile de măsură pentru *lungimi*, care au ca unitate principală *metrul* ;

2)— unităţile de măsură pentru masa corpurilor, care au ca unitate principală *kilogramul* ;

3)— unităţile de măsură pentru capacităţi, care au ca unitate principală *litrul* ;

4)— unităţile de măsură pentru *arii*, care au ca unitate principală *metrul pătrat* ;

5)— unităţile de măsură pentru *volume*, care au ca unitate principală *metrul cub*.

Relaţiile dintre unităţile din sistemul metric sînt următoarele :

1 dm cub de apă distilată, avînd temperatura 4°C şi presiunea de 760 mm coloană de mercur, are masa de 1 kg şi capacitatea de 1 l.

2. Unităţile de măsură în primele 4 clase ale şcolii generale

Repartiţia materiei privitoare la studiul unităţilor de măsură în clasele I—IV se bazează pe principiul repartiţiei concentrice, potrivit căruia sînt prevăzute pentru clasa I doar cîteva noţiuni elementare privitoare la cunoaşterea intuitivă a unor unităţi de măsură, completate cu exerciţii de măsurare, revenindu-se asupra acestor unităţi în clasa a II-a, prin extinderea cunoştinţelor asupra unor multipli şi submultipli, pentru ca în clasa a III-a să se predea toţi multiplii şi submultiplii unităţilor principale din sistemul metric, cu excepţia unităţilor pentru măsurarea ariilor care sînt prevăzute pentru clasa a IV-a.

Este cunoscută importanţa pe care o prezintă cunoaşterea unităţilor de măsură, atît din punct de vedere instructiv, prin îmbogăţirea cunoştinţelor elevilor şi lărgirea orizontului matematic, cît şi din punct de vedere practic şi al formării deprinderilor de calcul, întrucît unităţile de măsură se întrebuinţează la tot pasul în viaţa de toate zilele, în relaţiile comerciale, în activitatea de producţie şi repartiţie a bunurilor materiale.

Cu deosebire prezintă importanţă problema formării la elevi a unor deprinderi temeinice privitoare la efectuarea măsurătorilor, a transformării unităţilor de măsură şi a utilizării lor în calcule. De asemenea nu trebuie neglijată formarea deprinderilor de apreciere a distanţelor, a masei corpurilor şi a capacităţilor, stabilindu-se ca termeni de comparaţie mărimile cele mai accesibile din mediul înconjurător.

3. Intuiția și materialul intuitiv necesar în predarea unităților de măsură

Programa școlară precizează că introducerea noțiunilor de metru, kilogram, litru, precum și a monedelor a căror valoare se numără pînă la 10 se face prin cunoașterea lor intuitivă. Aceeași precizare o face în legătură cu exercițiile de măsurare cu metrul, kilogramul și litrul. De aici rezultă că studiul unităților de măsură în clasele I—IV trebuie să aibă un accentuat caracter intuitiv, astfel încît elevii nu numai să ia cunoștință de unitățile de măsură respective și apoi de multiplii sau submultiplii lor, ci să lucreze efectiv cu ele, să facă exerciții de măsurare a unor lungimi din mediul înconjurător cu metrul și decametrul, cu decimetrul, centimetrul și milimetrul, cu kilogramul și submultiplii lui, cu litrul și decilitrul, să mînuiască monedele și să facă schimburi echivalente etc. De asemenea, în clasa a IV-a, cînd se învață unitățile pentru măsurarea suprafețelor, elevilor trebuie să li se prezinte metrul pătrat și submultiplii lui, să participe la confecționarea metrului pătrat, să încerce măsurarea unei suprafețe cu metrul pătrat și să se convingă singuri de inconvenientele pe care le prezintă o astfel de măsurare, spre a înțelege de ce stabilirea ariei unei figuri plane se face prin calcul, pe baza măsurării cu unitățile de lungime a dimensiunilor ei. Apoi în ceea ce privește unitățile de timp în limitele unei zile, nici nu se poate concepe predarea noțiunilor de oră, minut, secundă fără cunoașterea intuitivă și mînuirea ceasului, fără exerciții de citire a ceasului. De asemenea nu se poate concepe predarea fără calendar a unităților de timp în limitele unui an.

O parte din unitățile de măsură cu care lucrează elevii trebuie să fie construite de ei înșiși, cu ajutorul și sub îndrumarea propunătorului, cum sînt metrul liniar (din lemn sau din fîșii de hîrtie) împărțit în decimetri, un decimetru divizat în centimetri și un centimetru divizat în milimetri. De asemenea, decimetrul pătrat împărțit în centimetri pătrați și un centimetru pătrat împărțit în milimetri pătrați. Pentru cunoașterea unităților de timp, elevii trebuie să-și confecționeze cadrane de ceas, calendar pentru o lună și pentru un an, banda timpului.

Cunoașterea intuitivă a unităților de măsură este cu atît mai necesară cu cît elevii nu sînt cu totul străini de ele în momentul cînd pășesc pragul școlii, cunosc multe lucruri din experiența lor proprie, din convorbirile cu părinții sau cu alte persoane. Aceste cunoștințe însă nu sînt unitare, unele noțiuni sînt lipsite de conținut, altele sînt slab conturate, nu au un suport științific corespunzător. Apoi volumul de cunoștințe variază de la elev la elev. De aceea, școlii îi revine sarcina să precizeze și să clarifice noțiunile, să le îmbogățească și să le sistematizeze, să realizeze un volum unitar de cunoștințe pe întregul colectiv de elevi și cu un temeinic suport științific.

O deosebită importanță prezintă lucrările practice pe teren, a căror menire constă în aplicarea cunoștințelor teoretice, formarea deprinderilor de mînuire a unităților de măsură, cunoașterea unora din instrumentele întrebuințate, formarea

unor imagini clare în legătură cu figurile geometrice mai obișnuite și în legătură cu mărimea reală a unor unități de lungime sau de suprafață ; decametrul, hectometrul, kilometrul, decametrul pătrat, hectometrul pătrat etc.

4. Predarea unităților de măsură

a) *Predarea unităților de măsură din sistemul metric.* Primele unități de măsură de care iau cunoștință elevii sînt : metrul, litrul, kilogramul. Ținînd seama de perioada în care este prevăzută predarea acestora, în trimestrele I și III, la clasa I, se înțelege de la sine că însușirea de către elevi a noțiunilor elementare privitoare la unitățile de măsură respective trebuie să aibă un pronunțat caracter intuitiv, dîndu-le elevilor posibilitatea să exprime lungimile în metri, capacitatea vaselor în litri, iar masa corpurilor în kilograme și apoi să utilizeze noțiunile dobîndite în exerciții și probleme.

Spre exemplu, pentru formarea noțiunii de lungime și pentru cunoașterea metrului ca unitate principală de măsură pentru lungimi, se poate proceda în felul următor :

Printr-o scurtă convorbire cu elevii în legătură cu activitatea zilnică a părinților (unii părinți sînt poate croitori, tîmplari, vînzători în magazinele textile), în legătură cu cumpărăturile pe care le fac, se ajunge la utilizarea metrului și — după ce se anunță lecția — li se prezintă elevilor metrul sub diferitele sale forme, intuindu-se fiecare separat, arătîndu-se din ce este confecționat, denumindu-se și precizîndu-se împrejurările în care se întrebuințează. Astfel :

— Metrul bară este confecționat dintr-o bară de lemn în formă de linie dreaptă ; de aceea se numește metru liniar sau metru-bară și se întrebuințează pentru măsurarea lungimii unei bucăți de pînză, a lungimii unei bucăți de stambă, a lungimii stofelor, precum și pentru măsurarea lungimii, lățimii și înălțimii camerei, clasei, curții, grădinii etc. Elevii dau exemple de lungimi sau lățimi care se măsoară cu metrul bară : tata a cumpărat 3 m de stofă, mama a cumpărat 5 m de stambă și 1 m de elastic, lățimea stambei este de 1 m etc.

— Metrul segmentat este confecționat din plăcuțe de lemn, din bucăți sau segmente prinse cap la cap. Se întrebuințează de tîmplari pentru măsurarea lungimii scîndurilor, a lungimii și lățimii ușilor sau geamurilor și de aceea se mai numește metru de tîmplărie. Apoi elevii dau exemple de lungimi măsurate cu metrul segmentat, cunoscute din experiența lor proprie.

La fel se procedează în continuare cu metrul de croitorie, care este și mai cunoscut și apoi cu metrul-ruletă.

Se ține seama ca în exprimare să se întrebuințeze mereu noțiunile de „lungime“ și „lățime“, arătîndu-se că s-a măsurat *lungimea* sau *lățimea* pînzei, *lungimea scîndurii* etc.

După prezentarea și intuirea metrului sub diferitele sale forme, se compară un metru cu altul și se constată egalitatea lor, precizîndu-se că orice metru, fie din localitate, fie din țară, are aceeași lungime.

Urmează acum exercițiil de măsurare cu metrul, pentru această activitate fiind pregătite dinainte materiale de lungimi diferite, dar exprimate prin numere în-

tregi : o panglică de 3 m, o bucată de sfoară de 1 m, o sfoară de 5 m. De asemenea se măsoară lungimea unor obiecte din clasă, dar numai obiecte a căror lungime se exprimă tot printr-un număr întreg de metri : lungimea tablei, lungimea cuierului etc.

După fiecare măsurare, se scrie pe tablă și pe caiete numărul de metri obținut, cuvîntul „metri“ scriindu-se întreg, astfel.

3 metri, 1 metru, 5 metri etc.

Pentru a stabili felul de prescurtare în scris a cuvîntului „metru“, se citesc de pe tablă rezultatele măsurătorilor, cu exprimarea completă, adică : lungimea panglicii este de 3 metri, lungimea bucății de stofă este de 1 metru etc., se scoate în evidență faptul că pentru scrierea acestor rezultate s-a pierdut mai mult timp și au ocupat mai mult loc, mai mult spațiu cuvintele „metru“, „metri“, că cei care fac multe măsurători nu au timp să scrie aceste cuvinte întregi, ci le prescurtează scriind doar litera „m“ (fără punct). După ce scrie învățătorul un exemplu, scriu în continuare elevii prescurtînd exemplele scrise pe tablă :

3 metri	3 m
1 metru	1 m
5 metri	5 m etc.

apoi și alte exemple.

În vederea stabilirii concluziilor : „Cu metrul se măsoară lungimile“, «cuvîntul metru se prescurtează cu litera „m“», se face analiza exemplelor utilizate în lecție, scoțîndu-se în evidență faptul că în fiecare caz cu metrul s-a măsurat *lungimea* lucrurilor : lungimea stofei, lungimea tablei etc. deci cu metrul se măsoară lungimile. ***Metrul este o unitate de măsură pentru lungimi și cuvîntul metru se scrie prescurtat „m“.***

În fixarea cunoștințelor se face o scurtă recapitulare a celor învățate și se rezolvă exerciții aplicative, iar ca temă pentru acasă li se poate da elevilor să efectueze anumite măsurători, să scrie rezultatele acestora și să confecționeze metrui dintr-un material oarecare : lemn, pînză, sfoară sau chiar hîrtie.

În mod analog se procedează în formarea noțiunii de capacitate și în cunoașterea unității principale pentru măsurarea capacității, litrul, sau în formarea noțiunii de masă, în cunoașterea cîntarului și a kilogramului ca unitate pentru măsurarea masei.

Pentru cunoașterea multiplilor și submultiplilor metrului, apoi a litrului și kilogramului, se utilizează procedee bazate cît mai mult pe intuiție, pe lucrări practice și pe munca independentă a elevilor.

Astfel, noțiunea de decametru se formează prin confecționarea de către elevi, din panglică sau sfoară, a unei lungimi de 10 m, fiecare metru fiind marcat în mod vizibil printr-un nod sau printr-o panglicuță colorată, prin măsurarea cu decametrul a unor lungimi și prin etalonarea pasului cu ajutorul acestei unități, fiecare elev stabilind numărul de pași necesari pentru a parcurge lungimea de 10 m.

La fel se procedează cu hectometrul.

În ceea ce privește kilometrul, este necesar să se apeleze la experiența elevilor, la cunoștințele dobîndite cu prilejul vizitelor sau excursiilor, cînd li s-a atras atenția asupra stîlpilor așezați din 100 în

100 m, sau a bornelor kilometrice, așezate din 1 000 în 1 000 m pe marginile căilor ferate sau a șoselelor, stabilindu-se de asemenea două puncte deosebite și bine cunoscute ale localității respective între care distanța este de un kilometru. Spre exemplu, distanța de la gară pînă la cooperativă sau pînă la consiliul popular, distanța de la școală pînă la I.M.A. etc. În cele mai multe cazuri se găsesc pietre kilometrice chiar în interiorul localității sau pe șoseaua principală, astfel încît există posibilități pentru formarea la elevi a unei imagini corecte asupra lungimii kilometrului.

Noțiunile privitoare la submultiplii unității principale se formează prin împărțirea efectivă a metrului în decimetri, apoi a unui decimetru în centimetri și a unui centimetru în milimetri, fiecare elev lucrînd pe metrul pe care și l-a confecționat. Dacă elevii lucrează efectiv, vor reuși să intuiască prin mai mulți analizatori lungimile respective, să le compare, să le rețină în memorie și să stabilească ei înșiși raporturile unitare dintre diferitele unități.

După ce elevii studiază unitățile mai mari decît metrul, sau cele mai mici, se introduc și noțiunile de *unitate principală, de multipli și submultipli.*

Sistematizarea cunoștințelor privitoare la unitățile de măsură ale unei anumite mărimi, spre exemplu, cele privitoare la unitățile pentru măsurarea masei, se face prin alcătuirea tabelului care cuprinde toate unitățile respective, în ordinea mărimii lor. Astfel, pentru unitățile de masă, tabelul ar fi următorul :

Multiplii unității principale			Unitatea principală	Submultiplii unității principale					
1 000	100	10		10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
t	q	—	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

Pe baza tabelului întocmit se rezolvă exercițiile de transformare a unităților, precum și operațiile aritmetice cu aceste unități.

Sistematizarea cunoștințelor privitoare la unitățile de măsură din sistemul metric, luate în ansamblu, se face prin trecerea într-un singur tabel a tuturor acestor unități, formînd astfel tabloul general al unităților din sistemul metric.

b) *Predarea unităților monetare*, adică a unităților pentru măsurarea valorii lucrurilor : leul și banul.

Necesitatea introducerii problemelor simple încă în primul concentru impune cunoașterea de către elevi a unităților principale și uzuale pentru măsurarea lungimilor, capacităților și masei corpurilor, precum și a unităților monetare a căror valoare se numără pînă la 10. Predarea acestor

unităţi este prevăzută pentru clasa I și anume, în etapa premergătoare studiului numerelor pînă la 100, revenindu-se asupra lor și completîndu-se în clasa a II-a cînd se studiază toate semnele monetare, metalice și de hîrtie, aflate în circulaţie.

Copiii vin în clasa I cu noţiuni destul de bine clarificate în legătură cu circulaţia unităţilor monetare, mai ales a celor cu valoare nominală mică, datorită experienţei personale pe care o dobîndesc prin utilizarea practică a unităţilor respective. De aceea ei recunosc cu ușurinţă semnele monetare de 1 leu, 3 lei, 5 lei, 10 lei, precum și cele de 5 bani, 15 bani și 25 bani, astfel că în etapa amintită, rolul școlii constă în precizarea acestor noţiuni, în studierea lor organizată și sistematică, în utilizarea lor pentru formularea și rezolvarea problemelor. Din aceste motive, în clasa I, studiul semnelor monetare se rezumă la cunoașterea intuitivă a monedelor și bancnotelor cu valoare nominală pînă la 10 inclusiv, pentru ca elevii să deosebească după valoarea lor, după mărime și culoare, diferite semne monetare care reprezintă lei sau bani, să priceapă semnificaţia desenelor aflate pe acestea și — din punct de vedere educativ — să înţeleagă că banii se cîștigă prin muncă și că trebuie folosiţi cu chibzuială pentru trebuinţele materiale și intelectuale ale familiei.

Ţinînd seama de cele ce preced, urmează că prima lecţie privitoare la unităţile monetare trebuie să aibă un caracter de prezentare și intuire a monedelor sau bancnotelor de 1 leu, 3 lei, 5 lei, și 10 lei, de 5 bani 15 bani, fără consideraţii privitoare la rolul leului ca unitate principală, sau a banului ca submultiplu. Aceste consideraţii și precizări urmează a fi făcute în clasele următoare cînd se reiau aceste noţiuni într-un mod mai amplu.

În clasa a II-a se introduce noţiunea de *preţ* sau *valoare* a lucrurilor, în legătură cu costul acestora, urmărindu-se cunoașterea intuitivă a tuturor semnelor monetare aflate în circulaţie și întrebuinţarea lor practică.

În clasa a III-a se lărgește și mai mult cercul cunoștinţelor despre leu și ban, introducîndu-se noţiunea de unitate (monedă) principală pentru măsurarea valorii lucrurilor, leul, cu singurul său submultiplu : banul. Apoi se introduce calculul cu lei și bani, transformarea unui număr de semne monetare în altul, spre exemplu : 3 hîrtii de 25 lei= ? hîrtii de 5 lei= ? hîrtii de 3 lei etc. și se rezolvă exerciţii sau probleme practice, de calculare a restului ce urmează a fi primit în cazul unor plăţi făcute cu hîrtii de 5, 10, 25 sau 100 lei.

De asemenea, cu ajutorul exerciţiilor și problemelor trebuie să se urmărească, utilizînd forme accesibile, ca elevii să pătrundă și să înţeleagă în mod elementar funcţiile banilor, mai ales funcţia de măsură a valorii și aceea de mijloc de plată și de economii, organizîndu-se într-un mod cît mai susţinut acţiunea de economisire pe librete C.E.C.

Importantă este apoi înţelegerea de către elevi a faptului că în societatea socialistă este desfiinţat orice mijloc de exploatare şi că banii se cîştigă numai prin muncă.

c) *Predarea unităţilor de măsură a timpului*

Întrucît timpul este o unitate mai puţin accesibilă elevilor, deoarece nu se poate concretiza cu uşurinţă, cunoaşterea unităţilor cu ajutorul cărora se înregistrează scurgerea neîncetată şi uniformă a timpului este prevăzută numai pentru sfîrşitul primului an de şcoală, cu introducerea unităţilor de timp mai cunoscute : ora, ziua, săptămîna, revenindu-se asupra acestor unităţi în clasa a II-a, în cadrul capitolului „Unităţi de măsură", cînd se dau cunoştinţe mai ample despre unităţile de timp respective, se introduce noţiunea de minut ca submultiplu al orei şi se studiază instrumentele cu ajutorul cărora se măsoară şi se ţine evidenţa scurgerii timpului : ceasul şi calendarul. De asemenea sînt prevăzute exerciţii şi probleme în legătură cu transformarea unităţilor de măsură a timpului şi de calculare a unor intervale de timp în limitele unei zile.

În clasa a III-a se amplifică noţiunile dobîndite în clasele precedente şi se completează cu multiplii anului : deceniul şi secolul, precum şi cu submultiplii orei : minutul şi secunda, stabilindu-se ziua ca unitate principală pentru măsurarea timpului, iar exerciţiile şi problemele devin mai complexe, referindu-se la intervale în limitele unei luni, a unui an sau a unui secol.

Predarea unităţilor de timp trebuie să se facă astfel încît să se apeleze neîncetat la mijloacele intuitive : ceas, calendar, banda timpului şi să se concretizeze mereu noţiunile respective prin legarea lor de împrejurările vieţii zilnice şi de evenimentele cunoscute de elevi. Exerciţiile practice trebuie să se refere la cunoaşterea ceasului, la stabilirea cu precizie a timpului după ceas, a numărării orelor de la zero la 24, a cunoaşterii numărului de zile din fiecare lună, a calculului duratei unui eveniment sau a timpului scurs între două evenimente, a calculului vîrstei în ani, luni şi zile etc.

Cea dintîi unitate de timp cu care fac cunoştinţă copiii încă din perioada preşcolară este *ora*. Această noţiune trebuie precizată în ceea ce priveşte durata ei, legînd-o de diferitele acţiuni şi evenimente a căror durată se măsoară în ore ; fiecare lecţie, cu recreaţia respectivă, durează o oră, toate lecţiile dintr-o zi durează 4 ore, un schimb de lucru la fabrică este de 8 ore etc.

Noţiunile de ziuă şi săptămînă se formează de asemenea în legătură cu activităţile şi evenimentele a căror durată se măsoară în zile şi săptămîni, cu următoarele observaţii : ziua are 24 de ore şi începe la miezul nopţii ; zilele săptămînii au mereu aceeaşi succesiune, săptămîna — ca unitate de timp — poate începe cu orice zi (se spune de astăzi într-o săptămînă, chiar dacă astăzi este sîmbătă, sau de joi într-o săptămînă), săptămîna are

7 zile, dintre care 6 zile lucrătoare și una nelucrătoare, aceasta putînd fi oricare din zilele săptămînii.

Luna este o unitate de timp mai mare decît ziua, avînd în medie 30 de zile, și decît săptămîna, avînd ceva mai mult de 4 săptămîni. Pentru stabilirea numărului de zile al fiecărei luni se arată că lunile anului, începînd cu luna ianuarie, au în mod alternativ 31 sau 30 de zile, cu excepția lunilor iulie și august care au amîndouă cîte 31 zile. De asemenea, luna februarie are 28 zile, iar din 4 în 4 ani, 29 de zile. Pentru ca noțiunile să fie cît mai bine precizate, se scriu pe tablă și pe caiete toate lunile anului cu numărul de ordine și numărul corespunzător de zile :

1) ianuarie	31 zile
2) februarie	28 sau 29 de zile
3) martie	31 de zile etc.

Exercițiile pentru memorarea succesiunii lunilor trebuie să cuprindă neapărat numărul de ordine al lunilor, astfel ca elevii să asocieze denumirea fiecărei luni cu numărul care arată a cîta lună din an este luna respectivă, fiindcă în practică notarea datei se face mai mult prin întrebuințarea numărului de ordine al lunii decît a denumirii ei. Spre exemplu, 12 ianuarie sau 7 septembrie se notează 12 I, respectiv 7 IX. Elevii trebuie să învețe și să deprindă notarea corectă a datei, fiindcă utilizează zilnic această notare în precizarea datei fiecărei lecții și a fiecărei teme. Notarea datei cu utilizarea numărului de ordine al lunii se poate face cu numere romane, sau cu numere arabe, astfel : 5 martie se notează 5 III sau 5.03 și se citește ziua a cincea, luna a treia. După ce elevii avansează suficient în scrierea numerelor, se trece la notarea completă a datei, cu ziua, luna și anul ; spre exemplu : 5 III 1978 sau 05.03.1978.

Noțiunea de an se formează în legătură cu întrebuințarea unității respective pentru exprimarea vîrstei, a duratei în timp a unei clase (an școlar), a unui ciclu de școlaritate etc., arătîndu-se că pentru zilele, săptămînile, lunile și anii care trec se întrebuințează un sistem de evidență, numit *calendar*. Pentru concretizarea în cît mai bune condiții a noțiunilor privitoare la calendar, elevii trebuie să întocmească calendarul pentru luna în curs, apoi, pentru alte luni ale anului și la urmă pentru anul întreg, întocmindu-se banda timpului. De asemenea este bine să se precizeze că după calendar prima zi a anului este ziua de 1 ianuarie și ultima este ziua de 31 decembrie, dar că prin an se înțelege intervalul de timp ce se scurge de la o anumită dată exprimată în luni și zile, pînă la aceeași dată a anului următor. De aceea, vîrsta în ani nu se socotește de la 1 ianuarie, ci de la data nașterii, anul școlar se socotește de la 1 septembrie, anii care trec de la eliberarea patriei noastre de sub dominația fascistă se socotesc de la 23 august 1944 etc.

Noțiunile de deceniu, secol, veac și mileniu se bazează pe cea de an, fiecare reprezentînd o succesiune neîntreruptă de 10, 100 sau 1 000 ani.

De obicei, numărarea mileniilor și secolelor se face de la începutul erei, iar a deceniilor de la începutul unui secol, dar se poate face și de la un anumit eveniment, sau începînd cu un anumit an. Spre exemplu, se poate spune că matematicianul Traian Lalescu (24.VII.1882 — 15.VI.1929) s-a născut la începutul deceniului al 9-lea al secolului al XIX-lea și a murit la finele deceniului al 3-lea al secolului al XX-lea, că în septembrie 1975, Gazeta matematică a împlinit 8 decenii de apariţie neîntreruptă sau că de la înfiinţarea în ţara noastră a primei școli în care s-a învăţat matematica (școala latină de la Cotnari, 1563) au trecut 4 secole.

Este necesar apoi să se precizeze anul cu care începe un anumit secol și anii care îi aparţin. Exemple :

— secolul al XV-lea începe cu anul 1401 și cuprinde anii 1401—1500 inclusiv ;

— secolul al XIX-lea începe cu anul 1801 și se încheie cu anul 1900 ;

— secolul al XX-lea a început cu anul 1901, anul 1978 este al 78-lea an al acestui secol, iar ultimul an al secolului al XX-lea va fi anul 2000.

Pentru a ajuta elevii în memorarea relaţiilor de mărime dintre unităţile de măsură a timpului, este necesar să se întocmească tabelul rezumativ al acestor unităţi, care să se afișeze ori de cîte ori se lucrează cu unităţi de timp, fie că se fac transformări, fie că se rezolvă exerciţii sau probleme. Tabelul unităţilor de măsură a timpului se prezintă sub forma următoare :

1 secol=10 decenii=100 de ani
1 an=365 sau 366 de zile=12 luni=52 săptămîni
1 zi=24 de ore
1 oră=60 de minute
1 minut=60 de secunde.

Tabelul se poate citi atît în sens direct, cît și în sens invers și anume : 60 de secunde=1 minut, 60 minute=1 oră etc.

5. Operaţii cu numere concrete

Operaţiile aritmetice cu numere concrete prezintă o mare varietate de cazuri, după cum termenii operaţiilor sînt formaţi din numere concrete simple sau din numere concrete compuse, după cum aceștia reprezintă unităţi cu aceeași denumire sau cu denumiri diferite. Nu vom intra în amănunte, întrucît diferitele cazuri pot fi soluţionate cu ușurinţă fără o tratare specială a acestora, dar vom face cîteva precizări cu caracter general.

Așa cum unităţile sistemului zecimal de numeraţie se pot aduna și scădea numai dacă sînt de același fel, de același ordin, tot așa se întîmplă

și cu unitățile de măsură de orice fel: ele se pot aduna și scădea numai dacă au aceeași denumire, adică *se adună sau se scad unitățile cu aceeași denumire între ele, iar unitățile de măsură cu denumiri diferite se alătură.* Exemplu: 5 m+3 dm=5 m 3 dm (alăturat, fiind unități cu denumiri diferite); 5 dm+3 dm=8 dm (s-a efectuat operația de adunare a unor unități cu aceeași denumire); 4 dm 5 m 2 cm+3 m 1 dm 7 cm=8 m 5 dm 9 cm (s-au adunat unitățile cu aceeași denumire între ele). La fel în cazul înmulțirii sau împărțirii unui număr concret printr-un număr abstract, operații care se efectuează prin înmulțirea sau împărțirea în mod succesiv și separat a unităților cu denumiri diferite.

Exemplu:

3 l 2 dl×2=6 l 4 dl.

Trebuie să se facă deosebire între cazurile în care la rezultatele obținute apare necesitatea transformărilor, sau nu apare această necesitate.

Exemplu:

6 l 4 dl×8=48 l 32 dl unde 32 dl=3 l 2 dl

dar 48 l+3 l=51 l=5 dal 1 l

prin urmare: 6 l 4 dl×8=5 dal 1 l 2 dl.

Din punctul de vedere al tehnicii acestor transformări, se recomandă ca rezultatele succesive ale transformărilor, în cazul operațiilor de adunare și înmulțire, să se așeze unele sub altele, despărțite prin cîte o linie orizontală, spre a se putea urmări mai bine procesul care are loc.

Exemple:

2 t	5 q	43 kg+		
8 t	7 q	29 kg		
6 t	9 q	14 kg		
7 t	5 q	38 kg		
23 t	26 q	124 kg		
25 t	7 q	24 kg		

	6 hl	8 dal	3 l×12
72 hl	96 dal	36 l	
81 hl	9 dal	6 l	
8 kl	1 hl	9 dal	6 l

La scădere se ivesc cazuri cînd numărul unităților cu o anumită denumire de la descăzut este mai mic decît numărul unităților cu aceeași denumire de la scăzător, astfel încît apare necesitatea transformării unităților. Aceste cazuri se rezolvă analog cu scăderea cu trecere peste ordin a unităților din sistemul zecimal. Situații asemănătoare se ivesc în cazul împărțirii și ele se rezolvă prin extinderea

asupra calculului cu numere concrete a regulilor stabilite la operațiile cu numere abstracte (împărțirea separată și succesivă a unităților de măsură cu aceeași denumire, transformarea succesivă a resturilor în unități de 10 ori mai mici etc.).

O precizare este necesară în legătură cu împărțirea numerelor concrete, în special în ceea ce privește împărțirea prin cuprindere, caz în care cei doi termeni ai împărțirii trebuie să reprezinte unități cu aceeași denumire. Atunci, în situațiile în care deîmpărțitul este număr concret compus, acesta se transformă în așa fel încît deîmpărțitul și împărțitorul să reprezinte unități de măsură cu o singură și aceeași denumire.

Exemplu:

2 km 5 hm 6 dam 8 m : 12 m = 2 568 m : 12 m = 214.

Dacă deîmpărțitul este număr concret compus, el se poate transforma în număr concret simplu chiar și în cazul împărțirii în părți egale, această transformare fiind indicată mai ales cînd împărțitorul nu se cuprinde exact în fiecare număr de unități ale deîmpărțitului, obținîndu-se resturi care urmează să se transforme în unități mai mici. În acest caz, în loc de mai multe transformări succesive, se face o singură transformare la început. Exemple:

a) Împărțirea unui număr concret compuns la un număr abstract fără transformarea deîmpărțitului în număr concret simplu:

36 kl 8 hl 6 dal 9 l : 7 = 5 kl 2 hl 6 dal 7 l

35 — 1 kl = 10 hl
8 hl — 18 hl
14 hl — 4 hl = 40 dal
6 dal — 46 dal
46 dal — 42 dal — 4 dal = 40 l
9 l — 49 l
49 l — 49 l — = =

b) Împărțirea unui număr concret compus printr-un număr abstract cu transformarea deîmpărțitului în număr concret simplu și apoi a cîtului în număr concret compus:

36 kl 8 hl 6 dal 9 l : 7 =
36869 l : 7 = 5 267 l =
18 — = 5 kl 2 hl 6 dal 7 l
46
49

Operaţiile cu numere concrete apar nu numai sub formă de exerciţii, ci mai ales în probleme, fiindcă datele problemelor sînt numere concrete şi rezolvarea lor duce la operaţii cu numere concrete. Aceste operaţii se efectuează după regulile amintite mai sus ţinîndu-se seama de caracterul problemei şi de întrebarea ei. În problemele pentru rezolvarea cărora este necesar calculul în scris, operaţiile se scriu o dată în rînd, în stînga, şi apoi în dreapta, cu termenii sau factorii unul sub altul, în vederea efectuării calculului. În stînga, termenii sau factorii se scriu sub formă de numere concrete, deci cu indicarea unităţilor de măsură, pe care le reprezintă fiecare din datele problemei, iar în dreapta, calculul se face fără indicarea acestor unităţi de măsură, ca şi cum datele respective ar fi numere abstracte. Exemplu : O întreprindere agricolă a recoltat de pe un lot 8 024 q grîu, de pe altul de 3 ori mai mult, iar de pe al treilea cu 2 632 q mai puţin decît de pe primele două loturi. Transportul s-a făcut cu camioane de cîte 4 t. Cîte transporturi au fost necesare ?

Rezolvare

1. Cantitatea de grîu recoltată de pe al doilea lot :

$$8\,024\ q \times 3 = 24\,072\ q$$

$$\begin{array}{r} 8\,024 \times 3 \\ \hline 24\,072 \end{array}$$

2. Cantitatea de grîu recoltată de pe al doilea lot :

$$8\,024\ q + 24\,072\ q = 32\,096\ q$$

$$32\,096\ q - 2\,632\ q = 29\,464\ q$$

$$\begin{array}{r} 8\,024 + \\ 24\,072 \\ \hline 32\,096 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32\,096 - \\ 2\,632 \\ \hline 29\,464 \end{array}$$

3. Cantitatea totală de grîu de pe cele trei loturi :

$$8\,024\ q + 24\,072\ q + 29\,464\ q = 61\,560\ q$$

$$61\,560\ q = 6\,156\ t$$

$$\begin{array}{r} 8\,024 + \\ 24\,072 \\ 29\,464 \\ \hline 61\,560 \end{array}$$

4. Numărul transporturilor necesare :

$$6\,156\ t : 4\ t = 1\,539$$

R. 1 539 transporturi

$$\begin{array}{r|l} 6\,156 & 4 \\ \hline -15 & 1\,539 \\ \quad 12 & \\ \hline \quad -36 & \\ \quad\ 36 & \\ \hline \quad\ == & \end{array}$$

Plan de lecție

Clasa a II-a
Tema : Litrul
Tipul : Lecție de comunicare a cunoștințelor.
Scopul lecției : Formarea noțiunii de capacitate, cunoașterea litrului ca unitate de măsură pentru capacități, cunoașterea și utilizarea scrierii prescurtate a litrului, formarea deprinderilor de măsurare și apreciere a capacității unui vas, întrebuințarea litrului în formularea și rezolvarea problemelor.
Metode : conversația, demonstrarea, exercițiul.
Material didactic : litrul sub diferitele sale forme, sticle de un litru și borcane de 2 l, 3 l, 5 l, o găleată cu apă, pîlnie, vase de capacități diferite.
Bibliografie : Metodica predării aritmeticii în școala generală de N. Oprescu ș.a., p. 212, Metodica predării aritmeticii de A. S. Pcelco, p. 372, manualul de aritmetică pentru clasa a II-a, ediția 1976, p. 111—112.

Momentul organizatoric

Voi supraveghea intrarea elevilor în clasă și după ce se vor așeza la locurile lor în ordine și liniște le voi cere să-și scoată pe bănci manualele, caietele și rechizitele necesare pentru ora de aritmetică, verificînd dacă toți elevii își îndeplinesc la timp această obligație.

Desfășurarea lecției

Verificarea cunoștințelor.
Voi controla caietele de teme, verificînd dacă toți elevii au rezolvat problema nr. 1 de la p. 110 pe care au avut-o pentru acasă. În timpul acestui control voi face aprecieri individuale și generale asupra aspectului caietelor și al temelor, scoțînd în evidență cu deosebire progresele remarcabile care eventual pot fi constatate pe seama unor elevi.
Pentru controlul calitativ al temei le voi cere elevilor să citească problema și să explice rezolvarea ei, justificînd operațiile și arătînd semnificația rezultatelor obținute.
Apoi elevii A. M. și P. B. vor fi scoși la tablă, cerîndu-le să rezolve exercițiile :

797 m+6 m=	923 m+8 m=
820 m—7 m=	730 m—6 m=
30 m×4 =	40 m×8 =
690 m : 3 =	480 m : 4 =

În timp ce elevii scoși la tablă lucrează, ceilalți elevi rezolvă și ei exercițiile în mod independent. Apoi se citesc aceste exerciții, se explică rezolvarea lor, se arată procedeele de calcul utilizate și se corectează eventualele greșeli. Elevilor de la tablă li se vor mai pune cîteva întrebări în legătură cu unitățile de măsură învățate anterior : metrul, decametrul, hectometrul, kilometrul, apoi răspunsurile lor vor fi apreciate și notate, cu motivarea notelor.
Discuții pregătitoare. Ce unități de măsură ați învățat pînă acum ? Ce este metrul ? Dați exemple de lucruri a căror lungime se măsoară cu metrul ! Care sînt multiplii metrului ? Ce articole se vînd în magazinele alimentare ? Cu ce se măsoară uleiul ? Dar laptele ?
Anunțarea lecției și formularea scopului : Copii, astăzi vom învăța o nouă unitate de măsură, și anume, litrul, pentru ca voi să cunoașteți această unitate, să știți ce se măsoară cu litrul și cum se scrie prescurtat.

Comunicarea cunoștințelor.

a) *Formarea noțiunii de capacitate.* Voi prezenta elevilor diferite vase, cerîndu-le să compare aceste vase în ceea ce privește cantitatea de lichid (apă, lapte, ulei) care încape în ele și să arate în care din ele încape mai multă apă, ulei etc. Se va măsura un vas mai mare cu altul mai mic, arătîndu-se de cîte ori încape în unul mai multă apă decît în celălalt. În felul acesta, copiii vor înțelege că în unele vase încape mai multă apă, mai mult lichid, în altele mai puțin, că în fiecare vas încape o anumită cantitate de lichid, această cantitate purtînd denumirea de capacitate a acelui vas. *Deci, a afla capacitatea unui vas înseamnă a afla cantitatea de lichid ce încape în acel vas.*

b) *Prezentarea și intuirea litrului.* Le voi prezenta elevilor litrul confecționat din tablă, în formă de cilindru alungit, precum și cel în formă de cilindru mai puțin alungit, apoi o sticlă de un litru, comparîndu-le capacitatea cu ajutorul unui lichid (apă) și stabilind că litrul are aceeași capacitate, indiferent de forma sa și materialul din care este confecționat.

c) *Măsurarea cu litrul a capacităților unor vase.* Elevii, sub îndrumarea atentă a propunătorului, vor măsura cu litrul capacitatea unui borcan de 3 l, apoi capacitatea unei oale de 5 l, a unui vas de 2 l etc., notîndu-se pe tablă rezultatele măsurătorilor cu denumirea întreagă a unității de măsură, astfel :

3 litri, 5 litri, 1 litru etc.

d) *Notarea prescurtată a cuvintelor „litru", „litri".* Le voi spune copiilor să scrie pe caiet „8 litri", dictînd separat numărul 8 și separat cuvîntul „litri", cerîndu-le să aprecieze pentru care parte a fost necesar mai mult timp, pentru scrierea numărului 8, sau pentru scrierea cuvîntului „litri". Apoi copiii vor da exemple de locuri de muncă în care se măsoară cu litrul și vor fi conduși să înțeleagă necesitatea prescurtării cuvintelor „litru", „litri", asemănător cu prescurtarea cuvîntului „metru", stabilindu-se că denumirea unității pentru măsurarea capacităților se prescurtează cu litera „l" (fără punct). Voi scrie pe tablă, iar elevii pe caiete, cîteva exemple cu utilizarea scrierii prescurtate : 8 l, 10 l, etc., apoi în drepul rezultatelor măsurătorilor efectuate și scrise pe tablă și pe caiete elevii vor scrie datele respective cu denumirea prescurtată a unității de măsură, astfel :

3 litri 3 l
5 litri 5 l
1 litru 1 l etc.

e) *Concluzii.* Exemplele scrise pe tablă se vor citi sub forma :

— capacitatea borcanului este de 3 litri ;
— capacitatea oalei este de 5 litri ;
— capacitatea sticlei este de 1 litru etc.,

stabilindu-se că în fiecare caz s-a măsurat capacitatea vasului respectiv, că această capacitate s-a măsurat cu litrul, de unde concluziile :

— litrul este unitatea cu care se măsoară capacitatea vaselor ;
— cuvîntul „litru" se scrie prescurtat cu litera „l".

De asemenea se vor denumi cît mai multe corpuri care se măsoară cu litrul, atît lichide (apă, ulei, lapte, petrol etc.), cît și grăunțe sau boabe (grîu, porumb, fasole etc.).

Fixarea cunoștințelor

— scurtă recapitulare a cunoștințelor dobîndite ;
— repetarea concluziilor ;

— exerciții de scriere prescurtată ;

— rezolvarea orală a unor exerciții simple de adunare și scădere cu numere concrete care reprezintă litri, scriindu-se aceste exerciții pe tablă și pe caiete :

5 l+ 4 l=	8 l— 5 l=
18 l+ 12 l=	30 l— 7 l=
36 l+ 27 l=	84 l— 36 l=
215 l+142 l=	597 l—272 l=

Muncă independentă : Elevii vor scrie după dictare și apoi vor rezolva în mod independent următoarele exerciții :

15 l+ 7 l	36 l— 21 l
38 l+ 16 l	78 l— 55 l
243 l+215 l	318 l—210 l

După rezolvare, exercițiile vor fi citite de către elevi, verificîndu-se astfel rezultatele.

Tema pentru acasă : Elevii vor avea să rezolve acasă exercițiile de la nr. 4. p. 112 și problema nr. 7 de la aceeași pagină.

Se vor citi cu elevii aceste exerciții, precum și problema, dîndu-se următoarele indicații :

— exercițiile se vor scrie în caiete pe coloane : o coloană de 3 exerciții în stînga, cealaltă în dreapta ;

— calculele se vor face în minte ;

— atenție la litera l care înseamnă „litri“ ;

— în ceea ce privește problema, se va scrie textul ei pe caiete apoi se va rezolva.

Capitolul V

Fracții ordinare

1. Noțiuni introductive

Fracţiile ordinare pot fi definite în diferite feluri, dar pentru clasele I—IV, ţinînd seama de nivelul cunoștințelor și de dezvoltarea facultăţilor mintale ale elevilor, dar mai ales de felul cum se introduc noţiunile privitoare la formarea fracţiilor ordinare, definiţia unanim acceptată se formulează astfel : *Numărul format din una sau mai multe părţi luate dintr-un întreg care a fost împărţit într-un număr oarecare de părţi egale se numește fracţie ordinară.* Sau dacă se introduce întîi noţiunea de unitate fracţionară ca o singură parte dintr-un întreg care a fost împărţit într-un număr oarecare de părţi egale, atunci definiţia poate fi formulată astfel : *Numărul format din una sau mai multe unităţi fracţionare se numește fracţie ordinară.* Aceste definiţii sînt accesibile elevilor claselor I—IV și prin prisma conţinutului lor trebuie orientat studiul introductiv al fracţiilor ordinare.

Problema dacă trebuie să se studieze întîi fracțiile zecimale sau fracțiile ordinare, pentru lămurirea căreia s-au purtat și se mai poartă multe discuții, este rezolvată în favoarea fracțiilor ordinare. Aceasta nu numai pentru faptul că fracțiile zecimale, reprezintă un caz particular al fracțiilor ordinare, și anume, cazul cînd numitorul este o putere a numărului 10, sau pentru că regulile unor operații cu fracții zecimale se explică rațional cu ajutorul fracțiilor ordinare, ci mai ales pentru că noțiunile privitoare la fracțiile ordinare se pot introduce treptat, în diferite perioade ale școlarității, pe măsura accesibilității și a utilizării lor. Astfel la clasa a II-a, în etapa finală a studiului numerelor pînă la 100, se introduc noțiunile de doime (jumătate) și de pătrime (sfert). În clasele următoare. se adîncesc cunoștințele privitoare la noțiunile de jumătate și sfert, adoptîndu-se denumirile de doime, pătrime și introducîndu-se procedeul scrierii matematice a acestora. De asemenea, cunoștințele referitoare la fracții se lărgesc prin introducerea noțiunilor de optime, zecime, cincime și prin rezolvarea de probleme în legătură cu calcularea unei fracții dintr-un număr (aflarea unei singure părți sau a mai multor părți dintr-un întreg).

În ceea ce privește utilizarea fracţiilor ordinare, acestea au avut totdeauna întîietate faţă de fracţiile zecimale, deoarece pe scara dezvoltării omenirii au apărut întîi fracţiile ordinare. Dealtfel și astăzi fracţiile ordinare cele mai simple : doimea, pătrimea etc. au întrebuinţare curentă într-o proporţie mai mare decît fracţiile zecimale.

În predarea aritmeticii, studiul treptat al fracţiilor ordinare aduce o însemnată contribuţie la lărgirea noţiunii de număr şi a orizontului matematic al elevilor, îmbogăţindu-le cunoştinţele şi făcîndu-i să înţeleagă că mulţimile de numere, varietatea acestora nu se limitează la numerele naturale.

2. Intuiția în predarea fracțiilor ordinare

Însușirea de către elevi a noțiunilor privitoare la fracţiile ordinare și mai ales a primelor unităţi fracţionare trebuie să aibă la bază un proces intuitiv complet, care să asigure trecerea de la concret la abstract și formarea în mod conștient a noțiunilor care intervin în studiul fracţiilor. Aceasta cu atît mai mult cu cît primele unităţi fracţionare : doimea, pătrimea, se predau în clasa a II-a, iar extinderea cunoștinţelor privitoare la fracţiile ordinare, în clasele a III-a și a IV-a, are loc pe seama noțiunilor formate în clasele precedente.

Materialele intuitive care pot fi întrebuinţate în scopul însușirii cunoștinţelor și pentru stabilirea relațiilor dintre diferitele unităţi fracţionare sînt la îndemîna oricărui propunător și pot fi confecţionate cu ușurinţă. Astfel, ca materiale concrete pot fi întrebuinţate orice obiecte care în mod obișnuit se fracţionează în două, patru sau mai multe părţi egale : o pîine, un măr, un baston, o coală de hîrtie etc., precum și alte materiale a căror lungime, masă sau capacitate se împart în jumătăţi, sferturi, optimi : 1 m de panglică împărţit în jumătăţi sau sferturi de metru, 1 kg de sare împărţit în jumătăţi, 1 l dintr-un lichid oarecare turnat în două sticle de cîte o jumătate de litru sau în patru sticle de cîte un sfert de litru etc.

În faza de trecere de la concret la abstract se întrebuinţează imaginile unor obiecte și figurile geometrice : dreptunghiul, pătratul, cercul. Cum însă prin împărţirea dreptunghiului și pătratului în două sau patru părţi egale se obţin tot dreptunghiuri sau pătrate, deci figuri de același fel, fapt care adeseori produce confuzii în mintea elevilor, se recomandă utilizarea cu deosebire a cercului, prin a cărui fracţionare nu se mai obţin cercuri, ci sectoare de cerc. Pentru ilustrarea intuitivă a procesului de fracţionare a numerelor, de aflare a unei fracţii dintr-un număr se pot întrebuinţa mulţimi de obiecte care în mod obișnuit se grupează mai multe la un loc, în grămăjoare. De asemenea, în același scop se întrebuinţează monedele de 5, 15 și 25 bani, bancnotele de 5, 10 și 25 lei, arătîndu-se, spre exemplu că valoarea unei bancnote de 5 lei reprezintă jumătate din valoarea celei de 10 lei, sau a cincea parte, o cincime din cea de 25 lei. Intuitive sînt apoi, în special pentru noţiunile de jumătate și sfert, unităţile de timp, în utilizarea cărora se întrebuinţează în mod curent expresiile : o jumătate de oră, un sfert sau trei sferturi de oră.

În clasa a IV-a se poate întrebuinţa și dispozitivul pentru predarea fracţiilor ordinare, produs al Întreprinderii de material didactic a Ministerului Educaţiei și Învăţămîntului.

Fazele procesului intuitiv prin care trece studiul unei unități fracționare sînt următoarele :

— *fracționarea obiectelor concrete,* adică tăierea în mod efectiv a unor obiecte în jumătăți, sferturi, cincimi etc., atît de către propunător în mod demonstrativ, cît și de către elevi, insistîndu-se ca părțile obținute să fie egale, mai bine-zis, formîndu-le elevilor preocuparea de a obține părți egale, chiar dacă în mod practic nu reușesc pe deplin ;

— *fracționarea figurilor geometrice decupate,* adică fracționarea prin îndoire a cercului, dreptunghiului sau pătratului în două sau patru părți, elevii avînd și lucrînd cu figuri de același fel ca și propunătorul, dar de dimensiuni mai mici ;

— *fracționarea prin desen,* adică fracționarea imaginilor unor obiecte sau a figurilor geometrice desenate, spre exemplu, desenarea și fracționarea unui segment de dreaptă, a unui cerc, pătrat sau dreptunghi de către propunător pe tablă, iar de către elevi pe caiete, după indicațiile și îndrumările propunătorului ;

— *fracționarea numerelor concrete,* adică a numerelor care reprezintă unități de măsură sau anumite obiecte reale : jumătate din 10 lei, un sfert din 20 lei, o cincime dintr-un metru, adică din 10 dm ; jumătate din 6 nuci, un sfert din 8 mere etc. ;

— *fracționarea numerelor abstracte,* această operație efectuîndu-se pe baza regulilor stabilite la fracționarea numerelor concrete, concluziile formulîndu-se astfel ca să se asigure trecerea de la concret la abstract și în același timp generalizarea procesului respectiv :

— pentru a afla o cincime din 20 lei se împart cei 20 lei în 5 părți egale ;

— pentru a afla o cincime din numărul 20 se împarte acest număr în 5 părți egale ;

— pentru a afla o cincime dintr-un număr se împarte acel număr în 5 părți egale.

Dealtfel, la fiecare din fazele specificate mai sus este necesar să se stabilească concluzia corespunzătoare, pentru a scoate în evidență și a accentua caracterul științific al noțiunilor. Astfel, în cazul fracționării figurilor, spre exemplu, în cazul fracționării dreptunghiului în 8 părți egale, se formulează concluzia : pentru a obține o optime din acest dreptunghi, l-am împărțit în 8 părți egale. Urmează apoi formularea în care apare tendința de generalizare : pentru a afla o optime dintr-un întreg se împarte întregul în 8 părți egale. În felul acesta, datele experienței sînt utilizate în formarea noțiunilor abstracte, gîndirea elevului evoluînd treptat de la formele cele mai simple spre formele superioare ale acesteia.

3. Formarea fracțiilor ordinare, scrierea și citirea lor

Unităţile fracţionare ordinare se formează prin împărţirea întregului într-un număr oarecare de părţi egale. În procesul de formare a fiecărei unităţi fracţionare, începînd cu jumătatea, trebuie să se precizeze cum se obţin părţile respective, numărul părţilor obţinute şi egalitatea lor. Astfel, pentru noţiunea de jumătate precizările sînt următoarele :

— jumătatea se obţine prin împărţirea unui întreg în două părţi egale ;

— un întreg are două jumătăţi ;

— cele două jumătăţi sînt egale.

Scrierea şi citirea fracţiilor se învaţă abia în clasa a IV-a, prin introducerea denumirilor de numărător, numitor, linie de fracţie şi a semnificaţiei fiecăreia din aceste noţiuni. Din punct de vedere metodic este indicat ca în prima lecţie sau în primele două lecţii să se introducă numai scrierea şi citirea unităţilor fracţionare, adică a fracţiilor $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}$, iar în lecţiile următoare să se treacă la scrierea şi citirea numerelor care reprezintă mai multe unităţi fracţionare : $\frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8}, \frac{5}{8}$ etc. pentru ca elevii să aibă posibilitatea să facă distincţie clară între noţiunile de unitate fracţionară şi număr fracţionar, de asemenea să-şi însuşească în mod clar semnificaţia pe care o are numitorul de a arăta numărul părţilor în care s-a împărţit întregul şi a da numele fracţiei, iar numărătorul de a arăta numărul părţilor luate. De aceea trebuie să se introducă şi să se utilizeze de la început toate posibilităţile de citire corectă a unei fracţii, fiecare citire corespunzînd unui anumit proces de gîndire, sau unei anumite imagini a fracţiei respective. Spre exemplu, fracţia 3/4 se poate citi corect în următoarele 4 feluri : 3 pătrimi, 3 pe 4, 3 supra 4, 3 părţi din 4.

4. Transformarea fracţiilor ordinare

Operaţiile de transformare a fracţiilor ordinare sînt în general dificile, pentru că orice transformare se bazează pe compararea întregilor şi a numărului de unităţi ce se obţin prin împărţirea acestora în părţi egale şi deci necesită un proces de gîndire complex care poate fi dus pînă la capăt numai cu ajutorul unor imagini intuitive. Din acest motiv, operaţiile de transformare trebuie să se desfăşoare sistematic şi să se bazeze pe scheme care să uşureze înţelegerea procesului care are loc. În ceea ce priveşte succesiunea acestor transformări se tratează întîi transformarea doimilor, pătrimilor şi optimilor, apoi transformarea cincimi-

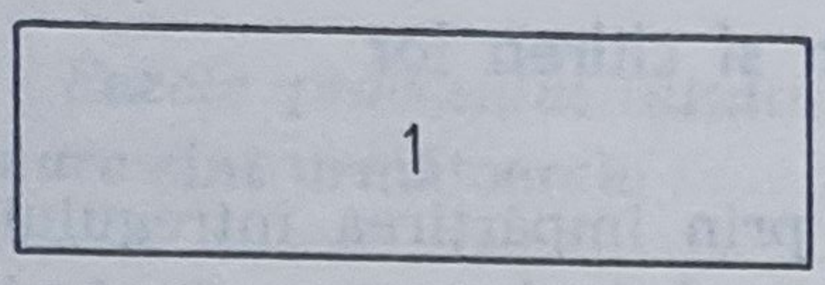


Fig. 10

lor și zecimilor, după care urmează alte categorii de fracţii, fiecare categorie studiindu-se separat.

Pentru ilustrarea transformării unor anumite unităţi fracţionare în alte unităţi mai mici, este necesar să se utilizeze materiale intuitive și planșe care să prezinte în mod sugestiv echivalenţa diferitelor unităţi astfel încît noţiunile teoretice elevii să și le formeze pe baza unor imagini concrete pe care să și le poată reprezenta apoi ori de cîte ori intervin operaţiile respective.

Din tabelul care reprezintă transformarea unităţilor fracţionare se vede clar că întregului îi corespund 2 doimi sau 4 pătrimi sau 8 optimi, iar unei doimi (jumătăţi) îi corespund 2 pătrimi sau 4 optimi (fig. 10).

Deosebit de utile sînt apoi transformările unor unităţi fracţionare în unităţi mai mari și mai ales transformarea unui număr de unităţi fracţionare în întregi, adică scoaterea întregilor din fracţii. Această transformare se bazează pe înţelegerea faptului că orice fracţie cu termenii egali reprezintă un întreg, adică un întreg are 2 doimi, 3 treimi, 4 pătrimi etc., deci întregul se obţine prin strîngerea la un loc a tuturor părţilor în care a fost împărţit. Astfel, dacă întregul a fost împărţit în 5 părţi egale, adică în cincimi, pentru a forma din nou acel întreg trebuie strînse laolaltă toate cele 5 cincimi.

Transformarea unui număr de unităţi fracţionare în întregi sau scoaterea întregilor din fracţie sînt operaţii care se efectuează exclusiv prin procese de gîndire bazate pe imaginile pe care și le-au format elevii în cursul studiului fracţiilor, astfel că problema formării acestor imagini cu ajutorul materialului intuitiv este deosebit de importantă. Aceasta cu atît mai mult cu cît în clasele următoare (V—VIII), studiul fracţiilor ordinare presupune un anumit nivel de dezvoltare a gîndirii abstracte și, prin urmare, nu mai utilizează imagini intuitive, ci introduce felurite procedee de calcul abstract.

5. Operaţii cu fracţii ordinare

Pentru clasa a IV-a sînt prevăzute numai operaţii simple cu fracţii ordinare, și anume, adunarea și scăderea fracţiilor care au același numitor, adică adunarea și scăderea părţilor de același fel.

Exerciţiile cu ajutorul cărora se tratează aceste operaţii sînt de două categorii :

— exerciţii de adunare şi scădere a unităţilor fracţionare, sau a fracţiilor ordinare subunitare, în care şi suma este formată dintr-o fracţie subunitară ; de exemplu :

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2}{5};\ \frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{6}{8};\ \frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{2}{4};\ \frac{5}{8}-\frac{3}{8}=\frac{2}{8}\ \text{etc.}$$

— exerciţii de adunare şi scădere a unităţilor fracţionare, a fracţiilor ordinare subunitare sau a fracţiilor ordinare supraunitare, în care suma este formată dintr-o fracţie ordinară echiunitară sau supraunitară, de exemplu :

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1;\ \frac{2}{3}+\frac{2}{3}=\frac{4}{3};\ \frac{3}{5}+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{6}{5};\ \frac{7}{5}-\frac{1}{5}=\frac{6}{5}.$$

Toate operaţiile care se încadrează în categoriile de exerciţii specificate mai sus trebuie să se efectueze printr-un proces intuitiv cît mai complet şi mai concludent, trecîndu-se la efectuarea cu numere abstracte a acestor operaţii numai după ce elevii şi-au format un cîmp larg de reprezentări intuitive în legătură cu fracţiile ordinare.

Întrucît în această fază se lucrează numai cu fracţii ordinare care au acelaşi numitor, deci cu părţi de acelaşi fel, trebuie să se insiste cu deosebire asupra *numărului părţilor* şi mai puţin asupra felului lor, făcîndu-i pe elevi să înţeleagă că în operaţiile de adunare şi scădere a fracţiilor ordinare, numitorii nu intervin în calcul, rămîn neschimbaţi, adunîndu-se sau scăzîndu-se numai numărătorii, fiindcă ei arată numărul părţilor respective. Spre exemplu, optimile sînt părţi de un anumit fel din întregi, şi anume, părţi obţinute prin împărţirea întregilor în cîte 8 părţi egale, iar operaţiile cu aceste părţi se fac ca şi cu orice obiecte sau unităţi de măsură : 2 părţi (optimi) şi cu 5 părţi (optimi) fac 7 părţi (optimi), analog cu 2 lei şi cu 5 lei fac 7 lei etc. Dacă elevii reuşesc să pătrundă încă din această fază esenţa fracţiilor ordinare şi mai ales semnificaţia termenilor ei, atunci se aduce o contribuţie substanţială la înlăturarea pericolului pe care îl reprezintă formalismul în predarea pe diferite trepte ale învăţămîntului a fracţiilor ordinare, se vor evita greşelile tipice care se întîlnesc destul de frecvent în clasele V—VIII şi care uneori se menţin în continuare.

6. Calcularea unei fracţii dintr-un număr

Una din laturile cele mai importante ale scopului urmărit prin predarea fracţiilor ordinare în clasele I—IV o constituie aflarea unei fracţii dintr-un număr. Aceasta pentru motivul că mărimile matematice se

află în anumite raporturi cantitative și rezolvarea problemelor în a căror formulare apar astfel de raporturi, în care o mărime depinde într-un anumit fel de alta, utilizează în largă măsură calculul cu fracții, aflarea unei fracții dintr-un întreg.

Procesul de calculare a unei fracții dintr-un întreg parcurge două etape distincte :

— calcularea unei singure unități fracționare dintr-un număr, adică aflarea unei părți dintr-un întreg ;

— calcularea unei fracții oarecare dintr-un număr, adică aflarea mai multor părți dintr-un întreg.

Pentru calcularea dintr-un întreg, dintr-un număr, dintr-o mărime sau cantitate a unei singure unități fracționare, se împarte întregul într-un număr de părți egal cu numitorul, adică se transformă întregul în părți de felul celor pe care le arată numitorul, de unde urmează că pentru acest proces corespunde operația de împărțire.

Exemple :

$\frac{1}{5}$ din aria unei suprafețe dreptunghiulare ;

$\frac{1}{5}$ din masa unei lăzi de 50 kg ;

$\frac{1}{5}$ din lungimea unei grădini de 200 m ;

$\frac{1}{5}$ din numărul 80.

Operațiile se scriu astfel :

$\frac{1}{5}$ din 50 kg $=$ 50 kg : 5 $=$ 10 kg ;

$\frac{1}{5}$ din 200 m $=$ 200 m : 5 $=$ 40 m ;

$\frac{1}{5}$ din 80 $=$ 80 : 5 $=$ 16.

În vederea înțelegerii depline a procesului de calculare a unei unități fracționare, se procedează intuitiv, folosind întîi, figuri geometrice decupate care se împart prin tăiere într-un anumit număr de părți egale și apoi figuri geometrice desenate care se împart prin desen în numărul respectiv de părți egale. Spre exemplu, pentru aflarea unei pătrimi dintr-un întreg se pot întrebuința cercuri, pătrate, dreptunghiuri care se împart în patru părți egale, atît prin tăiere, cît și prin desen, stabilindu-se că oricare din părțile obținute reprezintă pătrimi și că o pătrime se obține prin împărțirea întregului în 4 părți egale (fig. 11).

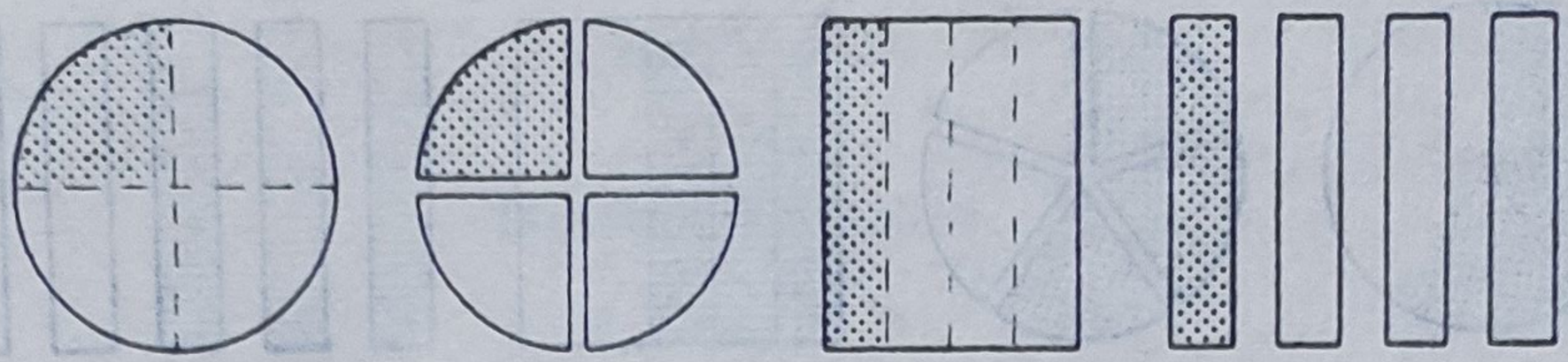


Fig. 11

Dacă întregul este reprezentat printr-o sfoară de 12 m, elevii vor înțelege cu ușurință că pentru a obține o pătrime din această sfoară se va împărți lungimea ei în 4 părți egale, adică :

$$\frac{1}{4} \text{ din } 12 \text{ m} = 12 \text{ m} : 4 = 3 \text{ m}.$$

Utilizînd mai multe exemple asemănătoare și făcînd analiza lor, se poate stabili atît operația cît și procedeul pentru aflarea unei singure unități fracționare dintr-o mărime, cantitate sau dintr-un număr.

Pentru calcularea unei fracții oarecare dintr-un întreg, dintr-o mărime sau cantitate ori dintr-un număr, sînt necesare două operații :

— *împărțirea* — pentru aflarea unei singure unități fracționare de felul celei pe care o arată numitorul ;

— *înmulțirea* — pentru aflarea numărului de unități fracționare pe care îl arată numărătorul.

Spre exemplu, pentru a afla $\frac{3}{5}$ dintr-o lungime de 280 m se află mai întîi o cincime prin împărțirea lungimii respective la 5 (numitorul) și apoi 3 cincimi prin înmulțirea cu 3 (numărătorul) a numărului de metri pe care îl reprezintă o cincime.

Operațiile de împărțire și înmulțire pe care le comportă aflarea unei fracții dintr-un întreg sau dintr-un număr se scriu la început separat, pentru ca elevii să-și formeze în mod conștient priceperile și deprinderile necesare de calcul, știind că pentru a afla o fracție sau mai multe părți dintr-o mărime sau cantitate, se află mai întîi prin împărțire o singură parte, o singură unitate fracționară, apoi prin înmulțire mai multe părți, mai multe unități fracționare. Astfel :

$$\frac{1}{5} \text{ din } 280 \text{ m} = 280 : 5 = 56 \text{ m} ;$$

$$\frac{3}{5} \text{ din } 280 \text{ m} = 56 \text{ m} \times 3 = 168 \text{ m}.$$

După ce elevii dovedesc că au reușit să înțeleagă procedeul pentru aflarea unei fracții dintr-un număr, se poate trece la scrierea printr-o singură expresie a operațiilor respective, scoțînd astfel în evidență caracterul unitar al acestor operații, adică

$$\frac{3}{5} \text{ din } 280 = 280 : 5 \cdot 3 = 56 \cdot 3 = 168.$$

Fig. 12

De asemenea este necesar să se formuleze într-un mod deosebit, la un nivel calitativ superior, procedeul pentru calcularea unei fracţii dintr-un număr, şi anume : *pentru a calcula o fracţie dintr-un număr, se împarte numărul dat prin numitor şi rezultatul obţinut se înmulţeşte cu numărătorul.*

Introducerea acestei formulări, ca şi a celei dintîi, trebuie să se bazeze pe imaginile intuitive care se utilizează pentru aflarea mai multor părţi dintr-un întreg, adică pe imaginile pe care şi le formează elevii cu prilejul împărţirii într-un anumit număr de părţi egale a figurilor geometrice decupate şi desenate, după care urmează demonstrarea felului cum se află mai multe părţi dintr-o mărime sau cantitate şi în sfîrşit calcularea unei fracţii dintr-un număr (fig. 12).

Capitolul VI

Numere zecimale

1. Considerații generale

Prin introducerea în clasa a IV-a a studiului numerelor zecimale, elevii își lărgesc considerabil orizontul matematic, își îmbogățesc cunoștințele, își formează noi priceperi și deprinderi de calcul, se înarmează cu metode și procedee noi pentru efectuarea calculelor aritmetice.

Numerele zecimale au o largă aplicare în toate domeniile de activitate ale omului, alături și în strînsă legătură cu numerele întregi, deoarece mărimile sau cantitățile și relațiile dintre ele se exprimă nu numai prin numere întregi, ci mai adesea prin numere fracționare, prin numere formate din întregi și fracții. Datorită faptului că structura numerelor zecimale se bazează pe sistemul zecimal de numerație și că relațiile de mărime dintre unitățile sistemului metric reproduc întru totul relațiile dintre unitățile fracționare zecimale, rezultă că studiul numerelor zecimale se încadrează organic în ansamblul de noțiuni pe care îl constituie sistemul zecimal de numerație și sistemul metric al unităților de măsură.

Numerele zecimale se studiază după ce elevii și-au însușit cele cîteva noțiuni elementare privitoare la fracțiile ordinare și după ce au studiat în măsură suficientă unitățile de măsură. Aceasta înseamnă că toate cunoștințele însușite anterior pot fi utilizate ca materiale de bază în însușirea cunoștințelor privitoare la numerele zecimale.

Dealtfel, numerele zecimale au legături strînse de interdependență atît cu fracțiile ordinare și unitățile din sistemul metric, cît și cu numerele întregi. Astfel, în ceea ce privește legătura cu numerele întregi, formarea fracțiilor zecimale, scrierea și citirea lor au la bază aceleași legi, iar regulile și procedeele privitoare la cele patru operații aritmetice cu numere zecimale constituie doar o extindere asupra acestor numere a regulilor și procedeelor stabilite pentru numerele întregi.

Cu fracțiile ordinare, legătura fracțiilor zecimale este și mai strînsă datorită faptului că fracțiile zecimale constituie un caz particular al celor ordinare, anume cazul cînd numitorul este 10, 100, 1 000, adică o putere a numărului 10.

Ținînd seama de structura și relațiile de mărime dintre unitățile sistemului metric, fracțiile zecimale constituie cel mai potrivit instrument de exprimare a dependenței dintre diferitele unități de măsură, de scriere și citire sub o formă unitară a numerelor concrete compuse care exprimă

unităţi din sistemul metric. De asemenea unităţile fracţionare zecimale exprimă dependenţa submultiplilor faţă de unitatea principală, precum şi dependenţa oricărei unităţi din sistemul metric faţă de una din unităţile care le succed în ordinea mărimii.

În ceea ce priveşte *conţinutul capitolului* privitor la studiul numerelor zecimale, programa şcolară prevede tratarea în clasa a IV-a a următoarelor noţiuni :

— formarea unităţilor fracţionare zecimale, scrierea şi citirea lor ;

— formarea fracţiilor zecimale şi a numerelor zecimale, scrierea şi citirea acestora ;

— operaţii cu numere zecimale ;

— mărirea şi micşorarea numerelor zecimale de 10, 100 sau 1 000 ori ;

— transformarea unităţilor de măsură din sistemul metric cu ajutorul fracţiilor zecimale.

2. Formarea numerelor zecimale, scrierea şi citirea lor

a) O singură parte dintr-un întreg împărţit în 10, 100, 1 000 de părţi egale se numeşte unitate fracţionară zecimală. Unităţile fracţionare zecimale capătă denumiri după numărul care arată în cîte părţi se împarte întregul, adică după numitorul fracţiei respective. Astfel, unităţile obţinute prin împărţirea întregului în 10 părţi egale se numesc *zecimi*, cele obţinute prin împărţirea întregului în 100 de părţi egale se numesc *sutimi* ş.a.m.d.

Dat fiind faptul că elevii cunosc unităţile sistemului metric, iar cunoştinţele despre fracţii ordinare sînt recente şi, de asemenea, cunosc scrierea sub formă de fracţii ordinare a submultiplilor unităţilor principale, este cazul ca noţiunile de zecime, sutime şi miime să fie introduse prin utilizarea tuturor acestor cunoştinţe, realizîndu-se unitatea lor. Astfel, pentru formarea noţiunii de zecime, după ce în cadrul unor scurte discuţii pregătitoare se reaminteşte scrierea în general a fracţiilor ordinare şi se scriu pe tablă şi pe caiete cîteva unităţi fracţionare ordinare, printre care şi cele cu numitorul 10, 100, 1 000, spre exemplu :

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{10}, \frac{1}{18}, \frac{1}{50}, \frac{1}{100}, \frac{1}{1\,000},$$

după care se citesc aceste fracţii sub diferite forme :

— 1 pe 7, 1 supra 7, o şeptime

— 1 pe 10, 1 supra 10, o zecime

— 1 pe 100, 1 supra 100, o sutime

şi după ce elevii sînt anunţaţi că în continuare se vor ocupa numai de fracţiile care au numitorii 10, 100, 1 000, se trece la reamintirea acelor

unități de măsură din sistemul metric a căror mărime reprezintă o zecime din unitatea principală, scriindu-se relațiile respective sub formă de fracții ordinare : $1\ dm = \frac{1}{10}\ m$; $1\ dg = \frac{1}{10}\ g$; $1\ dl = \frac{1}{10}\ l$ și citindu-se :

— 1 dm este egal cu o zecime din metru, sau
— decimetrul este zecimea metrului.

În vederea scrierii unităților zecimale, elevii pot fi conduși să ajungă singuri la concluzia că aceste unități își au locul la dreapta unităților întregi, deoarece în stînga unităților simple, pe locul imediat următor, se află zecile, unități de 10 ori mai mari decît unitățile simple, după care urmează sutele, care sînt de 100 ori mai mari decît unitățile simple etc.

Atunci zecimile, care sînt de 10 ori mai mici decît unitățile simple, nu pot fi situate decît pe primul loc din dreapta acestora, mai ales dacă ținem seama și de faptul că unitățile de diferite ordine, citite de la stînga spre dreapta, descresc din 10 în 10. Apare astfel și necesitatea unui semn care să despartă unitățile întregi de cele zecimale.

Prin urmare prima unitate zecimală — zecimea — se va scrie astfel : 0,1 unde zero arată întregi (întregi nu avem și de aceea scriem zero în locul lor), cifra 1 arată numărul unităților fracționare (numărul zecimilor), iar virgula desparte partea întreagă de partea fracționară zecimală și se numește virgulă zecimală.

Exemple :

$$1\ dm = \frac{1}{10}\ m = 0{,}1\ m\ ;\ 1\ dg = \frac{1}{10}\ g = 0{,}1\ g\ ;\ 1\ dl = \frac{1}{10}\ 1 = 0{,}1\ l.$$

În mod analog se procedează cu sutimele și apoi cu miimile, scriindu-se :

$$1\ cm = \frac{1}{100}\ m = 0{,}01\ m\ ;\ 1\ cg = \frac{1}{100}\ g = 0{,}01\ g\ ;\ 1\ cl = \frac{1}{100}\ 1 = 0{,}01\ l$$

$$1\ mm = \frac{1}{1\,000}\ m = 0{,}001\ m\ ;\ 1\ mg = \frac{1}{1\,000}\ g = 0{,}001\ g\ ;\ 1\ ml = \frac{1}{1\,000}\ 1 = 0{,}001\ l$$

Pe baza analizei exemplelor studiate, se stabilesc următoarele concluzii :

— zecimea este unitatea fracționară zecimală care se obține prin împărțirea întregului în 10 părți egale și se scrie la dreapta virgulei pe locul I ;

— sutimea este unitatea fracționară zecimală care se obține prin împărțirea întregului în 100 de părți egale și se scrie la dreapta virgulei pe locul al II-lea ;

— miimea este unitatea fracționară zecimală care se obține prin împărțirea întregului în 1 000 de părți egale și se scrie la dreapta virgulei pe locul al III-lea ;

De asemenea se precizează ordinul unităților zecimale cu care elevii au făcut cunoștință și anume :

— zecimea este unitatea fracționară zecimală de ordinul I ;
— sutimea este unitatea fracționară zecimală de ordinul II ;

— miimea este unitatea fracţionară zecimală de ordinul III.

În felul arătat mai sus este posibil să se realizeze în 2—3 lecţii însuşirea tuturor noţiunilor introductive :

— formarea noţiunilor de unitate fracţionară zecimală, fracţie zecimală şi număr zecimal ;

— cunoaşterea primelor trei unităţi fracţionare zecimale ;

— scrierea şi citirea acestor unităţi.

În lecţiile următoare cunoştinţele dobîndite vor fi completate cu exprimarea sub formă de unităţi fracţionare zecimale a fiecărei unităţi din sistemul metric faţă de cele imediat următoare în ordinea mărimii. Această exprimare constituie cel mai potrivit procedeu de consolidare a unităţilor din sistemul metric, mai ales în ceea ce priveşte succesiunea şi relaţiile lor de mărime bazate pe raportul unitar. Exemple :

— hectometrul se obţine împărţind kilometrul în 10 părţi egale, deci este de 10 ori mai mic decît kilometrul ; atunci putem scrie :

$$1 \text{ hm} = \frac{1}{10} \text{ km sau } 1 \text{ hm} = 0{,}1 \text{ km} ;$$

— decametrul este de 10 ori mai mic decît hectometrul şi de 100 ori mai mic decît kilometrul, deci :

$$1 \text{ dam} = \frac{1}{10} \text{ hm sau } 1 \text{ dam} = 0{,}1 \text{ hm} ;$$

$$1 \text{ dam} = \frac{1}{100} \text{ km sau } 1 \text{ dam} = 0{,}01 \text{ km} ;$$

— metrul este de 10 ori mai mic decît decametrul, de 100 ori mai mic decît hectometrul şi de 1 000 ori mai mic decît kilometrul, deci :

$$1 \text{ m} = \frac{1}{10} \text{ dam sau } 1 \text{ m} = 0{,}1 \text{ dam}$$

$$1 \text{ m} = \frac{1}{100} \text{ hm sau } 1 \text{ m} = 0{,}01 \text{ hm} ;$$

$$1 \text{ m} = \frac{1}{1\,000} \text{ km sau } 1 \text{ m} = 0{,}001 \text{ km}.$$

Legătura strînsă dintre fracţiile ordinare şi cele zecimale se realizează nu numai prin scrierea sub forme diferite a aceleiaşi relaţii, cît mai ales prin identitatea citirii celor două forme de scriere. Spre exemplu, relaţiile :

$1 \text{ m} = \frac{1}{10}$ dam şi $1 \text{ m} = 0{,}1$ dam se citesc amîndouă sub forma :

— 1 m este egal cu o zecime de decametru, sau

— metrul este zecimea decametrului.

O dată cu exprimarea unităţilor fracţionare zecimale cu ajutorul unităţilor din sistemul metric, se pot stabili şi relaţiile dintre cele trei unităţi fracţionare :

1 întreg = 10 zecimi = 100 sutimi = 1 000 miimi
1 zecime = 10 sutimi = 100 miimi
1 sutime = 10 miimi,

relații care, după cum ușor se poate observa, sînt identice cu relațiile dintre unitățile din sistemul metric.

b) *Formarea noțiunii de fracție zecimală.* După ce elevii își formează și își consolidează cunoștințele privitoare la unitățile fracționare zecimale, se poate trece la formarea noțiunii de fracție zecimală.

Prin fracție zecimală se înțelege numărul format din una sau mai multe unități fracționare zecimale, sau cu alte cuvinte, fracții zecimale se numesc părțile luate dintr-un întreg care a fost împărțit în 10, 100, 1 000 de părți egale.

Potrivit acestor definiții, noțiunea de fracție zecimală se formează prin reluarea cunoștințelor privitoare la unitățile zecimale și înlocuirea unei singure unități cu un număr oarecare de unități. Spre exemplu, în loc de 0,1 m (o zecime de metru) se scrie 0,3 m (trei zecimi de metru). În acest caz se procedează în felul următor :

— Se pleacă de la numărul care reprezintă o singură unitate fracționară :

$$\frac{1}{10}\text{ m} = 0{,}1\text{ m}\ ;\ \frac{1}{10}\text{ kg} = 0{,}1\text{ kg etc.}$$

Se consideră o mărime care se exprimă prin mai multe unități fracționare de același fel, scriindu-se numărul care reprezintă acele unități :

$$\frac{3}{10}\text{ m} = 0{,}3\text{ m}\ ;\ \frac{7}{100}\text{ l} = 0{,}07\text{ l}\ ;\ \frac{41}{100}\text{ q} = 0{,}41\text{ q},$$

citindu-se expresiile în același fel :

— 3 zecimi de metru ;
— 7 sutimi de litru ;
— 41 sutimi de chintale ș.a.m.d.

După aceasta se mai scriu cîteva exemple de fracții zecimale, care apoi se analizează arătîndu-se că fiecare din ele sînt formate din mai multe unități fracționare zecimale, fapt care determină posibilitatea stabilirii concluziei respective.

c) *Formarea noțiunii de număr zecimal,* scrierea și citirea numerelor zecimale. Numărul format din unități întregi și fracții zecimale se numește număr zecimal, sau cu alte cuvinte, prin număr zecimal se înțelege numărul format din fracții zecimale sau din întregi și zecimale. Prin urmare, numărul zecimal este alcătuit din două părți : partea întreagă (formată în general din unități reprezentate prin cifre semnificative) și partea zecimală (formată din una sau mai multe unități zecimale). În cazul cînd lipsesc întregii, locul lor este marcat totuși prin cifra zero, astfel că în scriere apare totdeauna partea întreagă. De aici rezultă că noțiunea de

număr zecimal cuprinde și pe cea de fracție zecimală, iar aceasta la rîndul ei cuprinde pe cea de unitate fracționară zecimală. Adică, orice unitate fracționară zecimală este în același timp fracție zecimală și orice fracție zecimală este la rîndul său un număr zecimal.

Pentru introducerea noțiunii de număr zecimal se utilizează de asemenea unitățile din sistemul metric și cele monetare, exprimîndu-se anumite mărimi prin numere zecimale. Exemple :

— lungimea unei sfori este de 3 m 5 dm, adică 3,5 m ;

— masa unui sac de cartofi este 32 kg și 7 dag, adică 32,07 kg ;

— capacitatea unei sticle este de 1 l 8 ml, adică 1,008 l, expresiile de mai sus citindu-se :

3 m 5 dm = 3 m (întregi) și 5 zecimi de metru = $3\frac{5}{10}$ m ;

32 kg 7 dag = 32 kg (întregi) și 7 sutimi de kilogram = $32\frac{7}{100}$ kg ;

1 l 8 ml = 1 l (întreg) și 8 miimi de litru = $1\frac{8}{1\,000}$ l.

Pentru formarea priceperilor și deprinderilor de scriere a numerelor zecimale, trebuie să se stabilească în mod clar ordinul unităților fracționare zecimale cu locurile ce le sînt rezervate în scriere și să se utilizeze ca material didactic fișa pentru formarea numerelor zecimale, precum și tabla cu cifre mobile. Spre exemplu, dacă li se cere elevilor să formeze numărul 2,005 (doi întregi și cinci miimi), elevii vor pune cifra 2 în locul unităților întregi, iar cifra 5 pe locul al III-lea de la virgulă spre dreapta. Atunci locurile corespunzătoare ordinelor I și II de la partea zecimală vor rămîne libere, astfel că elevii vor înțelege singuri necesitatea completării cu zerouri a acestor locuri.

De asemenea, utilizînd aceste materiale, elevii vor putea înțelege cu ușurință procesul de transformare a fracțiilor zecimale prin adăugarea unor zerouri la urmă sau prin suprimarea acestor zerouri, mai ales dacă exemplele utilizate se bazează pe unitățile sistemului metric. Astfel, o jumătate de metru se poate scrie 5 dm = 50 cm = 500 mm sau 0,5 m = 0,50 m = = 0,500 m, citindu-se : 5 zecimi de metru = 50 sutimi de metru = 500 miimi de metru.

Formîndu-se aceste numere la tabla cu cifre mobile, elevii vor observa că cifra 5 se află pe locul I de la virgulă spre dreapta, deci reprezintă unități fracționare de ordinul I, adică zecimi de metri și că prin adăugarea unor zerouri la urmă, sau prin suprimarea acestor zerouri, cifra 5 rămîne mereu pe același loc și reprezintă același fel de unități. Din analiza mai multor exemple de același fel se poate stabili fără dificultăți concluzia : *valoarea unui număr zecimal nu se schimbă prin adăugarea unor zerouri la urmă sau prin suprimarea acestor zerouri, ci se modifică numai denumirea unităților respective.*

Exercițiile de scriere a numerelor zecimale trebuie orînduite după dificultățile pe care le prezintă, și anume :

— întîi exerciții de scriere a unităților de un singur ordin, adică numai zecimi, sau numai sutimi, sau numai miimi, fără unități întregi ;

— în al doilea rînd, exerciții de scriere a fracțiilor zecimale care sînt formate din unități de două și apoi de trei ordine, tot fără unități întregi ;

— în al treilea rînd, exerciții de scriere a numerelor zecimale formate din întregi și zecimale.

Primele exerciții de scriere a numerelor zecimale de către elevi trebuie să aibă loc cu ajutorul tabelului de numerație, adică a tabelului care indică ordinul unităților, așa cum arată și tabla cu cifre mobile, acest tabel fiind liniat în prealabil pe tablă și pe caiete. După ce elevii deprind în condiții satisfăcătoare scrierea numerelor zecimale cu ajutorul tabelului și-și formează în mod clar imaginea locului pe care îl ocupă fiecare unitate fracționară în comparație cu unitățile întregi, se poate trece treptat la scrierea acestor numere fără tabel.

Unități întregi						**Unități zecimale**		
6 sute de mii	**5 zeci de mii**	**4 mii**	**3 sute**	**2 zeci**	**1 unități simple**	**1 zecimi**	**2 sutimi**	**3 miimi**
					5 ,	8		
			3	7	4 ,	9	2	
					1 ,	3	5	7

Citirea fracțiilor zecimale se poate face în trei feluri :

— după regula citirii numerelor întregi, cu denumirea unităților pe care le reprezintă ultimul ordin al părții zecimale :

0,586 m — zero întregi și 586 miimi de metru ;

— cu denumirea pe rînd a tuturor unităților fracționare :

0,586 m — zero întregi, 5 zecimi, 8 sutimi și 6 miimi de metru ;

— cu denumirea unităților de măsură pe care le reprezintă fiecare unitate fracționară :

0,586 m — (zero metri), 5 decimetri, 8 centimetri, 6 milimetri.

Este de la sine înțeles că în cazul numerelor abstracte se pot utiliza numai primele două feluri de citiri.

Pentru ca elevii să scrie și să citească în mod conștient numerele zecimale și pentru ca să se mențină legătura permanentă cu unitățile de

măsură pe care le exprimă fiecare unitate fracționară, este necesar ca elevii să învețe și să practice toate cele trei feluri de citiri, să li se formeze capacitatea și deprinderea de a trece cu ușurință de la un fel de citire la altul, realizînd astfel unitatea cunoștințelor dobîndite.

3. Operații cu numere zecimale

Pentru clasa a IV-a sînt prevăzute primele două operații cu numere zecimale, fiecare operație cu cele două cazuri principale :

— cazul cînd numai unul din termeni este număr zecimal, iar celălalt întreg ;

— cazul cînd ambii termeni sînt numere zecimale.

Paralel cu aceste cazuri principale, la adunare și scădere se mai au în vedere cazurile cînd termenii au număr inegal de cifre zecimale, care se rezolvă la început prin completarea cu zerouri a ordinelor unităților zecimale care lipsesc, renunțîndu-se treptat la această completare, pe măsură ce elevii reușesc să-și formeze deprinderile necesare de calcul.

Metoda principală care se utilizează în studiul operațiilor aritmetice cu numere zecimale și în formarea deprinderilor de calcul constă în extinderea asupra acestor numere a proprietăților, regulilor teoretice și a procedeelor tehnice dobîndite în studiul operațiilor cu numere întregi. Prin urmare, regulile privitoare la scrierea operațiilor, așezarea numerelor și efectuarea calculelor stabilite la numerele întregi se aplică în întregime la numerele zecimale atît pentru calculul oral, cît și pentru cel în scris, ținînd seama doar de particularitățile pe care le impune prezența virgulei.

În ceea ce privește succesiunea exercițiilor în cadrul fiecărei operații, astfel ca să se asigure dozarea progresivă a dificultăților, indicațiile care pot fi date sînt următoarele :

— întîi se rezolvă exerciții în care termenii au cîte o singură cifră zecimală, apoi cîte două cifre zecimale, și în al treilea rînd, exerciții cu cîte 3 sau mai multe cifre zecimale.

— la adunare și scădere se rezolvă întîi exerciții fără trecere peste ordin și apoi cu trecere peste ordin.

Prin studiul sistematic al operațiilor cu numere zecimale și prin rezolvarea feluritelor exerciții și probleme în care intervin aceste numere, se repetă și se consolidează toate cunoștințele, metodele, procedeele și regulile învățate sau stabilite cu prilejul studiului operațiilor cu numere întregi, aplicîndu-se aceste cunoștințe la cazuri noi, mai variate și mai complexe, cu un conținut incomparabil mai bogat.

4. Mărirea și micșorarea numerelor zecimale, transformarea unităților fracționare zecimale

Operațiile prin care se transformă, se măresc sau se micșorează numerele zecimale și unitățile lor componente sînt următoarele :

— adăugarea sau tăierea zerourilor de la urmă ;
— mutarea virgulei spre dreapta sau spre stînga ;
— suprimarea virgulei ;
— înmulțirea și împărțirea cu 10, 100, 1 000.

Toate aceste operații se studiază prin aplicarea la numerele zecimale a metodelor utilizate în studiul numerelor întregi, comparația avînd rolul predominant. Astfel, concluziile privitoare la adăugarea sau tăierea zerourilor de la urma unui număr zecimal (de care s-a mai amintit), precum și cele privitoare la mutarea virgulei sau suprimarea acesteia, se pot stabili comparînd numerele obținute prin aceste operații cu numerele date și scoțînd în evidență transformările care au loc în fiecare din aceste cazuri.

În legătură cu înmulțirea sau împărțirea numerelor zecimale cu 10, 100, 1 000 este necesară o mențiune în sensul că este mai potrivit, ținînd seama de logica obiectului, să se trateze întîi efectul pe care îl are mutarea virgulei (spre dreapta sau spre stînga) în transformarea unui număr zecimal și din constatarea că prin mutarea virgulei spre dreapta peste 1, 2 sau 3 cifre, unitățile numărului s-au transformat fiecare în unitățile de 10, 100, sau 1 000 ori mai mari, să rezulte faptul că întreg numărul a devenit de 10, 100 sau 1 000 ori mai mare, iar prin mutarea virgulei spre stînga, numărul s-a micșorat de 10, 100, 1 000 de ori. Atunci înmulțirea sau împărțirea cu 10, 100, 1 000 a numerelor zecimale poate fi prezentată ca o consecință a mutării virgulei, adică dacă prin mutarea virgulei spre dreapta peste 1, 2, 3 cifre, numărul se mărește de 10, 100, 1 000 ori, rezultă că înmulțirea cu 10, 100, 1 000 a unui număr zecimal se poate face prin mutarea virgulei spre dreapta peste 1, 2 sau 3 cifre. În mod analog, împărțirea unui număr zecimal cu 10, 100, 1 000 constituie o consecință a transformării ce are loc prin mutarea virgulei spre stînga.

Pe baza cunoștințelor dobîndite în legătură cu mărirea și micșorarea numerelor zecimale, metodele și procedeele tehnice folosite se pot transpune în domeniul unităților de măsură din sistemul metric, utilizîndu-se atît în transformarea acestor unități, cît și în transformarea numerelor concrete simple în numere concrete compuse sau a acestora în numere concrete simple prin intermediul fracțiilor zecimale.

Capitolul VII

Metodica rezolvării problemelor

1. Noțiunea de problemă, clasificarea problemelor

Noțiunea de problemă are un conținut larg, cuprinzînd o gamă variată de preocupări și acțiuni, în foarte diferite domenii. În general, orice chestiune de natură practică sau teoretică care reclamă o rezolvare, o soluționare, poartă numele de problemă. Cu alte cuvinte, ținînd seama de faptul că orice proces de gîndire este declanșat de o întrebare pe care și-o pune sau care i se pune omului, se admite că formularea unui răspuns clar și precis la o astfel de întrebare constituie o problemă. Limitîndu-ne la matematică, admitem că prin problemă se înțelege orice chestiune a cărei soluționare se poate obține prin procese de gîndire și calcul. Astfel problemele de aritmetică constituie răspunsuri la anumite întrebări referitoare la preocupări și acțiuni bazate pe date numerice. Ele au ca note comune :

— structura lor, prin care se stabilesc relații de dependență între anumite valori, cantități sau mărimi exprimate prin numere ;

— felul de soluționare, modalitatea stabilirii răspunsului, care se obține cu ajutorul unor operații artimetice în care intervin valorile numerice respective.

După structura lor, problemele de aritmetică se clasifică în două categorii :

— *probleme simple*, adică probleme a căror rezolvare comportă o singură operație aritmetică ;

— *probleme compuse*, adică probleme a căror rezolvare comportă două sau mai multe operații aritmetice, indiferent dacă ele sînt de același fel (numai operații de adunare și scădere, sau numai operații de înmulțire și împărțire), sau sînt operații de feluri și ordine diferite.

Problemele compuse pot avea caracter general, rezolvîndu-se cu ajutorul unor procedee generale de calcul, dar pot avea structură matematică deosebită, rezolvarea lor făcîndu-se prin procedee speciale, specifice fiecărui grup. Problemele din această din urmă categorie se numesc probleme tipice.

2. Importanța rezolvării problemelor

Activitatea ce se depune pentru rezolvarea problemelor prezintă importanţă atît de mare, încît întreaga desfășurare a procesului de însușire a cunoștințelor de aritmetică, de formare a priceperilor și deprinderilor este orientată în scopul dezvoltării capacităţii de rezolvare a problemelor, în mare măsură este subordonată acestui scop. De aceea rezolvarea problemelor presupune existenţa unui întreg complex de priceperi şi deprinderi, presupune cunoașterea în condiţiile cele mai bune a operaţiilor aritmetice, însușirea pe deplin a tehnicii acestor operaţii și dezvoltarea aptitudinilor de a sesiza relaţiile dintre datele unei probleme. Prin urmare, din punct de vedere informativ, rezolvarea problemelor constituie aplicarea cunoștințelor dobîndite în legătură cu operaţiile aritmetice și proprietăţile lor, clarificarea, consolidarea și aprofundarea acestor cunoștințe. În general se poate spune că rezolvarea problemelor constituie cel mai nimerit mijloc pentru realizarea scopurilor pe care le urmărește predarea aritmeticii.

Munca desfășurată pentru rezolvarea problemelor are și un important rol educativ, prin contribuția valoroasă pe care o aduce la dezvoltarea în general a facultăţilor mintale, cu deosebire a gîndirii, antrenînd în cea mai mare măsură operaţiile logice de analiză și sinteză, de comparaţie, de abstractizare și generalizare.

De asemenea, rezolvarea problemelor stimulează iniţiativa și contribuie la formarea unei atitudini conștiente și corecte față de muncă, la dezvoltarea voinţei, a perseverenţei, a spiritului de răspundere față de îndeplinirea sarcinilor, la dezvoltarea încrederii în forţele proprii.

Apoi, întrucît problemele sînt în general formulate în legătură cu realizările măreţe ale poporului muncitor pe drumul desăvîrșirii construcţiei socialiste, pentru înflorirea patriei, pentru ridicarea necontenită a nivelului de trai, rezolvarea lor aduce o importantă contribuţie la formarea sentimentelor de dragoste față de patria socialistă și față de partidul clasei muncitoare.

Rezolvarea problemelor prezintă importanţă deosebită și din punct de vedere practic, prin sesizarea și înţelegerea relaţiilor dintre mărimi, prin soluționarea matematică a diferitelor aspecte ale proceselor de producţie și ale împrejurărilor vieţii sociale, deoarece viaţa de toate zilele și activitatea în diferitele ramuri ale producţiei bunurilor materiale ne pun în față noi și variate probleme pentru a căror rezolvare nu este suficientă cunoașterea exclusivă a tehnicii de calcul. În general, munca de rezolvare a problemelor dezvoltă gîndirea, îmbogăţește volumul de cunoștinţe ale elevilor și contribuie la formarea deprinderilor de exprimare în limbaj matematic.

3. Rezolvarea problemelor simple

În rezolvarea problemelor simple, momentul cel mai important îl constituie stabilirea operației corespunzătoare și justificarea alegerii acestei operații. Întrucît activitatea de rezolvare a problemelor simple se introduce chiar în clasa I, rezolvîndu-se la început probleme de adunare și scădere în cercul numerelor 1—10, apoi în cercul numerelor pînă la 20, stabilirea operației corespunzătoare constituie un proces de gîndire dificil, în desfășurarea căruia elevii trebuie inițiați și conduși cu mult tact și deosebită răbdare.

Inițierea elevilor în stabilirea operației corespunzătoare rezolvării unei probleme simple are loc prin precizarea cazurilor care determină o anumită operație. Această precizare se face sub forma unei concluzii ce se stabilește pe baza analizei unui cît mai mare număr de cazuri particulare.

Spre exemplu, în cazul stabilirii concluziei: „Pentru a strînge într-un singur număr toate unitățile pe care le conțin două sau mai multe numere date se face operația de adunare", se rezolvă mai multe probleme de adunare de același gen și fiecare se analizează prin utilizarea acelor aspecte care converg spre concluzia respectivă. Astfel, în problema: *„M. are într-un buzunar 4 lei și în celălalt 2 lei. Cîți lei are în total?"* se pun întrebările: Ce trebuie să facem cu banii din cele două buzunare, pentru a afla cîți sînt în total? (... să-i punem laolaltă, adică 4 lei+2 lei). Cîte unități are primul număr? (...4 unități). Dar al doilea? (...2 unități). Ce trebuie să facem cu unitățile celor două numere? (...să le strîngem laolaltă). Ce operație (socoteală) facem pentru a strînge laolaltă unitățile acestor două numere? (...socoteală de adunare). Se repetă apoi această concluzie.

La fel se procedează în cazul problemei: *„Pe o farfurie sînt 5 mere, pe alta 3 mere. Cîte mere sînt pe ambele farfurii?"*, purtîndu-se discuții asemănătoare și stabilindu-se aceeași concluzie.

Din mai multe cazuri particulare analizate în acest fel se poate stabili cu ușurință concluzia generală la care ne referim.

Ținînd seama de faptul că gîndirea copilului este concretă, legată de imaginile lucrurilor, că el poate urmări procesele de gîndire numai dacă lucrează efectiv cu obiectele specificate în problemă, sau cu reprezentările acestora, primele probleme care se rezolvă trebuie să fie probleme formulate pe baza acțiunilor ce se petrec în mod real în fața elevilor, a căror autenticitate mintea elevului nu o pune la îndoială, trecîndu-se treptat la acțiuni bazate pe reprezentări, adică la acțiuni veridice, dar pe care elevii doar și le imaginează pe baza unor procese anterioare de percepție.

a) Probleme de acțiuni care se petrec în mod real în fața elevilor.

În clasă sînt 3 scaune. Se mai aduc încă 2 scaune. Cîte scaune sînt în total? (cele 2 scaune se aduc în mod real și se așază alături de celelalte 3).

Pe o farfurie sînt 5 mere, pe alta 3 mere. Cîte mere sînt în total? (se pun cele 3 mere lîngă cele 5).

P. are în pușculiță 7 lei. Acum mai introduce 2 lei. Cîți lei are P. în pușculiță acum ? (al doilea termen al adunării este concret, fiindcă cei doi lei se introduc în mod efectiv în pușculiță, dar primul termen, deși este reprezentat printr-un număr concret, 7 lei, elevii doar își imaginează existența lui).

b) Probleme de acțiuni bazate pe reprezentări :

V. a cumpărat de la librărie 2 cărți, una cu 5 lei și alta cu 4 lei. Cît a plătit pentru amîndouă cărțile ?

O gospodină are într-o pungă 4 kg de cartofi și în alta 3 kg. Cîte kg de cartofi are în total ?

Din curtea unei C.A.P. pleacă prima dată 6 tractoare și apoi încă 4. Cîte tractoare au plecat ?

Pentru concretizarea unor operații ce rezultă din problemele formulate pe bază de reprezentări se utilizează numărătorul cu bile, obișnuindu-i pe copii să se desprindă de concret, mai întîi cu ajutorul bilelor sau al bețișoarelor, substituind mintal obiectele din problemă prin bile sau bețișoare, pentru ca mai apoi să renunțe complet la concretizarea datelor problemei, înlăturîndu-se bilele, bețișoarele sau degetele și făcîndu-se toate calculele numai mintal. În felul acesta, elevii sînt conduși și ajutați să facă trecerea treptată de la gîndirea concretă la cea abstractă.

Pentru stabilirea operației corespunzătoare fiecărei probleme simple este necesar ca în primul rînd propunătorul și apoi elevii să cunoască toate cazurile în care procesele de gîndire duc la operația de adunare, toate cazurile care duc la operația de scădere etc., astfel încît alegerea unei anumite operații să poată fi justificată în mod rațional. Spre exemplu, referindu-ne la una din problemele de mai sus, elevii, la întrebarea : „De ce facem adunare ?“, să răspundă fără ezitare : „...fiindcă problema ne cere să strîngem laolaltă toate unitățile pe care le conțin cele două numere“, sau : „...fiindcă ni se cere să facem suma celor două numere“.

Împrejurările care determină alegerea și întrebuințarea unor anumite operații aritmetice sînt diferite. Astfel :

Adunarea se întrebuințează pentru :

a) Aflarea sumei a două sau mai multe numere (strîngerea laolaltă a unităților pe care le conțin acele numere).

b) Mărirea unui număr cu cîteva unități sau cu alt număr.

Scăderea se întrebuințează pentru :

a) Aflarea restului (cît a mai rămas dintr-un număr, dintr-o mărime sau cantitate), cînd scăderea are înțeles de luare, scoatere.

b) Micșorarea unui număr cu cîteva unități sau cu un alt număr.

c) Aflarea diferenței a două numere, adică cu cît un număr (mărime sau cantitate) este mai mare sau mai mic decît altul (compararea prin diferență).

Înmulţirea se întrebuinţează pentru :

a) Aflarea rezultatului repetării unui număr ca termen al adunării de cîteva ori sau de un alt număr de ori.

b) Mărirea unui număr de cîteva ori sau de un număr de ori.

Împărţirea se întrebuinţează pentru :

a) Aflarea cîtului în cazul împărţirii în părţi egale.

b) Aflarea cîtului în cazul împărţirii prin cuprindere.

c) Micşorarea unui număr de cîteva ori sau de un număr de ori.

d) Aflarea unei părţi (a unei singure unităţi fracţionare) dintr-un număr, mărime sau cantitate (dintr-un întreg).

e) Aflarea raportului a două numere, adică de cîte ori un număr (mărime sau cantitate) este mai mare sau mai mic decît altul.

În general, pentru alegerea operaţiei pe care o comportă rezolvarea unei probleme simple se porneşte de la întrebarea problemei şi cu ajutorul unui proces de gîndire se stabileşte corespondenţa dintre această întrebare şi unul din cazurile specificate mai sus. Cu alte cuvinte, întrebarea problemei se traduce în limbajul aritmetic al problemelor simple, dacă ea nu coincide cu acest limbaj, cum se întîmplă adeseori.

Exemple :

a) *Pe un raft sînt 5 cărţi, iar pe altul cu 4 mai multe. Cîte cărţi sînt pe al doilea raft ?*

Judecata : Numărul cărţilor de pe al doilea raft este mai mare cu 4 decît al celor de pe primul raft. Deci pentru a afla cîte cărţi sînt pe al doilea raft trebuie să se mărească cu 4 numărul cărţilor de pe primul raft, adică 5 mărit cu 4. Dar mărirea unui număr cu cîteva unităţi se face prin adunare. Deci, la 5 cărţi trebuie să se adune 4 cărţi, adică 5 cărţi+4 cărţi=9 cărţi.

b) *Pe un raft sînt 5 cărţi, iar pe altul 9 cărţi. Cu cîte cărţi sînt mai puţine pe raftul al doilea ?*

Judecata : A afla numărul cărţilor de pe al doilea raft înseamnă a afla cu cît este mai mare numărul 9 decît numărul 5, adică a afla diferenţa a două numere. Dar diferenţa a două numere se află prin scădere, deci din 9 cărţi vom scădea 5 cărţi, adică 9 cărţi—5 cărţi=4 cărţi.

c) *Un elev a citit într-o zi 6 pagini dintr-o carte cu poveşti. A doua zi a citit de 3 ori mai multe pagini. Cîte pagini a citit a doua zi ?*

Judecata : A doua zi a citit de trei ori mai mult decît în prima zi, deci numărul paginilor citite a doua zi este de trei ori mai mare decît a celor citite în prima zi. Atunci pentru a afla cîte pagini a citit a doua zi, trebuie să mărim de 3 ori numărul paginilor citite în prima zi, adică 6 mărit de 3 ori. Dar mărirea unui număr de cîteva ori se face prin înmulţire, adică 6 pagini×3=18 pagini.

d) *La un atelier de croitorie s-au adus 57 m stofă pentru costume bărbăteşti. Cîte costume se pot confecţiona dacă pentru un costum sînt necesari 3 m ?*

Judecata : Din fiecare bucată de 3 m de stofă se confecţionează un costum. Din întreaga cantitate de stofă se vor confecţiona atîtea costume cîte bucăţi de cîte 3 m sînt, adică atîtea costume de cîte ori 3 m se cuprind în 57 m, deci împărţire prin cuprindere : 57 m : 3 m=19 (3 m se cuprind în 57 m de 19 ori), prin urmare se vor putea confecţiona 19 costume.

Rezolvarea unei probleme simple trece prin următoarele etape :

a) *Enunţarea problemei.* A enunţa o problemă înseamnă a comunica elevilor conţinutul ei, utilizînd în acest scop citirea textului problemei sau enunţarea ei pe dinafară. Este preferabilă cea de-a doua formă, deoarece comunicarea pe de rost a unei probleme se face cu mai multă convingere, cu o mai naturală modulare a vocii, contribuind astfel într-o măsură mai mare la înţelegerea conţinutului problemei.

b) *Însuşirea enunţului problemei.* Pentru ca elevii să pătrundă înţelesul unei probleme, enunţul ei trebuie să fie urmat de următoarele completări :

— repetarea problemei de către propunător, cu scrierea datelor pe tablă şi pe caiete ;

— explicarea cuvintelor sau a expresiilor neînţelese ;

— repetarea problemei de către elevi ;

— ilustrarea problemei cu ajutorul materialului didactic : beţişoare, cuburi, planşe cu figuri mobile etc.

c) *Separarea întrebării de conţinut,* astfel încît să se precizeze clar ceea ce se dă în problemă şi ceea ce se cere.

d) *Alegerea operaţiei corespunzătoare* pe baza cazurilor care determină întrebuinţarea diferitelor operaţii, scrierea operaţiei respective şi efectuarea calculului.

e) *Formularea răspunsului* problemei, arătarea semnificaţiei lui şi scrierea acestui răspuns.

Spre exemplu, rezolvarea problemei : *„Pe un cîmp al C.A.P. lucrează 14 tractoare. După un timp mai vin 8 tractoare. Cîte tractoare sînt acum ?* se desfăşoară astfel :

— propunătorul enunţă problema pe de rost, după ce în prealabil a amintit că în C.A.P. se execută acum lucrări de arătură ; în timpul enunţului elevii sînt atenţi şi nu scriu nimic.

— propunătorul repetă problema în timp ce datele acesteia se notează pe tablă şi pe caiete de către propunător sau de către elevi :

14 tractoare . . . 8 tractoare . . . ?

— urmează repetarea problemei de către elevi, cu ajutorul datelor notate pe tablă :

— pentru separarea întrebării de conţinut, propunătorul pune următoarele întrebări : Ce cunoaştem în problemă ? Ce se cere ? Deci, care este întrebarea în această problemă ? Să repetăm întrebarea !

— conversaţia care se poartă pentru stabilirea operaţiei este următoarea : Cîte tractoare au fost la început ? Cîte au mai venit ? Dacă au mai venit 8 tractoare, numărul lor este mai mare acum sau mai mic ? De ce este mai mare ? (pentru că la cele 14 tractoare s-au adăugat 8 tractoare). Prin ce operaţie adăugăm noi un număr la alt număr ? Deci, ce operaţie vom face ? Care sînt numerele pe care le adunăm ? Scriem : 14 t.+8 t.=. Socotiţi cît face 14+8. Arătaţi la numărătorul cu

bile ! Calculați cu bețișoare ! Scrieți rezultatul (14 t.+8 t.=22 t.). Ce reprezintă numărul 22 ? Deci, cîte tractoare sînt acum pe cîmp ?
Scriem răspunsul la întrebarea problemei : R. 22 tractoare.

Noțiunile de „problemă“ și de „rezolvare“ a unei probleme au un conținut complex, astfel că nu pot fi definite sub o formă accesibilă elevilor și de aceea formarea noțiunilor respective constituie un proces îndelungat, care se bazează pe utilizarea repetată și în împrejurări variate a acestora. Astfel, în discuțiile cu elevii se întrebuințează frecvent expresiile : vă voi spune o problemă, vom rezolva această problemă, repetați problema, spuneți și voi o problemă etc.

Nu este indicat să se încerce formularea unei definiții a noțiunii de „problemă“ și cu atît mai mult nu este indicat să se pretindă elevilor memorarea și reproducerea unei astfel de definiții.

4. Rezolvarea problemelor compuse

Introducerea problemelor compuse. Pentru a introduce primele probleme compuse, adică pentru a realiza trecerea de la problemele simple la cele compuse, există două posibilități :

— regizarea unei acțiuni care să cuprindă două faze distincte, formularea problemei astfel încît să cuprindă cele două faze ale acțiunii și apoi rezolvarea acelei probleme ;

— rezolvarea succesivă a două probleme simple astfel formulate încît rezultatul primei probleme să constituie un element al celei de-a doua.

În vederea utilizării primei posibilități, propunătorul trebuie să aibă grijă ca acțiunile să nu aibă caracter artificial, ci din contră să fie veridice, să facă parte integrantă din viața și activitatea zilnică a clasei. Astfel se pot organiza acțiuni cu utilizarea unor rechizite școlare ; creioane, sticle de cerneală etc., apoi cu anumite obiecte din clasă : ghivece de flori, scaune, tablouri, după cum se pot organiza acțiunile legate de operațiile de economisire la C.E.C. ș.a.m.d.

Pentru cea de-a doua posibilitate, prezentăm următorul exemplu :

Prima problemă simplă :	*A doua problemă simplă :*
La atelierul de croitorie al cooperativei s-au adus o dată 15 m stofă iar apoi încă 12 m de stofă. Cîți metri de stofă s-au adus în total ?	Din 27 m stofă pe care îi avea atelierul de croitorie al cooperativei s-au întrebuințat într-o zi 18 m. Cîți metri de stofă au mai rămas pentru ziua următoare ?
15 m+12 m=27 m	27 m—18 m=9 m

Unificarea celor două probleme simple

La atelierul de croitorie al cooperativei s-au adus o dată 15 m de stofă, iar apoi încă 12 m de stofă. Din această stofă s-au întrebuințat în prima zi 18 m. Cîți metri de stofă au mai rămas pentru ziua următoare ?

15 m+12 m=27 m
27 m—18 m= 9 m

După rezolvarea separată a celor două probleme simple și apoi a celei compuse, se scoate în evidență faptul că pentru rezolvarea primelor două probleme a fost necesară cîte o operație pentru fiecare, iar pentru cea de-a doua au fost necesare două operații. Deci unele probleme se rezolvă prin cîte o singură operație, iar altele prin două operații. Se poate face de asemenea precizarea că spre deosebire de problemele de pînă acum, care s-au rezolvat prin cîte o singură operație, de acum înainte se vor rezolva probleme cu două, trei și chiar mai multe operații.

Pentru elevi este suficient să înțeleagă că unele probleme se rezolvă prin cîte o singură operație, iar altele prin două sau mai multe operații, fără să se introducă denumirile de problemă simplă sau problemă compusă, noțiuni al căror conținut elevii n-ar reuși să-l pătrundă pe deplin.

Etapele prin care trece rezolvarea unei probleme compuse

Rezolvarea problemelor compuse solicită într-o măsură mai mare gîndirea logică decît în cazul rezolvării problemelor simple, datorită faptului că, pe lîngă examinarea separată a fiecărei probleme simple ce intră în componența problemei compuse respective, cu stabilirea operațiilor corespunzătoare, este necesară punerea în corespondență a problemelor simple, sesizarea legăturilor organice dintre ele, a dependenței lor reciproce, astfel încît să se poată stabili succesiunea acestor probleme în vederea găsii rezultatului final.

Pentru a asigura desfășurarea procesului de gîndire prin care se caracterizează examinarea unei probleme compuse, este necesar să se clarifice în prealabil textul problemei, să se ajungă la înțelegerea de către elevi a împrejurărilor care au generat acea problemă, să se arate pas cu pas care sînt judecățile ce intervin în analiza problemei, cum se înșiruiesc ele, cum depind una de alta și cum se condiționează reciproc, să se recompună apoi diferitele părți ale problemei într-un tot unitar, să se facă abstractizări și generalizări.

De aceea rezolvarea unei probleme compuse trebuie să treacă prin următoarele etape :

a) *Enunțarea problemei.* După cum s-a arătat și la problemele simple, a enunța o problemă înseamnă a comunica pentru prima dată con-

ținutul ei, a spune sau a citi textul acesteia. O problemă se enunță prin comunicarea în cuvinte a conținutului ei, propunătorul modulîndu-și vocea astfel ca să scoată în evidență atît împrejurările în care se petrece acțiunea, cît mai ales datele problemei și relațiile dintre ele.

Înainte de a enunța problema, propunătorul, prin 2—3 întrebări potrivite, pune pe elevi în temă, adică readuce pe primul plan al conștiinței acestora noțiunile și ideile pe care le conține problema, stabilește împrejurările veridice în care se desfășoară acțiunea ei și localizează aceste împrejurări, astfel încît elevii să-și poate imagina faptele. De asemenea, propunătorul se asigură de deplina atenție și concentrare a elevilor asupra problemei ce urmează a se enunța.

Spre exemplu, pentru problema : „Într-o zi, din cele 15 tractoare care se aflau în curtea C.A.P. au ieșit la cîmp odată 5 tractoare și apoi încă 4 tractoare. Cîte tractoare au mai rămas ?“ discuția premergătoare enunțului ar putea fi următoarea : Ce lucrări execută acum la cîmp țăranii cooperatori ? (...însămînțatul grîului de toamnă). Cu ce se ară cîmpul ? (...cu tractoarele). Fiți atenți : Într-o zi din cele 15 tractoare, care se aflau în curtea cooperativei noastre de producție, au ieșit la cîmp...“ etc.

Procedînd în felul acesta, elevii vor rămîne mereu cu convingerea că problemele pe care le rezolvă constituie aspecte ale muncii, ale acțiunilor legate de procesul de producție și de împrejurările zilnice ale vieții.

b) *Însușirea enunțului problemei.* În vederea analizei unei probleme, elevii trebuie să înțeleagă, să pătrundă și să-și însușească conținutul acelei probleme. Însușirea enunțului unei probleme presupune următoarele :

— repetarea enunțului de către propunător, cu scrierea datelor pe tablă și pe caiete ;

— explicarea cuvintelor sau a expresiilor neînțelese sau dificile ;

— repetarea enunțului de către 2—3 elevi ;

— ilustrarea enunțului cu ajutorul planșelor, desenelor, schemelor, graficelor sau al semnelor convenționale.

c) *Examinarea problemei.* Procesul de gîndire care are loc în scopul precizării problemelor simple care alcătuiesc o problemă compusă și a succesiunii lor, astfel încît întrebarea ultimei probleme simple să coincidă cu întrebarea finală a problemei date, se numește examinarea sau analiza problemei.

Există două metode principale pentru examinarea unei probleme :

A. *Metoda analitică.* A examina o problemă prin metoda analitică înseamnă a porni de la întrebarea problemei, a stabili datele, în general necunoscute, cu ajutorul cărora se poate formula problema simplă a cărei întrebare să coincidă cu întrebarea problemei date, apoi a stabili alte date cu ajutorul cărora să se formuleze alte probleme simple ale

căror rezultate să constituie elementele problemei simple precedente și așa mai departe pînă se ajunge la prima problemă simplă care se poate formula pe baza datelor problemei compuse respective, date ce trebuie să fie ambele cunoscute. Pornind de la această problemă simplă, se arată în mod succesiv toate problemele simple care pot fi formulate, fiecare utilizînd datele celei precedente pînă se ajunge la problema simplă al cărei rezultat este însuși rezultatul problemei date.

B. *Metoda sintetică*. A examina o problemă prin metoda sintetică înseamnă a orienta atenţia elevilor asupra a două din datele problemei compuse și a formula cu acestea o problemă simplă, al cărei rezultat să constituie un element al unei noi probleme simple și așa mai departe pînă se ajunge la ultima problemă simplă a cărei întrebare coincide cu întrebare problemei compuse date.

În aplicarea acestei metode trebuie să se aibă grijă ca să se formuleze numai acele probleme simple care converg spre întrebarea finală. Aceasta pentru motivul că uneori în cadrul unor probleme compuse se pot formula și probleme simple ce nu converg spre rezultatul final și care abat atenţia și gîndirea elevilor pe căi lăturalnice. De aceea este necesar ca în formularea fiecărei probleme simple să ne punem în minte întrebarea : Este necesar să aflăm aceasta ?

Prin structura lor, unele probleme se pretează la o examinare prin metoda sintetică, și anume, acelea în care problemele simple sînt evidente și în care însuși textul problemei indică succesiunea acestora.

Exemplu: *În vederea aprovizionării cantinei cu cele necesare pentru iarnă s-au procurat într-o zi 1 900 kg cartofi cu 0,80 lei/kg, 850 kg ceapă cu 2,25 lei/kg, 876 kg varză cu 1,25 lei/kg. Care este valoarea totală a acestor produse ?*

Se observă că textul problemei delimitează în mod clar problemele simple și stabilește succesiunea lor. De aceea problema poate fi examinată mai ușor prin metoda sintetică. În acest caz, procesul de gîndire se desfășoară în felul următor :

1) Cunoscînd cantitatea de cartofi și costul unui kilogram se poate afla valoarea întregii cantități de cartofi.

2) Cunoscînd cantitatea de ceapă și costul unui kilogram, se poate afla valoarea întregii cantităţi de ceapă.

3) Cunoscînd cantitatea de varză și costul unui kilogram, se poate afla valoarea întregii cantităţi de varză.

4) Dacă se află valoarea cantității de cartofi, valoarea cantității de ceapă și valoarea cantității de varză, se poate afla valoarea totală a acestor produse.

În alte probleme compuse nu este evidentă delimitarea problemelor simple, nu este indicată succesiunea lor și pentru a le stabili este necesar un proces subtil de gîndire analitică.

Exemplu: *O C.A.P. a contractat predarea către stat a 2/5 din producţia sa de grîu, restul distribuindu-se cooperatorilor. Să se calculeze ce cantitate de grîu revine pentru o normă muncă dacă suprafaţa totală însămînţată cu grîu a fost de 684 ha, producţia medie la hectar fiind de 2 150 kg, iar numărul total de norme muncă este de 139 320.*

Se observă că în cazul acestei probleme, ordinea în care se vor rezolva problemele simple nu coincide cu cea din text.

Problema poate fi examinată și prin metoda sintetică, dar se pretează mai bine unei examinări prin metoda analitică.

Procesul de gîndire, conform metodei analitice, se desfășoară în felul următor :

1. Pentru a afla cantitatea de grîu ce revine pentru o normă muncă, ar trebui să știm cantitatea totală de grîu ce se repartizează pentru cele 139 320 norme muncă.

2. Pentru a afla cantitatea de grîu ce se repartizează cooperatorilor, ar trebui să scădem din cantitatea totală de grîu cantitatea ce se predă statului.

3. Dar pentru a face această operație ar trebui să știm ce cantitate de grîu se livrează statului, adică să aflăm cît fac 2/5 din cantitatea totală.

4. Pentru aceasta este necesar să aflăm cantitatea totală de grîu recoltată de pe cele 648 ha.

Comparînd cele două metode și referindu-ne la învățămintele dobîndite din experiență, se pot afirma următoarele :

Metoda sintetică este mai ușoară, este mai accesibilă elevilor datorită faptului că nu necesită un proces de gîndire de mare profunzime. De aceea este întrebuințată cu precădere mai ales în primele trei clase. Întrebuințarea acestei metode însă poate duce la greșeli, prin formularea unor probleme simple care nu sînt necesare, tocmai datorită faptului că procesul de gîndire nu este orientat în mod clar spre întrebarea finală, pentru că nu pornește de la această întrebare.

Metoda analitică formulează problemele simple în funcție de întrebarea finală, deci apelează numai la acele probleme simple ce converg spre întrebarea finală și care concură la stabilirea răspunsului corespunzător acestei întrebări. Ea este mai grea fiindcă presupune un proces de gîndire continuu și de profunzime, fapt pentru care există tendința de a fi în general ocolită. Dar întrebuințarea acestei metode contribuie într-o mai mare măsură la dezvoltarea gîndirii logice și numai cunoașterea și întrebuințarea ei creează posibilitatea rezolvării de către elevi a problemelor în mod independent. De aceea este necesar ca pe măsură ce elevii dobîndesc priceperea de a examina problemele prin metoda sintetică, să se treacă treptat la întrebuințarea metodei analitice, mai ales în clasele a III-a și a IV-a. Utilizarea cu precădere a metodei sintetice în clasele I—IV ale școlii generale se resimte în clasele V—VIII și mai tîrziu în liceu, prin inerția de care dau dovadă elevii în rezolvarea problemelor, prin dificultățile, uneori de neînlăturat pe care le întîmpină cînd desfășoară această muncă în mod independent.

Pentru a ilustra mai bine procesele care au loc în examinarea unei probleme prin cele două metode, le vom prezenta comparativ sub formă de schemă, în legătură cu următoarea problemă :

O C.A.P. recoltează produsele de pe 2 loturi. Primul lot are suprafața de A ha, *al doilea* B ha. *De pe primul lot s-au recoltat* a kg *produse la* ha, *de pe al doilea* b kg *produse la* ha. *Cîte camioane sînt necesare pentru transportul acestor produse, dacă un camion transportă o dată* c kg *produse ?*

Examinarea problemei prin :

metoda sintetică

Cantitatea de produse recoltată de pe lotul I

Cantitatea de produse recoltată de pe lotul II

Cantitatea totală de produse

Nr. camioanelor necesare

metoda analitică

Nr. camioanelor necesare

Cantitatea totală de produse

Cantitatea de produse recoltată de pe lotul I

Cantitatea de produse recoltată de pe lotul II

În legătură cu cele două metode generale de examinare a unei probleme, trebuie să menționăm că procesul analitic nu poate fi izolat de cel sintetic, întrucît cele două metode formează o unitate în cadrul proceselor de gîndire, astfel că nu poate fi vorba de utilizarea cu exclusivitate a uneia sau alteia din aceste metode. În analiza unei probleme intervin ambele metode ca laturi separate ale procesului unitar de gîndire, dar în anumite momente, una din ele este dominantă. Astfel, descompunerea unei probleme compuse în problemele simple din care este formată este prin esență un proces de analiză, iar formularea planului de rezolvare, cu stabilirea succesiunii problemelor simple, este un proces de sinteză. Cu alte cuvinte, există o strînsă interdependență între procesele de analiză și sinteză, ele condiționîndu-se reciproc și realizîndu-se într-o unitate inseparabilă.

d) *Stabilirea planului de rezolvare.* Concluziile care rezultă din examinarea unei probleme se concretizează în planul de rezolvare. Acesta arată etapele succesive ale procesului de gîndire care a avut loc în examinarea problemei, fiecare punct al planului reprezentînd întrebarea uneia din problemele simple în care s-a descompus problema dată.

Planul de rezolvare poate fi formulat prin propoziții interogative sau prin propoziții afirmative. Formularea planului de rezolvare prin propoziții afirmative constituie o etapă superioară în dezvoltarea gîndirii elevilor și a formării priceperilor și deprinderilor de rezolvare a problemelor. De aceea, întrebuințînd în clasele I—II cu precădere formularea interogativă, trebuie să se treacă treptat, în clasele III—IV, la formularea afirmativă.

Planul de rezolvare se întocmește întotdeauna oral, uneori și în scris. Rezolvarea unei probleme cu *plan scris* se face cu scopul de a demonstra elevilor felul cum se desfășoară procesul de examinare a problemei și a-i deprinde cu formularea concluziilor ce se desprind din această examinare.

O caracteristică importantă a desfășurării procesului de examinare a unei probleme și de stabilire a planului de rezolvare o constituie faptul că în tot acest timp se lucrează numai cu mărimi și cantități, deci cît mai puțin cu numere, fără să se efectueze nici un fel de calcule. De aceea aceste procese apar ca procese de gîndire, de stabilire a raporturilor cantitative dintre mărimi și nu au nicidecum aspectul unor relații de calcul. Operațiile pe care le reclamă rezolvarea problemelor simple prevăzute în planul de rezolvare urmează să se facă după ce acest plan a fost complet formulat și apoi repetat de către elevi.

Spre exemplu, planul de rezolvare a problemei care a fost dată ca exemplu pentru ilustrarea metodei sintetice poate fi formulat astfel :

Prin propoziții interogative	*Prin propoziții afirmative*
1. Care este valoarea cantității de cartofi ?	1. Valoarea cantității de cartofi.
2. Care este valoarea cantității de ceapă ?	2. Valoarea cantității de ceapă.
3. Care este valoarea cantității de varză ?	3. Valoarea cantității de varză.
4. Care este valoarea totală a produselor ?	4. Valoarea totală a produselor.

De asemenea, planul de rezolvare a problemei care a fost dată ca exemplu pentru ilustrarea întrebuințării metodei analitice poate fi formulat astfel :

Prin propoziții interogative	*Prin propoziții afirmative*
1. Ce cantitate de grîu s-a recoltat în total ?	1. Cantitatea totală de grîu.
2. Ce cantitate de grîu s-a predat statului ?	2. Cantitatea de grîu predată statului.
3. Ce cantitate de grîu s-a distribuit țăranilor cooperatori ?	3. Cantitatea de grîu distribuită țăranilor cooperatori.
4. Ce cantitate de grîu revine pentru o normă muncă ?	4. Cantitatea de grîu ce revine pentru o normă muncă.

e) *Stabilirea operațiilor, scrierea lor și efectuarea calculelor*. Prin formularea planului de rezolvare și eșalonarea pe puncte a problemei date, aceasta se descompune în tot atîtea probleme simple, care urmează să fie rezolvate în ordinea stabilită. Dar pentru rezolvarea unei probleme simple, așa cum s-a arătat la capitolul respectiv, este necesar să se stabilească, pe baza unui nou proces de gîndire, operația corespunzătoare, să se scrie această operație și să se efectueze mintal sau în scris.

De aceea urmează să se trateze separat fiecare punct al planului de rezolvare, arătîndu-se în primul rînd procesul de gîndire ce stă la baza stabilirii operației corespunzătoare, sau care justifică această operație, după care să se scrie operația în partea stîngă a tablei sau caietului, termenii operației scriindu-se cu numere concrete și în ordinea indicată de procesul de gîndire. În cazul cînd calculele se efectuează în scris,

acestea se scriu în partea dreaptă a tablei, după regulile stabilite la calculul în scris, termenii operaţiei scriindu-se însă fără denumirea unităţilor pe care le reprezintă. De asemenea, pentru efectuarea calculului în scris se aplică, dacă este necesar, proprietăţile generale ale operaţiilor aritmetice, cum ar fi, spre exemplu, schimbarea ordinii termenilor unei sume sau a factorilor unui produs, sau orice alte procedee raţionale de calcul.

Uneori este cazul să se rezolve anumite probleme cu explicaţii scrise. Aceste explicaţii însă nu se confundă cu planul de rezolvare, întrucît explicaţiile scrise arată desfăşurarea procesului de gîndire în descompunerea problemei date în probleme simple, în stabilirea operaţiilor corespunzătoare sau în justificarea acestor operaţii, adică explicaţiile scrise se referă la examinarea problemei, cu utilizarea uneia din cele două metode, spre deosebire de planul de rezolvare care constituie concluzia acestei examinări.

Spre exemplu, pentru problema : *O unitate „Legume şi fructe" a vîndut într-o săptămînă merele din 218 lăzi a cîte 23,5 kg fiecare, la preţul de 3,75 lei/kg. Cîţi lei a încasat ?*, explicaţiile scrise bazate pe metoda analitică ar fi următoarele :

— pentru a afla cîţi lei s-au încasat în total, cunoscînd preţul unui kilogram, ar trebui să cunoaştem întreaga cantitate vîndută ;

— pentru a afla cantitatea totală de mere care s-a vîndut, ştiind că au fost 218 lăzi a cîte 23,5 kg fiecare, ne gîndim aşa : Dacă o ladă cîntăreşte 23,5 kg, atunci 218 lăzi vor cîntări de 218 ori mai mult, deci 23,5 kg $\times$ 218.

În baza acestor explicaţii scrise s-a alcătuit următorul plan de rezolvare :

1. Aflarea cantităţii totale de mere.
2. Aflarea costului total al cantităţii de mere.

f) *Munca suplimentară în legătură cu rezolvarea unei probleme.* In procesul rezolvării unei probleme, conţinutul ei este fragmentat, problema compusă este separată în părţile sale componente prin procesul de analiză. De asemenea, unele probleme prezintă posibilităţi diferite de rezolvare, se pot rezolva prin procedee diferite, iar altele au legătură cu unele din problemele rezolvate anterior, sînt de acelaşi fel în ceea ce priveşte procesul de gîndire etc. De aceea după rezolvarea unei probleme apare necesitatea unor activităţi care să unifice într-un singur tot diferitele părţi ale problemei şi să ofere elevului o privire de ansamblu, să fie apreciate rezultatele, să se arate posibilităţile de rezolvare, să se arate legătura cu alte probleme sau să se formuleze probleme asemănătoare. Această activitate care se desfăşoară după rezolvarea unei probleme poartă numele de *muncă suplimentară* în legătură cu rezolvarea acelei probleme şi ea constă în următoarele :

— *Repetarea problemei și a procesului de gîndire* în legătură cu examinarea ei, repetarea planului de rezolvare.

— *Repetarea operațiilor și justificarea lor, motivîndu-se* alegerea unei anumite operații și specificîndu-se posibilitățile de verificare a acestor operații prin calcul mintal sau în scris.

— *Stabilirea semnificației* rezultatelor parțiale și a rezultatului final, arătîndu-se ce reprezintă fiecare din aceste rezultate și prin ce unități se exprimă, precum și aprecierea rezultatelor din punctul de vedere al raportării lor la realitate, adică dacă rezultatele respective sînt posibile, dacă problema admite o singură soluție sau mai multe. Spre exemplu, dacă din rezolvarea unei probleme rezultă că lungimea unei camere de locuit este de 50 m, sau dacă recolta medie de grîu la hectar depășește cu mult realizările posibile, elevii trebuie deprinși să sesizeze nepotrivirile și să caute originea lor. De asemenea nu se va pierde prilejul pentru accentuarea aspectului educativ al conținutului și rezultatelor unei probleme. Procedînd în acest fel, rezolvarea problemelor aduce o importantă contribuție la formarea și dezvoltarea spiritului critic al elevilor, la formarea de convingeri în spiritul moralei comuniste.

— *Rezolvarea prin alte procedee* a problemei compuse sau a uneia din problemele simple componente. Spre exemplu, în problema în care s-a arătat că $\frac{2}{5}$ din cantitatea de grîu recoltată se predă statului, iar restul se distribuie cooperatorilor, s-a calculat întîi cantitatea pe care o reprezintă cele $\frac{2}{5}$ și apoi restul prin scădere, dar se poate calcula restul considerîndu-l $\frac{3}{5}$, deci o altă posibilitate de calcul, accesibilă și ea elevilor și la care desigur că unii dintre ei s-au gîndit. Formarea deprinderilor de a găsi noi posibilități de rezolvare, noi procedee de calcul, stimulează gîndirea elevilor în direcția explorării tuturor căilor de rezolvare, în direcția investigațiilor matematice în general.

— *Formularea de probleme asemănătoare*

O contribuție importantă în dezvoltarea gîndirii elevilor o aduce formularea problemelor. Pentru ca cineva să elaboreze textul unei probleme este necesar să gîndească împrejurările corespunzătoare, să imagineze o acțiune veridică pe fondul căreia să se profileze datele problemei, să aleagă aceste date astfel încît ele să fie în concordanță cu realitatea și să stabilească între aceste date relațiile aritmetice corespunzătoare. Fiecare din aceste aspecte reclamă un anumit proces de gîndire și de aceea formularea problemei presupune un complex unitar de judecăți.

Întrucît capacitatea elevilor de a elabora judecăți și cu atît mai mult un complex de judecăți este redusă, urmează că elevii trebuie ajutați, la început mai mult și apoi din ce în ce mai puțin în formularea problemelor. Acest ajutor constă în sugerarea cadrului în care se desfășoară pro-

blema, în indicarea datelor sau a operațiilor care urmează să fie folosite în stabilirea textului. Exemple :

— Formulați o problemă în legătură cu muncile ce se desfășoară acum în C.A.P. (indicarea cadrului).

— Formulați o problemă în legătură cu ieșirea tractoarelor la cîmp (indicarea acțiunii).

— Formulați o problemă de adunare cu numerele 12 și 5 (indicarea operației și datelor).

De asemenea, în legătură cu o anumită problemă rezolvată, se poate cere elevilor, ajunși la un anumit nivel în ceea ce privește dezvoltarea judecății, a priceperilor și deprinderilor de a formula probleme, să alcătuiască probleme asemănătoare cu cea rezolvată.

Cu deosebire în clasa a IV-a în a doua jumătate a anului, trebuie să se acorde elevilor din ce în ce mai multă libertate de acțiune în rezolvarea și formularea problemelor, cerîndu-le pur și simplu să formuleze probleme de o categorie oarecare, indicîndu-le doar numărul minim de operații pe care trebuie să-l cuprindă problema respectivă.

Problemele formulate de elevi, oral sau în scris, trebuie privite cu multă înțelegere, astfel încît strădaniile lor în formularea de probleme reușite să fie mereu încurajate. Dintre problemele formulate de elevi se selecționează cele mai reușite și se rezolvă cu explicații scurte.

— *Exprimarea rezolvării unei probleme printr-o singură expresie aritmetică.*

Pînă în clasa a IV-a, pe baza muncii sistematice a învățătorului, elevii înregistrează succese adeseori remarcabile în ceea ce privește dezvoltarea gîndirii. De aceea se ivește posibilitatea de a trece la exprimarea sub o singură expresie aritmetică a tuturor operațiilor pe care le reclamă rezolvarea unei probleme. Acest salt calitativ se bazează însă pe o serie de cunoștințe anterioare, cum ar fi mai ales ordinea operațiilor și utilizarea parantezelor.

Referindu-ne la problemele studiate mai sus, expresiile aritmetice care reprezintă rezolvarea lor ar fi următoarele :

a) Pentru prima problemă :

$$0{,}80 \times 1\,900 + 2{,}25 \times 580 + 1{,}25 \times 876 = 3\,920 \text{ (lei)}$$

b) pentru a doua problemă :

$$\left[2\,150 \times 648 - \frac{2}{5}\ (2\,150 \times 648)\right] : 139\,320 = 6 \text{ (kg)}$$

sau

$$\frac{3}{5}\,(2\,150 \times 648) : 139\,320 = 6 \text{ (kg)}$$

În cadrul muncii suplimentare în legătură cu rezolvarea unei probleme, s-au indicat mai multe forme de muncă. Trebuie precizat însă

că ele nu au caracter obligatoriu pentru fiecare problemă rezolvată. Propunătorul, în funcţie de tipul lecţiei, felul problemei şi nivelul clasei etc., are latitudinea să aleagă numai formele care i se par cele mai potrivite. Este totdeauna necesar însă ca primele forme de muncă, cele privitoare la repetarea problemei şi a operaţiilor, la stabilirea semnificaţiei rezultatelor, să fie avute în vedere chiar dacă munca suplimentară ia o amploare redusă.

5. Rezolvarea problemelor tip

Dintre feluritele probleme tip existente, manualele pentru clasele I—IV cuprind :

— probleme de aflare a timpului, vitezei şi distanţei, adică probleme de mişcare sau de circulaţie ;

— probleme de împărţire în părţi proporţionale ;

— probleme care se rezolvă prin regula de trei (directă şi inversă) ;

— probleme de aflare a cîtorva părţi dintr-un număr.

În rezolvarea problemelor tip se utilizează anumite metode speciale care diferă de la un tip de probleme la altul. Aceste metode speciale se caracterizează atît prin felul de aşezare a datelor şi de efectuare a operaţiilor, cît şi prin utilizarea selectivă a operaţiilor gîndirii.

Rezolvarea fiecărui tip de probleme se bazează pe fixarea relativă a unei scheme de lucru, cu o sferă limitată de aplicare, prin utilizarea căreia se ajunge la o anumită linie de mişcare a gîndirii, la un anumit fel tipic de orientare a raţionamentului.

În ceea ce priveşte metodele generale de examinare a unei probleme — metoda analitică şi metoda sintetică — acestea nu sînt excluse din mecanismul problemelor tip, însă nu devin predominante în nici unul din momentele care intervin în examinarea acestor probleme.

Dintre metodele speciale se întrebuinţează mai ales metoda figurativă şi metoda reducerii la unitate. Metoda figurativă se foloseşte cu deosebire în problemele de mişcare şi în cele de aflare a cîtorva părţi dintr-un număr, iar metoda reducerii la unitate în probleme de împărţire în părţi proporţionale şi în cele care se rezolvă prin regula de trei.

a. Rezolvarea problemelor de mişcare (circulaţie)

În structura problemelor de circulaţie intervin cele trei mărimi care caracterizează mişcarea rectilinie-uniformă : spaţiul, viteza şi timpul. Pentru înţelegerea acestui tip de probleme este necesar ca elevii să-şi formeze în primul rînd noţiuni clare în legătură cu cele trei mărimi, să

cunoască relaţiile de interdependenţă dintre ele, şi anume, cum se află una din acestea cînd se cunosc celelalte două.

Noţiunile respective se pot însuşi de către elevi prin analiza unor exemple cît mai apropiate de experienţa şi preocupările lor, ceea ce este posibil întrucît cele trei mărimi — datorită mecanizării aproape în întregime a mijloacelor de transport — au intrat în vorbirea obişnuită nu numai a oamenilor maturi, ci şi a tineretului şi chiar a copiilor. Astfel, utilizînd figurarea printr-un segment de dreaptă a unei distanţe AB pe care o parcurge un mobil, se împarte acest segment de dreaptă într-un număr determinat de părţi egale, fiecare parte reprezentînd distanţa parcursă în unitatea de timp, adică viteza mobilului (fig. 13).

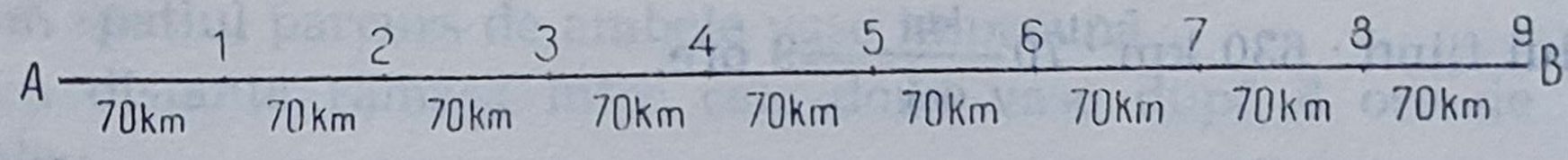


Fig. 13

Spre exemplu, considerînd că distanţa AB reprezintă lungimea drumului de la Arad la Bucureşti, drum pe care presupunem că un autoturism îl parcurge în 9 ore, mergînd cu viteza medie de 70 km/oră, rezultă următoarele :

Lungimea drumului străbătut de autoturism în 9 ore, cu viteza de 70 km/oră, se găseşte înmulţind numărul de kilometri parcurşi într-o oră (distanţa parcursă în unitatea de timp) cu numărul orelor (numărul unităţilor de timp), adică :

$$\text{Lungimea drumului} = \text{Distanţa parcursă în unitatea de timp} \times \text{numărul unităţilor de timp.}$$

Dar :

— lungimea totală a drumului străbătut de mobil se numeşte distanţă sau spaţiu şi se notează cu litera s ;

— distanţa parcursă în unitatea de timp se numeşte viteză şi se notează cu litera v ;

— numărul unităţilor de timp reprezintă durata mişcării, adică timpul în care se face mişcarea şi se notează cu t.

Atunci, relaţia de mai sus se scrie :

$s = v \times t$, calculul fiind : $70 \frac{\text{km}}{\text{oră}} \times 9$ ore $= 630$ km.

Presupunînd acum că în problemă se dă o altă pereche de mărimi, spre exemplu spaţiul (distanţa) şi timpul, şi se cere să se afle viteza, se observă că distanţa este împărţită în atîtea părţi egale cîte unităţi de timp sînt necesare mobilului pentru a parcurge întreaga distanţă. În acest caz, fiecare parte reprezintă distanţa parcursă de mobil în unitatea de timp, adică viteza.

Deci : viteza=spațiul : timp,

ceea ce se scrie : $v=s:t$ sau $v=\frac{s}{t}$,

calculul fiind : $630 \text{ km} : 9 \text{ ore}=70\frac{\text{km}}{\text{oră}}$.

În sfîrșit, cunoscînd spațiul și viteza, timpul se poate afla împărțind spațiul în părți egale, fiecare parte reprezentînd lungimea drumului străbătut în unitatea de timp, adică împărțind spațiul prin viteză. Deci : timpul=spațiul : viteză.

Ceea ce se scrie : $t=s:v$,

calculul fiind : $630 \text{ km} : 70\frac{\text{km}}{\text{oră}}=9 \text{ ore}$.

Pe baza noțiunilor formate în legătură cu mărimile care determină mișcarea, urmează că rezolvarea problemelor de acest tip se reduce la încadrarea lor în unul din cele trei cazuri, după felul mărimilor care se cunosc, munca de analiză constînd în identificarea mărimilor date și a celei ce se cere, cu descompunerea problemelor compuse în problemele simple și indicarea succesiunii acestora, urmînd ca în efectuarea calculelor să se utilizeze formulele stabilite.

Luăm ca exemplu problema : Două vase fluviale au plecat în același moment din două porturi, unul spre celălalt. Știind că distanța dintre porturi este de 375 km și că primul vas face pe oră 29 km, iar celălalt 18 km, să se afle distanța dintre cele două vase după 6 ore de mers.

Conținutul problemei se ilustrează cu ajutorul unui segment de dreaptă a cărui lungime reprezintă distanța dintre cele două porturi și prin săgeți care reprezintă vitezele celor două vase. Pentru ca reprezentarea să fie și mai sugestivă se pot desena chiar cele două vase, iar porturile se pot reprezenta prin cîte un dreptunghi prevăzut cu steguleț (fig. 14).

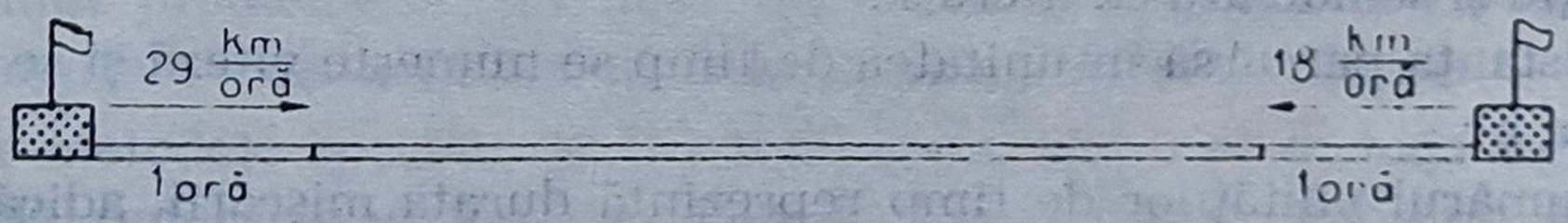


Fig. 14

Utilizînd în acest fel metoda figurativă, cu ajutorul căreia se poate determina linia de mișcare a gîndirii către notele esențiale ale problemei, elevii vor reuși să-și însușească fără dificultăți enunțul problemei și să pătrundă conținutul și rezolvarea ei. Astfel, procedînd analitic, adică pornind de la întrebarea problemei, se pot stabili următoarele :

— pentru a afla distanța rămasă între cele două vase după 6 ore de mers, cunoscînd distanța totală, ar trebui să știm distanța parcursă de cele două vase împreună ;

— pentru a afla distanța parcursă de cele două vase împreună, după 6 ore de mers, ar trebui să cunoaștem distanța parcursă de fiecare vas separat ;

— pentru a afla distanța parcursă de primul vas, știind că a mers timp de 6 ore cu viteza de 29 km/oră, adică pentru a afla spațiul, cunoscînd viteza și timpul, aplicăm formula spațiului

$$s = v \times t ;$$

— la fel pentru a afla distanța parcursă de al doilea vas. Deci, planul de rezlovare este următorul :

1. Aflăm spațiul parcurs de primul vas în 6 ore.
2. Aflăm spațiul parcurs de al doilea vas în 6 ore.
3. Aflăm spațiul parcurs de ambele vase împreună.
4. Aflăm distanța rămasă între cele două vase după 6 ore de mers.

Calculele :

1. 29 km/oră × 6 ore = 174 km.
2. 18 km/oră × 6 ore = 108 km.
3. 174 km + 108 km = 282 km.
4. 376 km — 282 km = 94 km.

În problemele de mișcare, metoda figurativă își dovedește cu prisosință eficiența, deoarece în procesul examinării și rezolvării problemei, gîndirea elevului se mișcă în cadrul asociațiilor indicate de figură sau de schemă, ceea ce determină o alternanță continuă între percepție și gîndire, o variație a raționamentului în funcție de cîmpul perceptiv reprezentat sugestiv prin acea figură.

b. Rezolvarea problemelor de împărțire în părți proporționale

În manuale figurează numai acele probleme de împărțire în *părți* proporționale care se referă la împărțirea în *părți direct proporționale* cu anumite numere date. Rezolvarea acestei categorii de probleme trebuie să rezulte din necesitatea aplicării principiului socialist al retribuției după cantitatea și calitatea muncii. Astfel, elevii vor înțelege cu ușurință că dacă muncitorii care intră în componența unei echipe de lucru aduc o contribuție diferită în realizarea unui produs sau a unei cantități de produse, este natural ca retribuția lor să fie diferită. Spre exemplu, dacă o echipă de trei muncitori strungari cu aceeași calificare prelucrează respectiv 4 piese, 7 piese, 5 piese de același fel, în total 16 piese, pentru care primesc 592 lei, suma cuvenită fiecăruia va fi proporțională cu numărul de piese prelucrate. Prin urmare, suma de 592 lei nu ar fi just să se împartă în mod egal între cei 3 muncitori, ci ținînd seama de contribuția adusă de fiecare în realizarea produsului respectiv, adică primul strungar să primească suma corespunzătoare pentru 4 piese prelucrate, al doilea pentru 7 piese și al treilea pentru 5 piese.

Dar pentru a stabili ce sumă se cuvine fiecărui muncitor, proporţional cu numărul de piese prelucrate, este necesar să se cunoască suma ce corespunde pentru prelucrarea unei singure piese.

Metoda prin care se stabileşte relaţia corespunzătoare pentru o singură piesă, pentru un singur obiect, pentru o singură unitate se numeşte reducere la unitate. Prin urmare, pentru rezolvarea problemelor de împărţire în părţi proporţionale se utilizează în mod necesar metoda reducerii la unitate. Aplicînd această metodă, urmează că rezolvarea problemei de mai sus şi a oricărei probleme de împărţire în părţi proporţionale cu anumite numere date trebuie să cuprindă două părţi distincte :

— aflarea sumei corespunzătoare pentru o singură piesă (reducerea la unitate) ;

— aflarea sumelor corespunzătoare pentru 4, respectiv, 7 şi 5 piese.

Deci, operaţiile sînt următoarele :

1. 592 lei : 16=37 lei (suma ce se plăteşte pentru prelucrarea unei singure piese)
2. 37 lei×4=148 lei (suma ce se plăteşte pentru prelucrarea a 4 piese)
3. 37 lei×7=259 lei (suma ce se plăteşte pentru prelucrarea a 7 piese)
4. 37 lei×5=185 lei (suma ce se plăteşte pentru prelucrarea a 5 piese).

TOTAL : 592 lei.

Dacă se analizează fiecare problemă de împărţire în părţi proporţionale astfel încît să se scoată în evidenţă cele două etape distincte pe care le comportă rezolvarea, se poate stabili cu uşurinţă procedeul de urmat, pe care apoi elevii să-l aplice în fiecare caz, desigur adaptîndu-se situaţiilor concrete pe care le determină textul fiecărei probleme. Acest procedeu poate fi formulat în felul următor : pentru a împărţi un număr în părţi proporţionale cu anumite numere date, se împarte acel număr prin suma numerelor date, iar cîtul obţinut se înmulţeşte cu fiecare din aceste numere.

c. Rezolvarea problemelor prin regula de trei simplă (directă şi inversă)

Metoda de bază care se aplică în rezolvarea problemelor prin regula de trei este metoda reducerii la unitate, regula de trei constituind doar o formă anumită de aşezare a datelor, o schemă de utilizare a acestor date în desfăşurarea procesului de gîndire care intervine în examinarea şi rezolvarea problemelor respective.

Problemele din această categorie cuprind trei elemente cunoscute și unul necunoscut, în total patru elemente, două cîte două de același fel. Cu ajutorul celor trei elemente cunoscute se află cel de-al patrulea, de unde și denumirea de regula de trei. Spre exemplu în problema : *„Știind că pentru 7 piese prelucrate la strung se plătește suma de 259 lei, să se afle ce sumă se cuvine pentru 16 piese“*, așezarea datelor și exprimarea corespunzătoare va fi :

7 piese . . . 259 lei, 16 piese . . . x lei.	Dacă pentru 7 piese se plătește suma de 259 lei, atunci pentru 16 piese se va plăti (suma de) x lei.

Trecînd la rezolvarea problemei prin utilizarea metodei reducerii la unitate se pornește de la ceea ce se cunoaște, adică în desfășurarea procesului de gîndire se procedează sintetic. Astfel spunem : „Dacă pentru 7 piese se plătește suma de 259 lei“ și scriem :

7 piese . . . 259 lei,

„atunci pentru o singură piesă se va plăti mai mult sau mai puțin ?“ Răspuns : Pentru o piesă se va plăti mai puțin decît pentru 7 piese, și anume, de 7 ori mai puțin, adică suma de 259 lei micșorată de 7 ori, ceea ce se scrie : 1 piesă . . . 259 : 7 lei, iar pentru 16 piese se va plăti de 16 ori mai mult decît pentru o piesă, adică 259 : 7×16, ceea ce se scrie :

16 piese . . . 259 : 7×16 lei.

În final aspectul lucrărilor pe tablă și pe caiete este următorul : Așezarea datelor

7 piese . . . . . 259 lei
16 piese . . . . . x lei

Rezolvarea problemei

7 piese . . . . . 259 lei
1 piesă . . . . . 259 : 7
16 piese . . . . . 259 : 7×16=592 lei.

Observații

În utilizarea metodei reducerii la unitate este deosebit de important ca în momentul în care se apelează la gîndirea elevilor pentru stabilirea relației matematice corespunzătoare unei singure unități să se pună întrebarea care conține cuvintele : ...mai mult sau mai puțin ?, fiindcă de răspunsul corect dat la această întrebare depinde stabilirea operației corespunzătoare, precum și dacă problema care se rezolvă prin regula de trei este *directă*. În acest caz la o micșorare de un număr de ori a primei mărimi corespunde micșorarea de același număr de ori a mărimii a doua. În problemele de regula de trei *inversă*, la micșorarea de un număr de ori a primei mărimi corespunde mărirea de același număr de ori a mărimii a doua. Prin urmare, procesul de gîndire care determină alegerea operațiilor trebuie să aibă la bază relațiile de dependență dintre datele problemei și nicidecum aplicarea mecanică a schemei care caracterizează regula de trei.

Exemplu de problemă care se rezolvă prin regula de trei inversă : Pentru transportul unei cantități de porumb s-a proiectat să se utilizeze 12 camioane,

calculîndu-se că acestea ar transporta întreaga cantitate de porumb în 15 ore. În cîte ore s-ar transporta aceeași cantitate de porumb dacă se mai aduc încă 8 camioane ?

Așezarea datelor

12 camioane . . . . . 15 ore
20 camioane . . . . . x ore

Rezolvarea problemei :

12 camioane . . . . . 15 ore
1 camion . . . . . 15×12 ore
20 camioane . . . . . $15 \times 12 : 20 = 9$ ore.

Și în cazul acestei probleme este necesar să se pună în evidență dependența dintre mărimi cu ajutorul întrebării : Dacă 12 camioane pot transporta întreaga cantitate de porumb în 15 ore, atunci un singur camion ar putea transporta aceeași cantitate într-un număr mai mare de ore, sau mai mic ? Răspuns : Un singur camion ar avea nevoie de un număr de ore de 12 ori mai mare, fiindcă numărul camioanelor este de 12 ori mai mic. Deci, de cîte ori se micșorează numărul camioanelor, de atîtea ori se mărește numărul orelor necesare pentru transport, adică între cele două mărimi dependența are caracter invers.

d. Probleme de aflare a cîtorva părți dintr-un număr

În cadrul capitolului V „Fracții ordinare", la punctul 6 intitulat „Calcularea unei fracții dintr-un număr" s-au tratat chestiunile privitoare la aflarea unei unități fracționare sau a cîtorva unități fracționare dintr-un număr, stabilindu-se operațiile și procedeele corespunzătoare, adică împărțirea prin numitor a numărului dat și înmulțirea rezultatului cu numărătorul. Fără a reveni asupra acestei chestiuni, se va arăta în continuare că problemele de aflare a cîtorva părți dintr-un număr, care se reduc la cele de aflare a unei fracții dintr-un număr, se pot rezolva și printr-un alt procedeu, anume, prin regula de trei simplă.

În vederea aplicării regulii de trei în rezolvarea problemelor de aflare a cîtorva părți, elevii trebuie să cunoască în condiții optime exprimarea prin fracții ordinare a oricărui întreg, anume printr-o fracție cu termenii egali, precum și faptul că numărătorul unei fracții reprezintă numărul părților luate dintr-un întreg care a fost împărțit în atîtea părți egale cîte unități are numitorul. În sensul celor de mai sus, fracțiile ordinare se vor citi și cu utilizarea denumirii de „părți", adică fracțiile 3/5, 2/7, 3/8, 7/10, spre exemplu, se vor citi și sub forma : 3 părți din 5, 2 părți din 7, 3 părți din 8, 7 părți din 10 etc. Este indicat chiar să se numere părțile de un anumit fel ale unui întreg : o parte, două părți... pentru a orienta atenția elevilor asupra numărătorului fracției, asupra numărului de părți pe care-l reprezintă acesta, fiindcă numai prin clarificarea cunoștințelor în sensul arătat elevii vor reuși să utilizeze fracțiile ordinare în aplicarea regulii de trei.

Un exemplu va lămuri mai bine lucrurile.

O cooperativă agricolă de producție și-a planificat să însămînțeze cu porumb o suprafață de 238 ha. Știind că în prima săptămînă a însămînțat 4/7 din întreaga suprafață, iar restul în a doua săptămînă, să

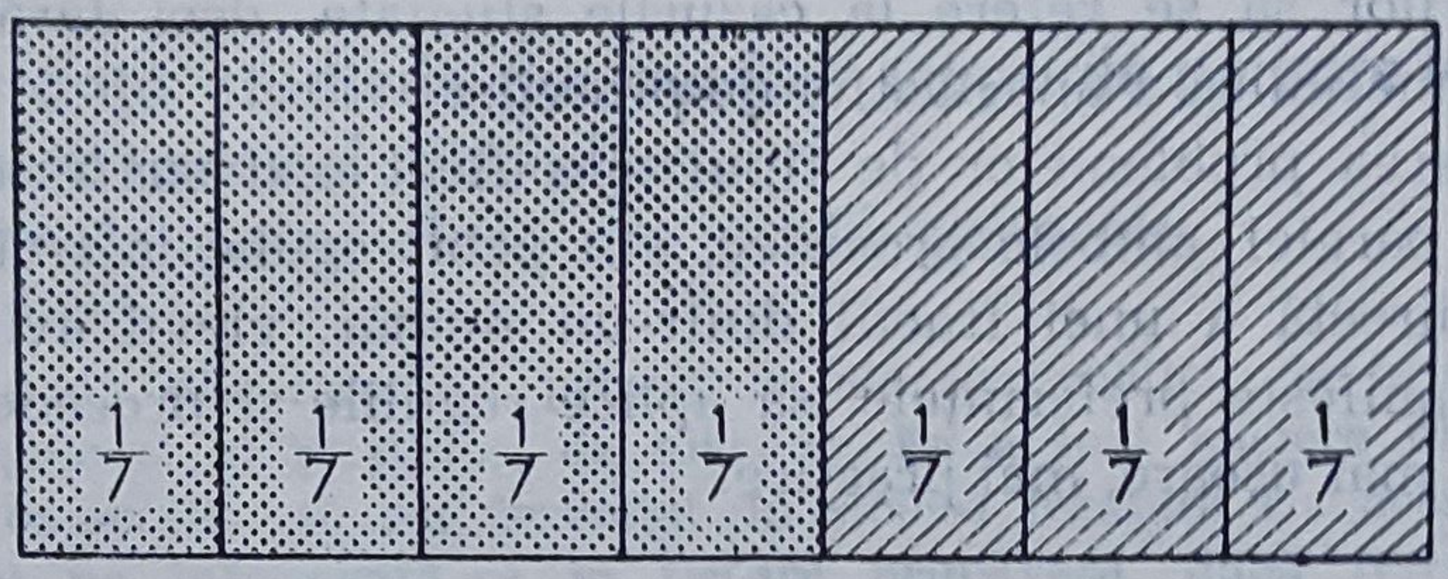


Fig. 15

se afle cîte hectare s-au însămînțat cu porumb în prima săptămînă și cîte în a doua.

Pentru rezolvarea problemei, utilizînd metoda figurativă, se stabilește că este necesar să se calculeze 4/7 din suprafața totală a terenului, adică 4/7 din 238 ha, iar partea care rămîne pentru săptămîna a doua să se calculeze prin diferență (la urmă se vor avea în vedere și alte posibilități de rezolvare) (fig. 15).

În așezarea și rezolvarea problemei se va utiliza următorul fel de exprimare :

Exprimarea orală	*Exprimarea în scris*
Toate cele 7 părți din suprafață fac 238 ha,	$\frac{7}{7}$ părți . . . . . 238 ha.
4 părți (din 7) fac x ha	$\frac{4}{7}$ părți . . . . . x ha.
Dacă 7 părți (din 7) fac 238 ha	$\frac{7}{7}$ părți . . . . . 238 ha.
atunci o singură parte (din 7) va fi de 7 ori mai mică, adică :	$\frac{1}{7}$ părți . . . . . $\frac{238}{7}$ ha.
iar 4 părți (din 7) vor face de 4 ori mai mult decît o singură parte, adică :	$\frac{4}{7}$ părți . . $\frac{238}{7} \times 4 = 136$ ha.

Fără îndoială că după ce elevii vor pătrunde înțelesul exprimării orale, își vor putea însuși cu ușurință exprimarea simplificată cu utilizarea limbajului matematic în scrierea și efectuarea operațiilor respective. Procedeul de lucru indicat în rezolvarea prin regula de trei a acestui tip de probleme se poate formula astfel :

— pentru a afla o singură parte dintr-un număr (o unitate fracționară) se împarte numărul dat la numărul care arată felul părților ;

— pentru a afla cîteva părţi dintr-un număr, întîi se află o singură parte (împărţind numărul dat la numărul care arată felul părţilor), apoi se află cele cîteva părţi înmulţind valoarea unei părţi cu numărul acestora.

Procedeul de lucru trebuie stabilit sub o formă explicativă, îngăduindu-le elevilor să se refere la cazurile studiate, deci fără a pretinde memorarea mecanică a unor astfel de procedee.

În rezolvarea problemelor de tipul specificat mai sus este indicat să se utilizeze paralel ambele procedee, atît prin regula de trei, cît şi prin calcularea directă a unei fracţii dintr-un număr, elevii avînd latitudinea să-şi manifeste preferinţele, să aplice regulile şi procedeele pe care le consideră mai uşoare, mai practice.

Capitolul VIII

Metodica studierii geometriei în primele patru clase ale școlii generale

1. Importanța studierii geometriei, scopurile pe care le urmărește predarea acestei discipline în primele patru clase ale școlii generale

Geometria, una din ramurile principale ale matematicii, se ocupă cu studiul formelor spațiale și al relațiilor de mărime. Ea a luat naștere din necesitățile practice ale oamenilor și s-a dezvoltat în strînsă legătură cu acestea. Istoricul antic Herodot ne informează că în fiecare primăvară, după retragerea apelor Nilului, cultivatorii de pămînt din Egipt erau nevoiți să-și măsoare din nou terenurile agricole, fie pentru așezarea contribuțiilor la care erau supuși, fie pentru stabilirea vechilor semne de hotar.

În cadrul civilizației egiptene, geometria și-a extins și și-a adîncit mereu caracterul practic, ajungînd la o mare înflorire datorită aplicațiilor sale în lucrările de irigații, în proiectarea măreților temple și a giganticelor construcții funerare, a căror realizare atestă existența unor serioase cunoștințe de geometrie.

Egiptenii au dezvoltat geometria cu deosebire sub forma imaginilor, studiul figurilor geometrice și descoperirea unor proprietăți ale acestora avînd loc pe baza sugestiilor pe care le putea oferi desenul, adică prin observarea directă a figurilor reprezentate prin desen, atenția cercetătorului fiind orientată în primul rînd spre acele proprietăți care aveau utilitate evidentă din punct de vedere practic. Acest stadiu al dezvoltării geometriei este caracteristic civilizației egiptene și este cunoscut sub denumirea de *stadiul imaginilor* sau al *contemplării directe* a figurilor geometrice.

Din Egipt geometria a trecut în Grecia, unde a luat o dezvoltare incomparabil mai mare, nu numai în ceea ce privește caracterul său practic, ci în special din punct de vedere teoretic, datorită unor noi condiții social-economice, care cereau geometriei soluții optime pentru numeroasele probleme practice, cele mai multe legate de măsurarea lungimilor, calcularea ariilor și volumelor, proiectarea și executarea construcțiilor arhitecturale, a canalelor și lucrărilor de irigații și care nu puteau căpăta rezolvarea corespunzătoare decît pe baza unui aprofundat studiu teoretic.

Grecii au dezvoltat cu multă pasiune cunoștințele de geometrie preluate de la egipteni, au sistematizat aceste cunoștințe și au elaborat forme de raționament cu ajutorul cărora s-au descoperit relații noi. Creatorul primului curs sistematic de geometrie, adică cel care a strîns și a ordonat întregul material de geometrie al epocii sale, punînd astfel geometria pe baze științifice, a fost Euclid (secolul al III-lea î.e.n.).

Sistemul de cunoștințe euclidian se întemeiază pe anumite adevăruri evidente, denumite axiome, cu ajutorul cărora prin demonstrații riguroase se deduc noi adevăruri. Celebrele „Elemente" ale lui Euclid, care cuprind adevărata esență a geometriei, au constituit timp de 2 milenii punctul de plecare și modelul tuturor lucrărilor ulterioare de geometrie. Apariția acestei lucrări învederează nivelul înalt la care ajunsese gîndirea științifică în antichitate, iar momentul respectiv marchează trecerea de la stadiul imaginilor în geometrie la cel al noțiunilor.

În epoca modernă, în special prin noile considerații asupra geometriei euclidiene, s-au realizat progrese remarcabile în această disciplină, servind astfel dezvoltarea în continuare a științei și tehnicii. În același timp, concepțiile neeuclidiene ale geometrilor au produs schimbări adînci în gîndirea matematică și au dovedit falsitatea teoriilor idealiste care susțineau proveniența geometriei din necesitățile logice ale rațiunii și nu din experiență, arătînd totodată că adevărurile geometrice se confirmă prin experiență, prin aplicarea lor practică.

Astăzi, ca și în trecut, geometria se bucură de o înaltă apreciere, atît prin caracterul său practic, cît și prin contribuția pe care o aduce la formarea personalității în general și a raționamentului deductiv în special.

Din punct de vedere instructiv, studiul sistematic al geometriei urmărește înarmarea elevilor cu o sumă de cunoștințe clare și precise despre formele obiectelor lumii reale, mărimea acestora și proprietățile lor. De asemenea urmărește formarea și dezvoltarea reprezentărilor spațiale, precum și a deprinderilor de a aplica practic cunoștințele de geometrie în efectuarea măsurătorilor, stabilirea unor lungimi sau distanțe, calcularea ariilor și volumelor. Caracteristic pentru clasele I—IV este faptul că prin predarea geometriei se urmărește îndeosebi ca elevii să-și formeze imagini clare și bine conturate asupra figurilor geometrice și completarea acestor imagini cu cîteva noțiuni elementare care să constituie apoi un suport de nădejde pentru predarea în clasele următoare a cursului sistematic de geometrie și o bază trainică pentru dezvoltarea raționamentului.

Cunoștințele generale de geometrie au numeroase și variate aplicații practice, începînd cu cele mai simple lucrări geodezice și de agrimensură, continuînd cu lucrările de proiectare în construcții sau în industrie și culminînd cu pătrunderea din ce în ce mai adînc a tainelor universului și a cuceririi spațiului cosmic. În clasele mici, aplicațiile geometriei se rezumă la lucrări simple de măsurare a lungimilor și a distanțelor, a dimensiunilor corpurilor sau a figurilor geometrice plane cît și la lucrări elementare de agrimensură, utilizînd practic cunoștințele dobîndite în legătură cu unitățile de măsură pentru lungimi și suprafețe.

Dar geometria are și un pronunțat aspect educativ prin contribuția pe care o aduce la dezvoltarea facultăților mintale și a unor aptitudini. Astfel, prin caracterul deductiv al adevărurilor sale, geometria contribuie în măsură hotărîtoare la dezvoltarea gîndirii logice, la disciplinarea raționamentului, obișnuind elevii cu rigoarea dusă uneori la extrem în ceea ce privește examinarea datelor și a rezultatelor. De asemenea, studiul geometriei aduce o contribuție valoroasă în formarea spiritului de observație, în dezvoltarea aptitudinilor de a pătrunde în esența lucrurilor și a descoperi relațiile intime ale figurilor, în stimu-

larea muncii de cercetare și investigație pentru găsirea unor noi posibilități de rezolvare a problemelor sau de demonstrare a adevărurilor matematice.

2. Metode folosite în predarea geometriei la clasele I–IV

Sistemul cunoștințelor de geometrie se întemeiază pe o serie de noțiuni primare, elemente geometrice simple care nu se pot defini, cum sînt punctul, dreapta, planul și pe un număr de adevăruri evidente, numite axiome, pe care intuiția și experiența le acceptă fără demonstrație. Cu ajutorul noțiunilor primare și al axiomelor se însușesc adevăruri noi, pe cale logică, fiecare propoziție nouă fiind dedusă din cele stabilite și demonstrate anterior. De aceea cursul științific de geometrie utilizează prin excelență metoda deductivă. Cum însă în clasele I—IV elevii își însușesc noțiuni simple de geometrie, unele dintre ele cu caracter primar, și cum gîndirea copilului este insuficient dezvoltată pentru a se putea ridica la abstracțiuni înalte și nu are capacitatea de a urmări sau de a formula raționamente complicate, în predarea geometriei la aceste clase se utilizează cu deosebire metoda inductivă, adică metoda cu ajutorul căreia, pe baza studierii prin observație și experiență a unor cazuri particulare, se ajunge la descoperirea și formularea proprietăților generale. Aplicarea acestei metode presupune utilizarea pe scară largă a intuiției, care asigură perceperea directă a formei și mărimii figurilor, a distanțelor dintre obiecte și a direcțiilor în care se află. Intuiția precizează conținutul noțiunilor, ajută la formularea și interpretarea definițiilor, la sistematizarea și clarificarea cunoștințelor, asigurînd însușirea conștientă și trainică a acestora. De aici urmează că în procesul însușirii cunoștințelor de geometrie, elevului trebuie să i se prezinte mereu figurile geometrice care se studiază, să i se ceară să le identifice în mediul înconjurător și să le reprezinte prin desen în diferite mărimi și poziții. Dealtfel, primele noțiuni de geometrie sînt legate de acțiunea externă, materială. Spre exemplu, pentru formarea noțiunii de linie se pipăie pe toată lungimea lor muchiile unor corpuri, apoi liniile respective se trasează cu rigla. De asemenea, suprafața se arată pe toată întinderea ei cu palma deschisă, apoi se desenează forma suprafeței. Ulterior, acțiunea externă este urmărită numai din ochi, pentru ca în continuare să fie transpusă pe plan mintal, realizîndu-se astfel corelația strînsă dintre elementul senzorial și cel noțional, continua alternanță dintre percepție și gîndire.

Dar numai printr-un simplu proces de intuiție nu se poate pătrunde în esența lucrurilor, nu se pot stabili relațiile intime ale figurilor, astfel că apare necesitatea operațiilor logice de abstractizare și generalizare, iar

apoi a raţionamentului în formarea imaginilor, în sesizarea şi demonstrarea adevărurilor geometrice. Dealtfel, intuiţia lipsită de elementul raţional poate crea confuzii, poate duce la concluzii greşite, la erori grave datorită imperfecţiunii simţurilor noastre şi a instrumentelor pe care le folosim. Prin urmare, studiul direct al figurilor geometrice trebuie să fie orientat astfel încît cunoaşterea să se producă simultan la niveluri diferite, şi pe baza unor procese de percepţie selectivă să se ajungă la o neîntreruptă pendulare între senzorial şi logic.

Abstractizarea, ca operaţie a gîndirii logice, intervine în oricare din procesele de formare a noţiunilor geometrice, începînd chiar cu cele primare. Astfel, în însuşirea noţiunilor de punct, linie, suprafaţă, ca elemente geometrice, adică în formarea imaginii punctului fără nici o dimensiune, a liniilor şi suprafeţelor fără grosime, procesul de abstractizare porneşte tot de la imaginile lumii reale, adică în cazul nostru de la punctele materiale, de la linii şi suprafeţe materiale. Prin abstractizare, studiul figurilor geometrice, utilizînd formele materiale, se ridică pe un plan care permite desfăşurarea nestăvilită a cunoaşterii şi stabilirea unor proprietăţi şi legi care în ultimă instanţă, prin aplicaţiile lor practice, se răsfrîng asupra aceloraşi forme materiale.

Din cele spuse pînă acum rezultă că elevii, începînd cu cei din clasele I—IV, nu trebuie să rămînă la faza imaginilor vizuale, ci pe măsura dezvoltării gîndirii să ajungă la abstractizări şi generalizări, mergînd consecvent pe drumul care duce spre utilizarea raţionamentului deductiv. Aceasta înseamnă că primele elemente geometrice pot fi procurate prin observarea directă şi atentă a corpurilor materiale, urmînd ca prin abstractizare aceste elemente să capete un conţinut ştiinţific pe care să se clădească în continuare întregul sistem de cunoştinţe geometrice.

Însuşirea noţiunilor de geometrie se bazează în mare măsură pe *desen*, pe *construcţiile geometrice*. Desenul are avantajul că rezumă în cîteva linii formele figurilor, prezintă şi sugerează unele relaţii, face să se bănuiască unele proprietăţi înainte de a fi demonstrate prin raţionament. De asemenea, desenul, prin faptul că prezintă schematic elementele mai însemnate ale figurilor, constituie etapa de trecere de la faza intuitivă la cea abstractă. Din acest motiv, desenul geometric este considerat un mijloc important de cercetare în vederea însuşirii cunoştinţelor şi descoperirii proprietăţilor figurilor. Nu mai puţină importanţă prezintă lucrările practice pe teren şi munca de confecţionare de către elevi a unor figuri geometrice, deoarece în cadrul acestor activităţi elevii îşi lămuresc unele nedumeriri, îşi conturează anumite noţiuni, şi se deprind nu numai cu perceperea formelor geometrice, ci şi cu reproducerea acestor forme.

Se poate observa cu ușurință că geometria se deosebește de celelalte ramuri ale matematicii prin particularitatea pe care o are de a oferi posibilitatea contemplării directe a obiectelor lumii reale sau a desenelor care reprezintă aceste obiecte. Adică, în afară de metoda pur deductivă care constă în descoperirea adevărurilor printr-o succesiune de raționamente formulate pe baza propozițiilor stabilite anterior, unele proprietăți ale figurilor geometrice pot fi puse în evidență și prin intuiție. Constatarea că intuiția poate conduce la stabilirea și înțelegerea unor noțiuni sau proprietăți simple are importanță deosebită din punct de vedere metodic, fiindcă în clasele I—IV studiul geometriei se bazează mai ales pe intuiție.

Interpretînd evolutiv ideile exprimate mai sus, se poate ajunge la concluzia că predarea geometriei, îndeosebi însușirea noțiunilor elementare, repetă în mare măsură procesul istoric de dezvoltare a acestei științe de-a lungul veacurilor. Astfel, stadiului istoric al contemplării directe îi corespunde intuiția, iar stadiului rațional îi corespunde faza în care la baza însușirii cunoștințelor de geometrie stau gîndirea abstractă și raționamentul.

3. Conținutul studiului geometriei în clasele I—IV ale școlii generale

Unele noțiuni referitoare la figurile geometrice sînt prevăzute de programa școlară pentru a fi însușite încă din clasa I, cînd elevii învață să recunoască și să denumească cîteva figuri geometrice, mai ales acelea pe care le întîlnesc și pe care le utilizează ca materiale didactice în numerație și calcul : dreptunghiul, pătratul, triunghiul, cercul.

În clasa a II-a se amplifică cunoștințele de geometrie prin introducerea noțiunilor de linie și felurile ei.

În clasa a III-a noțiunile de geometrie se conturează și se precizează mai bine, pătrunzîndu-se în esența lor prin stabilirea unor caracteristici și diferențieri, precum și a unor definiții. Astfel, elevii dobîndesc cunoștințe despre dreaptă și segmentul de dreaptă, despre linii paralele și perpendiculare, unghiuri și felurile unghiurilor.

Cunoștințele de geometrie capătă însă caracter sistematic abia în clasa a IV-a, cînd ele sînt prezentate într-o înlănțuire logică, stabilindu-se definițiile și proprietățile caracteristice triunghiului și patrulaterului, introducîndu-se noțiunile de perimetru și arie urmate de măsurători pe teren și calcule pentru aflarea ariilor figurilor plane mai importante. De asemenea, tot în clasa a IV-a se introduc noțiunile de corp și corp geometric.

4. Predarea noțiunilor de geometrie

Ținînd seama de aspectul elementar al noțiunilor geometrice prevăzute pentru clasele I—IV și de particularitățile de vîrstă ale elevilor din aceste clase, se pot stabili următoarele idei conducătoare :

a) Predarea geometriei trebuie să aibă mereu în vedere *caracterul intuitiv* al cunoștințelor, propunătorul orientîndu-se în primul rînd asupra formării imaginilor geometrice și apoi asupra utilizării treptate a elementului logic, stabilind proprietățile sau definițiile figurilor și actualizîndu-le prin variația necontenită a cîmpului perceptiv, urmărind consecvent dezvoltarea gîndirii abstracte și asigurînd acesteia un cadru de mișcare din ce în ce mai larg.

b) Formarea noțiunilor geometrice trebuie pusă în legătură cu *obiectele lumii reale* nu numai în ceea ce privește forma exterioară, ci și în ceea ce privește apartenența elementelor geometrice. Astfel este necesar ca încă din clasele I—IV elevii să ajungă la convingerea că figurile geometrice nu sînt creații artificiale ale minții omenești, ci sînt părți inseparabile ale obiectelor lumii reale. Spre exemplu suprafața este elementul care separă corpurile de mediul înconjurător, suprafețele se întretaie după anumite linii, triunghiurile, patrulaterele și poligoanele în general nu sînt altceva decît forme deosebite ale suprafețelor etc. Pentru a se realiza această legătură strînsă între elementele geometrice și obiectele lumii reale este necesar ca orice figură geometrică care se studiază să fie identificată în mediul înconjurător și exemplificată. De pildă dacă se studiază dreptunghiul, elevii să concretizeze noțiunea arătînd sau referindu-se la obiectele ale căror suprafețe au forma respectivă : suprafața mesei, a tablei, a peretelui și a plafonului clasei, suprafața grădinii sau a unui teren cunoscut de elevi. La fel dacă este vorba de linii, pe baza orientării juste a procesului asociativ, elevul trebuie să atașeze unei anumite linii care se desenează exemple variate, dar în același timp concludente. Apoi în stabilirea proprietăților unei figuri, metoda intuitivă cere ca elevii să măsoare efectiv și să compare rezultatele chiar dacă aceste măsurători nu au precizia necesară datorită imperfecțiunii desenului și a instrumentelor sau datorită nepriceperii și lipsei de îndemînare a elevului, dar în mintea acestuia trebuie să rămînă clară imaginea pe care și-a format-o prin simțul văzului și al pipăitului. Spre exemplu raportul dintre lungimea cercului și diametrul său trebuie stabilit prin măsurarea circumferinței cu o panglică egală cu lungimea diametrului, găsindu-se sau verificîndu-se faptul că diametrul se cuprinde în lungimea cercului de 3 ori și ceva, cu completarea că prin măsurări numeroase și calcule de precizie s-a stabilit că numărul care arată de cîte ori lungimea cercului e mai mare decît diametrul său este 3,14.

Prin urmare trebuie să se țină seama de faptul că stadiul în care se află studiul geometriei în clasele I—IV este cel al imaginilor, stadiul

contemplării directe. Acest lucru trebuie să fie mereu în atenţia învăţătorului pentru motivul că încă din clasa a IV-a în studiul sistematic al geometriei trebuie să-şi facă loc din ce în ce mai larg stadiul raţional. De aceea noţiunile de geometrie pe care le dobîndesc elevii pe diferite trepte ale învăţămîntului şi reprezentările spaţiale pe care şi le formează au la bază imaginile conturate în clasele I—IV. De varietatea, claritatea şi trăinicia acestor imagini depinde întregul sistem de cunoştinţe pe care urmează să şi-l însuşească elevii.

c) Deşi în predarea geometriei în clasele I—IV predomină intuiţia, totuşi noţiunile pe care şi le formează elevii şi cunoştinţele pe care le dobîndesc trebuie să corespundă pe deplin *rigurozităţii ştiinţifice*. Adică în predarea oricăror noţiuni geometrice să se aibă în vedere faptul că ele vor fi reluate, dezvoltate şi completate în clasele următoare, că vor fi integrate în ansamblul cunoştinţelor care formează cursul sistematic de geometrie. Cu alte cuvinte elevii trebuie să-şi formeze imagini care să aibă deplină valabilitate în continuare, iar noţiunile să fie bine conturate şi definiţiile astfel formulate încît să nu apară nici un element susceptibil de modificări în etapele următoare. Spre exemplu în ceea ce priveşte notaţiile elementelor unei figuri geometrice, punctele să se noteze cu litere mari de la începutul alfabetului, dreptele cu litere mici sau cu ajutorul a două puncte care determină o dreaptă, unghiurile prin litera de la vîrf sau cu trei litere dacă pe fiecare latură s-a luat cîte un punct sau dacă laturile sînt formate din segmente de dreaptă, poligoanele prin litere aşezate în vîrfuri, iar succesiunea lor să respecte un anumit sens etc. Apoi în ceea ce priveşte construcţiile geometrice, executarea desenelor, elevii să se deprindă de la început cu reprezentarea prin linii pline a elementelor principale şi prin linii punctate a elementelor sau construcţiilor suplimentare, să utilizeze cretă şi creioane colorate pentru a scoate în evidenţă anumite părţi sau a indica elementul care se caută, să utilizeze aceeaşi culoare pentru elementele de acelaşi fel care se compară între ele.

În ceea ce priveşte definirea unor noţiuni, este de menţionat că definiţiile se introduc abia în clasele a III-a şi a IV-a, anume pentru noţiunile de dreptunghi, pătrat, paralelogram, trapez, triunghi şi cerc, formarea şi precizarea celorlalte proprietăţi reducîndu-se la cunoaşterea şi descrierea lor, la enunţarea şi stabilirea prin intuiţie a acestora. Definiţiile însă trebuie să fie formulate corect, astfel încît să conţină cele două elemente : genul proxim şi diferenţa specifică, iar în cazurile în care acest lucru nu e posibil se consideră suficientă enunţarea proprietăţilor respective, spre a evita definiţiile incomplete sau necorespunzătoare din punct de vedere logic al conţinutului.

În formularea unei definiții și însușirea conținutului ei se poate proceda în două feluri :

— inductiv, prin cercetarea și stabilirea proprietăților pe care se bazează definiția respectivă, utilizînd figuri în poziții și de mărimi diferite, adică pornind de la fapte, de la date intuitive pentru a se ajunge prin analiză, sinteză și generalizare la formularea acelei definiții ;

— deductiv, prin enunțarea definiției, ilustrarea acesteia cu ajutorul materialului intuitiv și exemplificarea ei pe diferite cazuri particulare.

În general pot fi utilizate oricare din metodele arătate și este bine să nu ne rezumăm la una singură, dar cu deosebire pentru clasele I—IV se recomandă metoda inductivă. Dealtfel, în procesul asimilării unei noțiuni matematice se desfășoară concomitent mișcarea gîndirii în două direcții contrare : de la obiect spre definiție și de la definiție spre obiect, adică funcțiile de abstractizare și concretizare se realizează paralel.

În paragraful privitor la metodele întrebuințate în predarea geometriei s-au arătat cele două etape care caracterizează dezvoltarea acestei discipline și însușirea cunoștințelor de geometrie. Considerațiile făcute scot în evidență în mod clar fazele pe care trebuie să le aibă în vedere propunătorul în procesul de formare a unei anumite noțiuni. Aceste faze se pot formula astfel :

— intuirea unor obiecte ale lumii reale care reprezintă figura ce urmează a fi studiată ;

— prezentarea figurii sub formă de material didactic în diferite poziții și mărimi ;

— reprezentarea prin desen a figurii, eventual pe baza unui model pregătit de propunător în prealabil, notarea elementelor acelei figuri ;

— stabilirea proprietăților care intră în conținutul definiției și apoi formularea ei ;

— stabilirea celorlalte proprietăți ale figurii ;

— identificarea figurii în mediul înconjurător, exemplificarea variată a acesteia ;

— studierea altor elemente ale figurii, construirea acestora și notarea lor ;

— clasificarea figurilor care fac parte din aceeași categorie (spre exemplu, clasificarea unghiurilor sau triunghiurilor etc.) ;

— construirea figurii ținînd seama de anumite condiții date : poziție, dimensiuni etc. ;

— utilizarea în exerciții și probleme aplicative a noțiunilor formate.

Spre exemplu, în predarea noțiunii de unghi se procedează astfel :

a) Se atrage atenția elevilor asupra figurii pe care o reprezintă două semidrepte care pornesc din același punct : liniile drepte care pornesc dintr-un colț al tablei, al mesei, al peretelui, al unui ochi de geam, descriindu-se cu degetul sau cu indicatorul cele două semidrepte începînd din punctul lor de intersecție.

b) Se prezintă elevilor un unghi de mărime fixă construit din șipci și un unghi variabil (ale cărui brațe sînt articulate astfel încît deschiderea unghiului se poate micșora sau mări), apoi se prezintă o planșă pe care sînt desenate unghiuri de diferite mărimi și în diferite poziții.

c) Se trece apoi la desenarea pe tablă a unor unghiuri, la notarea lor cu indicarea elementelor respective : vîrf, laturi.

d) Urmează precizarea proprietăților care fac parte din conținutul noțiunii : fiecare figură din cele studiate este formată din două semidrepte care pornesc din același punct, cu formularea definiției unghiului.

e) Identificarea figurii în mediul înconjurător, exemplificarea ei.

f) Alte proprietăți : mărimea unghiului nu depinde de lungimea laturilor, ci de deschiderea dintre ele.

g) Clasificarea unghiurilor după mărime : unghi drept, ascuțit și obtuz, cu exemple.

Studiul unei figuri trebuie să se facă în mod organizat și sistematic, notîndu-se pe tablă și pe caiete ideile principale. Astfel, în predarea noțiunii de unghi, punctele principale sînt următoarele :

— definiția unghiului, construirea lui ;
— elementele unghiului : vîrf, laturi, notarea acestora ;
— notarea și citirea unghiului ;
— felurile unghiurilor : unghi drept, ascuțit, obtuz.

5. Tratarea unor teme de geometrie

Formarea noțiunilor de suprafață și arie

a. *Noțiunea de suprafață* se formează prin recunoașterea și arătarea de către elevi a suprafețelor corpurilor din mediul înconjurător, apoi a suprafețelor unor figuri geometrice. Suprafețele se arată prin mișcarea palmei cu degetele desfăcute pe întreaga suprafață, în special în sensul lungimii, întărind gestul prin cuvinte. Spre exemplu, arătîndu-se suprafața băncii se mișcă palma de la stînga la dreapta și înapoi, spunîndu-se : „aceasta este suprafața băncii“. Propunătorul trebuie să creeze elevilor posibilitatea de a arăta și suprafețe curbe, pentru ca aceștia să nu-și formeze de la început noțiuni incomplete sau greșite în sensul că suprafețele ar putea fi numai plane. De aceea, în afară de utilizarea unor corpuri care au suprafețe curbe (cilindrul, conul, sfera) se va transforma o suprafață plană în una curbă, prin încovoierea unui dreptunghi.

b. *Noțiunea de arie*, care exprimă întinderea unei suprafețe mărginite, se formează prin constatarea pe care elevii, sub conducerea propunăto-

rului, o pot face în legătură cu întinderile diferitelor suprafeţe. Pentru a se ajunge la această constatare procedeul este următorul :

În primul rînd se compară între ele suprafeţele a două figuri de aceeaşi formă şi de aceeaşi mărime, dar din materiale şi culori diferite, spre exemplu, două triunghiuri egale, două dreptunghiuri egale, două pătrate

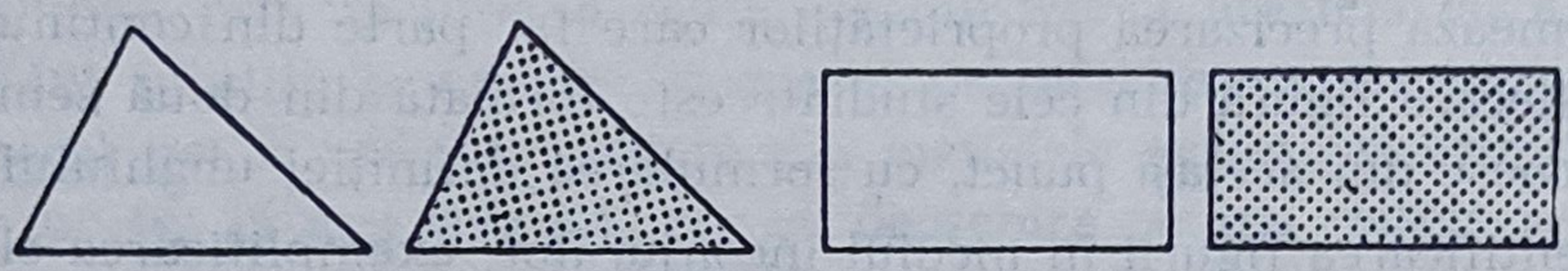


Fig. 16

egale etc., egalitatea perechilor respective de figuri stabilindu-se prin suprapunere, de unde concluzia că unele figuri au suprafeţele egale, sau că mărimea suprafeţelor lor este aceeaşi (fig. 16).

În al doilea rînd se compară între ele prin suprapunere suprafeţele a două figuri de aceeaşi formă, dar de mărimi diferite : un triunghi mai mare cu unul mai mic, două pătrate diferite etc. constatîndu-se că primul triunghi are suprafaţa mai mare, celălalt mai mică, pătratul din carton are suprafaţa mai mică decît suprafaţa pătratului din placaj etc., stabilindu-se drept concluzie că unele figuri nu au suprafeţele egale, mărimea suprafeţelor este diferită (fig. 17).

În al treilea rînd se compară între ele suprafeţele a două figuri de forme şi mărimi în mod vizibil diferite, făcîndu-se şi în acest caz constatarea că suprafeţele acestor figuri sînt diferite, spre exemplu, pătratul prezentat are suprafaţa mai mare decît dreptunghiul etc.

În sfîrşit, în al patrulea rînd se prezintă elevilor două figuri de forme diferite, dar cu suprafeţe egale, spre exemplu, un pătrat cu latura de 6 dm şi un dreptunghi cu lungimea de 9 dm şi lăţimea de 4 dm, şi li se cere elevilor să le compare. De data aceasta părerile vor fi împărţite, unii vor afirma că suprafeţele celor două figuri sînt egale, alţii că supra-

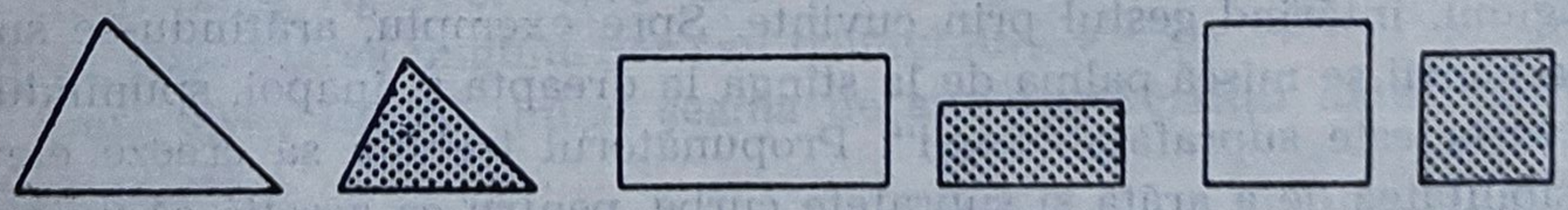


Fig. 17

faţa pătratului este mai mare, iar alţii că suprafaţa dreptunghiului este mai mare. Din exprimarea acestor păreri diferite rezultă necesitatea măsurării suprafeţelor, pe baza căreia se formează şi se defineşte noţiunea de arie ca mărime a unei suprafeţe exprimate în unităţi de măsură.

Aria dreptunghiului

Felul cum se calculează aria dreptunghiului și procesul de gîndire care are loc constituie elementele fundamentale ale calculului oricărei arii și ale stabilirii formulelor corespunzătoare. De aceea desfășurarea metodică a lecției de predare a ariei dreptunghiului are o importanță deosebită.

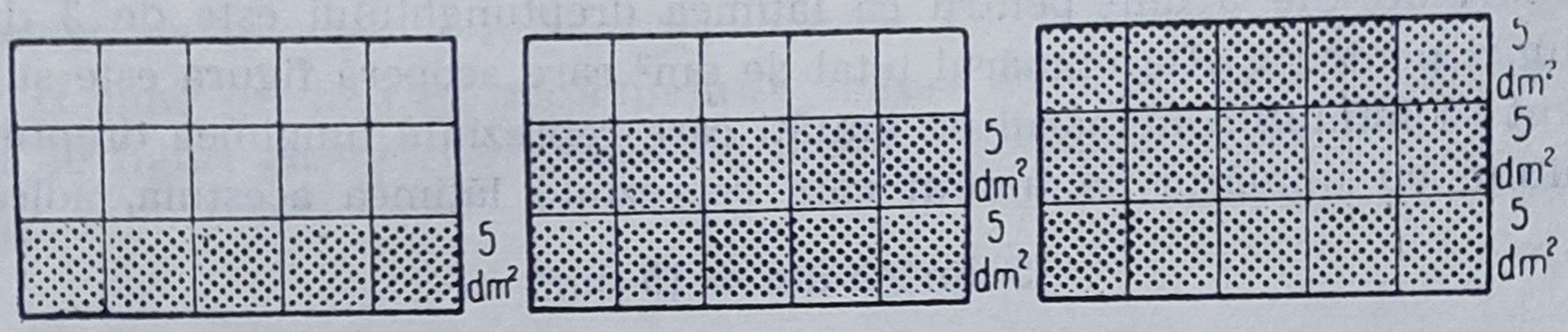


Fig. 18

Pentru a se ajunge la generalizarea procedeului și la stabilirea formulei respective, lecția trebuie să treacă prin următoarele etape :

a) Aflarea ariei dreptunghiului prin măsurarea directă a suprafeței cu ajutorul unității de măsură. În clasă această măsurare se face prin acoperirea efectivă a suprafeței dreptunghiului cu unități de măsură convenabil alese. Astfel se prezintă elevilor un dreptunghi, spre exemplu, cu dimensiunile de 5 dm și 3 dm și se pune problema măsurării suprafeței lui. În soluționarea problemei se aplică pe suprafața dreptunghiului, și anume de-a lungul bazei, numărul corespunzător de decimetri pătrați, scriindu-se la margine acest număr și stabilindu-se că s-au aplicat (fig. 18), pe un rînd, atîtea unități de arie cît este lungimea dreptunghiului. În continuare se mai aplică un rînd de decimetri pătrați, unul cîte unul, sau printr-o singură fîșie, scriindu-se din nou la margine numărul respectiv de unități. La fel se procedează și cu cel de-al treilea rînd de unități. Acum se face calculul stabilindu-se numărul total de unități de arie care acoperă dreptunghiul astfel : dacă pe un rînd sînt 5 dm^2, pe 3 rînduri vor fi de trei ori mai mulți dm^2, adică :

$$5\ dm^2 \times 3 = 15\ dm^2.$$

Prin urmare, aria dreptunghiului este egală cu 15 dm^2.

În afară de clasă se măsoară cu metrul pătrat suprafața unui dreptunghi construit în prealabil, așezîndu-se rînd pe rînd unitatea de măsură pe teren și însemnîndu-se limitele acestuia, pînă cînd întreaga suprafață se împarte în pătrate egale cu unitatea de măsură, calculîndu-se apoi numărul de m^2 care acoperă întreaga suprafață a dreptunghiului. În felul acesta se vor putea aprecia în mod real dificultățile pe care le prezintă măsurarea unei suprafețe cu unități de măsură și se va putea trage concluzia că este mai comod să se calculeze aria unui teren cu ajutorul dimensiunilor lui, decît să se măsoare efectiv.

b) Calculul ariei prin produsul dimensiunilor. Referindu-ne la dreptunghiul a cărui suprafaţă a fost acoperită cu unităţi de măsură, se stabileşte împreună cu elevii că numărul de unităţi de suprafaţă de pe un rînd este egal cu numărul care arată lungimea figurii, iar numărul rîndurilor este egal cu numărul care arată lăţimea figurii. Deci, pe un rînd sînt 5 dm^2, pentru că lungimea dreptunghiului este de 5 dm şi sînt trei rînduri de cîte 5 dm^2 pentru că lăţimea dreptunghiului este de 3 dm. Atunci pentru a afla numărul total de dm^2 care acoperă figura este suficient să înmulţim numărul de unităţi care reprezintă lungimea dreptunghiului cu numărul de unităţi care reprezintă lăţimea acestuia, adică :

$$5 \text{ dm} \times 3 \text{ dm} = 15 \text{ dm}^2.$$

c) Stabilirea formulei. În operaţia precedentă se identifică cei doi factori, stabilindu-se că primul factor reprezintă lungimea dreptunghiului, iar al doilea lăţimea, deci pentru a afla mărimea suprafeţei dreptunghiului, adică aria lui, se înmulţeşte lungimea dreptunghiului cu lăţimea lui, ambele dimensiuni fiind exprimate în unităţi de lungime cu aceeaşi denumire, deci :

$$\text{Lungimea} \times \text{lăţimea} = \text{aria}$$
$$\text{sau } A = L \times l.$$

Dacă figura are poziţia în plan vertical, lungimea se numeşte bază, iar lăţimea se numeşte înălţime, astfel că :

$$\text{Aria} = \text{baza} \times \text{înălţimea}$$
$$\text{sau } A = b \times i$$

Noţiunile de corp şi corp geometric

a) Noţiunile de corp şi volum pot fi formate pe baza proprietăţii pe care o are orice corp de a ocupa un loc în spaţiu. În acest sens se porneşte de la locul pe care îl ocupă fiecare elev în spaţiul clasei, trecîndu-se apoi la locul ocupat de catedră, de dulap, locul ocupat de clădirea şcolii şi de orice clădire în spaţiul din afara clasei. Faptul că fiecare corp ocupă un loc în spaţiu se învederează prin aceea că locul ocupat de un elev nu poate fi ocupat în acelaşi timp de alt elev, sau locul clădirii şcolii nu poate fi ocupat în acelaşi timp de altă clădire. Pe baza acestor constatări se stabilesc şi se formulează cu uşurinţă concluziile :

— orice lucru sau fiinţă ocupă un loc în spaţiu ;

— orice obiect care ocupă un loc în spaţiu se numeşte *corp* ;

— mărimea locului ocupat de un corp în spaţiu se numeşte *volum*.

b) Noţiunea de corp geometric se formează prin prezentarea în faţa elevilor a unor corpuri, unele mărginite de suprafeţe curbe sau care prezintă neregularităţi : o oală de lut, o cutie de vioară etc., altele (cubul,

paralelipipedul, cilindrul, dulapul etc.) mărginite de suprafeţe în formă de figuri geometrice plane : dreptunghiuri, pătrate, cercuri etc. Analizîndu-se suprafeţele corpurilor respective, se atrage atenţia asupra faptului că suprafeţele din a doua categorie de corpuri au forma unor figuri geometrice plane, apoi se identifică şi se denumesc aceste figuri, stabilindu-se concluzia : corpurile mărginite de suprafeţe în formă de figuri geometrice se numesc corpuri geometrice. În încheiere se dau exemple de corpuri geometrice, motivîndu-se fiecare exemplu şi arătîndu-se ce fel de figuri geometrice reprezintă feţele corpului respectiv.

6. Metodica organizării celor mai simple lucrări de agrimensură

Prin executarea unor lucrări de agrimensură, oricît de simple ar fi acestea, elevii au posibilitatea să aplice practic cunoştinţele dobîndite şi să-şi verifice într-un cadru mai larg reprezentările spaţiale şi imaginile pe care şi le-au format în legătură cu figurile geometrice studiate, cu unităţile de lungime şi de suprafaţă.

Lucrările ce sînt necesare şi care pot fi executate pe teren de elevii claselor I—IV sînt următoarele :

— trasarea liniilor şi distanţelor, exprimarea lor în unităţi de lungime ;

— măsurarea cu pasul, aprecierea din ochi a lungimilor, etalonarea pasului ;

— construirea unui unghi drept a unui dreptunghi şi a unui pătrat ;

— construirea cercului şi a elipsei ;

— măsurarea dimensiunilor unui teren şi calcularea ariei lui ;

— trasarea pe teren a unui ar şi a unui hectar.

În pregătirea lucrărilor de agrimensură, cea dintîi grijă a propunătorului constă în procurarea sau confecţionarea prin mijloace proprii a instrumentelor şi materialelor necesare. Astfel, pentru măsurarea lungimilor sînt necesare metrul liniar şi ruleta, sau decametrul confecţionat dintr-o sfoară rezistentă pe care se fac semne (noduri, semne vopsite, panglicuţe) din metru în metru.

Pentru indicarea şi marcarea direcţiilor şi a punctelor principale (extremităţile unui segment, vîrfurile unei figuri) sînt necesare *jaloane* (bare lungi de lemn vopsite alternativ în alb şi roşu, ascuţite la un capăt pentru a se putea înfige în pămînt) *şi ţăruşi* (pari scurţi, ascuţiţi la un capăt, care se înfig în pămînt din loc în loc pentru marcarea unei direcţii), precum şi *echerul de cîmp* (un dispozitiv cu ajutorul căruia se vizează direcţiile perpendiculare), toate acestea putîndu-se confec-

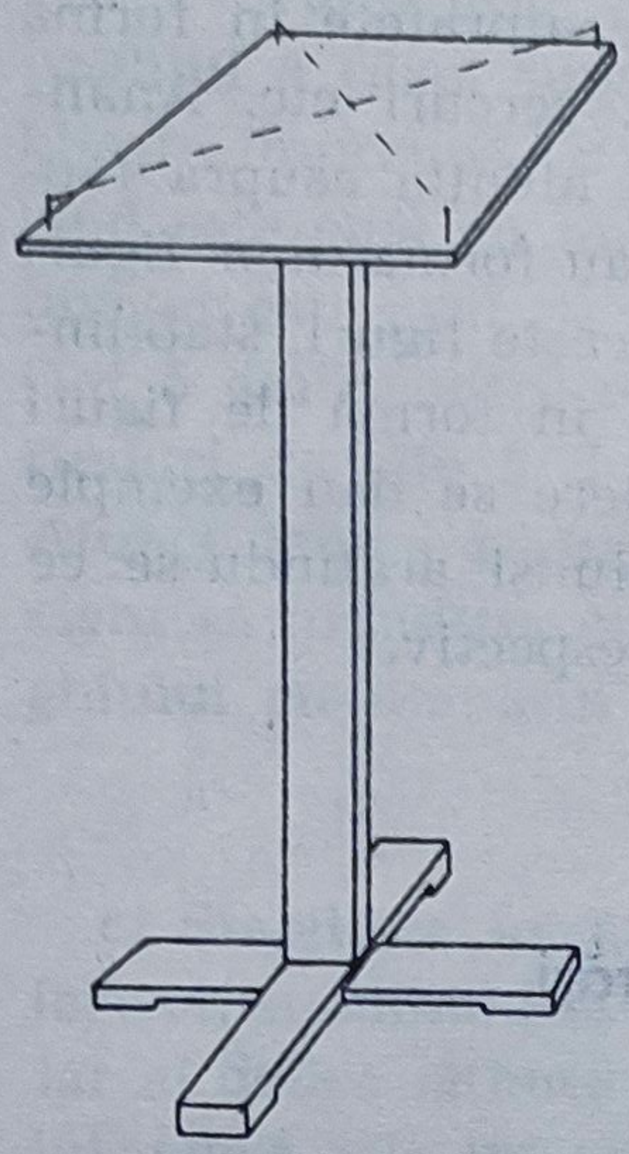


Fig. 19

Fig. 20

ţiona cu mijloace proprii (fig. 19, 20). De asemenea sînt necesare cîteva stegulețe pentru semnalizări la distanțe mari.

Din punct de vedere metodic, lecţia de lucrări practice pe teren cuprinde trei etape :

— pregătirea lucrărilor ;

— executarea efectivă a acestor lucrări ;

— prelucrarea materialului acumulat cu prilejul lucrărilor, concluzii.

a) *Pregătirea lucrărilor* constă în următoarele :

— pregătirea materialelor necesare ;

— cunoaşterea acestor materiale şi instruirea elevilor în vederea mînuirii lor ;

— pregătirea teoretică a lecţiei cu indicarea şi descrierea lucrărilor ce urmează a fi efectuate precum şi a procedeelor ce vor fi întrebuinţate, schiţarea lucrărilor pe caiete ;

— organizarea clasei pe echipe de lucru, designarea responsabililor, stabilirea lucrărilor ce urmează să fie executate de fiecare echipă şi a ordinii în care se vor executa aceste lucrări ;

— repartizarea pe echipe a materialelor şi porţiunilor de teren destinate lucrărilor, cu stabilirea precisă a punctului de lucru pentru fiecare echipă ;

— stabilirea orarului de lucru care trebuie să prevadă durata fiecărei lucrări, timpul de repaus, momentul de încetare a lucrărilor, punctul de adunare şi locul de depozitare a materialelor.

Pregătirea lucrărilor trebuie să se facă în aşa fel încît fiecare echipă să aibă posibilitatea să lucreze în mod independent, executînd conform instrucţiunilor lucrările ce i-au fost destinate. De asemenea se va avea în vedere faptul că fiecare echipă va trebui să execute toate categoriile de lucrări programate. Este indicat chiar ca echipele să execute în acelaşi timp aceeaşi lucrare, după executarea ei făcîndu-se schimb de experienţă între echipe şi numai după aceea să se treacă la lucrarea următoare.

b) *Executarea efectivă a lucrărilor*. După instructajul făcut, echipele se îndreaptă spre locurile indicate şi îşi execută lucrările conform orarului stabilit. Propunătorul supraveghează şi îndrumează activitatea

echipelor, rezolvă dificultăţile care se ivesc, ajută echipele rămase în urmă, asigură repartizarea judicioasă a materialelor care se folosesc în comun.

c) *Prelucrarea materialului, concluzii.* După îndeplinirea programului de lucrări pe teren, elevii se întorc la şcoală, depun în ordine materialele, apoi în continuarea activităţii privitoare la lucrările practice analizează desfăşurarea acestora, arată greutăţile întîmpinate şi fac propuneri pentru îmbunătăţirea activităţii în viitor. De asemenea se schiţează pe tablă şi pe caiete, la o scară convenabilă, lucrările executate, se formulează şi se rezolvă probleme care utilizează date culese cu prilejul lucrărilor.

Propunătorul, pe baza materialului acumulat şi a observaţiilor făcute de elevi, formulează anumite concluzii care trebuie să se refere la felul şi calitatea lucrărilor efectuate, utilizarea corectă a instrumentelor şi materialelor, disciplina de care au dat dovadă elevii, evidenţiind echipele care au obţinut rezultate mai bune.

Capitolul IX

Metodica organizării lucrărilor în afară de clasă

1. Considerații generale

Deși este prematur să se pună încă din clasele I—IV problema descoperirii talentelor autentice sau a copiilor excepțional înzestrați în direcția matematicii, totuși realitatea arată că se găsesc mulți elevi care dovedesc înclinații evidente spre calcul, obținînd succese remarcabile. Acest fenomen se poate explica dacă luăm în considerare faptul că, alături de limba română, matematica este obiectul de bază în clasele I—IV, avînd ponderea cea mai mare în dozarea efortului, astfel că elevii capabili și silitori înregistrează progrese frumoase îndeosebi la matematică, deoarece acest obiect are ca element esențial și definitoriu precizia, exactitatea, ceea ce determină ca rezultatele muncii desfășurate să fie mai concludente, mai semnificative.

Aceste considerații arată că părinții și învățătorii nu pot rămîne indiferenți față de progresele pe care le înregistrează elevii la matematică, mai ales dacă aceste progrese sînt excepționale și permit dezvoltarea pe coordonate superioare a aptitudinilor, astfel că se impune luarea unor măsuri eficiente în ceea ce privește stimularea elevilor pe linia studiului aprofundat al matematicii și cultivării din timp a eventualelor înclinații. Ținînd apoi seama și de faptul că numărul orelor de matematică la clasele I—IV nu poate fi considerat suficient față de volumul cunoștințelor și varietatea aplicațiilor, se simte nevoia unor activități în afară de clasă, în special pentru acei elevi care manifestă interes deosebit pentru matematică.

2. Scopurile care se urmăresc prin organizarea lucrărilor în afară de clasă

Diferitele activități ce pot fi organizate în afară de clasă în vederea antrenării copiilor pe linia lărgirii și perfecționării cunoștințelor de matematică urmăresc următoarele scopuri :

— consolidarea în condiții cît mai bune a cunoștințelor dobîndite în orele de curs ;

— lărgirea orizontului matematic al elevilor prin dobîndirea de noi cunoștințe ;

— formarea deprinderilor de muncă individuală în domeniul matematicii, prin rezolvări de probleme din culegeri sau din „Gazeta matematică“ și prin urmărirea chestiunilor de matematică difuzate prin intermediul ziarelor și revistelor, a radioului și televiziunii ;

— stimularea muncii de creaţie prin formulări de exerciţii şi probleme asemănătoare cu cele studiate în clasă sau în afară de clasă ;
— valorificarea în cadrul aplicaţiilor pe teren a cunoştinţelor dobîndite de elevi în orele de curs prin măsurători şi prin calcularea unor distanţe sau înălţimi şi a unor arii ;
— cultivarea interesului pentru ştiinţă, în general, şi pentru matematică, în special, prin cercetarea şi cunoaşterea unor aspecte din viaţa şi activitatea oamenilor de seamă, români şi străini, de preferinţă matematicieni ;
— lămurirea elevilor prin lecturi, vizite şi excursii asupra variatelor aplicaţii ale matematicii, asupra importanţei deosebite a acestei discipline în dezvoltarea ştiinţei, tehnicii şi în activitatea economică, mai ales în domeniul producţiei industriale ;
— orientarea şi stimularea elevilor pe linia preocupărilor şi activităţilor preferate ;
— aplicarea şi ilustrarea unor cunoştinţe de matematică prin confecţionarea de material didactic.

3. Formele lucrărilor în afară de clasă

Formele pe care le îmbracă activităţile cu caracter de masă organizate în afara orelor de curs sînt :

— cercurile de elevi ;
— întrecerile şi concursurile şcolare ;
— vizitele şi excursiile ;
— colectivele de confecţionare a materialelor didactice.

a. *Cercurile de elevi.* Activitatea cea mai fructuoasă ce se poate desfăşura în afară de clasă este aceea care se organizează în cadrul unor colective constante, animate de aceleaşi idei şi care urmăresc aceleaşi ţeluri. Aceste colective se numesc cercuri de elevi.

Organizarea cercurilor. În clasele I—IV se pot organiza cel mult trei cercuri diferite : unul cu caracter ştiinţific în care ponderea o are matematica, altul cu caracter literar, iar al treilea cu caracter artistic.

Referindu-ne la cercul cu caracter ştiinţific al elevilor, se precizează că acesta se poate organiza :

— pe clase, în cazul claselor paralele, situaţie în care cercul cuprinde elevi din clase de acelaşi nivel ; spre exemplu, cercul elevilor din clasa a III-a al celor din clasa a IV-a ;
— pe grupe de clase în cazul şcolilor mici şi în această situaţie cercul poate fi format din elevi ai claselor I, II sau III, IV sau chiar din toate cele 4 clase.

În primul caz, răspunderea pentru activitatea fiecărui cerc revine unuia dintre învăţătorii claselor respective, iar în al doilea caz, şcoala avînd

puține cadre didactice, se ajunge uneori ca un învățător să răspundă de activitatea a două cercuri.

Pentru buna desfășurare a activității unui cerc este necesar să se întocmească în prealabil planul de muncă al cercului, care să cuprindă :

— datele ședințelor ;
— conținutul muncii în cadrul fiecărei ședințe ;
— sarcinile și răspunderile ce revin membrilor cercului.

Ședințele cercurilor este bine să aibă loc o dată pe lună. Nu se recomandă ședințe mai dese, deoarece intervalul de timp dintre o ședință și alta nu ar fi suficient pentru pregătirea corespunzătoare a materialului, și nici mai rare fiindcă activitatea în cadrul cercului nu ar mai constitui o preocupare permanentă pentru elevi.

Conținutul ședințelor cercului de matematică poate cuprinde :

— exerciții și probleme de nivelul clasei respective ;
— exerciții și probleme care depășesc nivelul clasei, dar accesibile elevilor și în legătură cu materia parcursă ;
— probleme interesante și distractive ;
— probleme de agerime ;
— jocuri matematice : găsirea sau ghicirea unor numere în legătură cu care se comunică anumite date, ori asupra cărora se fac anumite operații, aflarea numărului la care se gîndește cineva, aflarea datei nașterii unei persoane etc. ;
— șarade matematice, rebusuri ;
— prezentarea pe scurt a biografiilor unor oameni de seamă, sau a unor extrase mai semnificative din aceste biografii ;
— culegerea din auzite sau din ziare și reviste a unor materiale necesare cercurilor : șarade matematice, probleme de agerime, procedee noi de calcul ;
— prezentarea celor mai recente noutăți științifice, cunoașterea realizărilor interesante și de proporții mari ale științei și tehnicii românești și mondiale (construcții grandioase, cucerirea spațiului cosmic etc.).

Elevii lucrează cu tragere de inimă în cadrul cercului de matematică numai dacă materialul prezentat este interesant, atractiv și util. De asemenea, materialul respectiv trebuie să solicite imaginația elevilor, să trezească admirația pentru realizările generației mature și dorința de a se ridica ei înșiși la nivelul acestei generații, să-și aleagă ca ideal de viață unul din oamenii de seamă, să contribuie mai tîrziu la dezvoltarea în continuare a științei, la mersul înainte al societății.

Materialele prezentate în ședințe trebuie să constituie apoi, în măsura în care acest lucru este posibil, rodul muncii și al strădaniilor elevilor, orientîndu-le atenția în direcția strîngerii materialelor interesante și semnificative, canalizîndu-le spiritul de curiozitate spre munca independentă de cercetare și investigație.

b. *Întrecerile și concursurile școlare.* Un mijloc dintre cele mai potrivite pentru recunoașterea succeselor deosebite obținute de unii elevi la matematică și pentru stimularea lor pe linia unor noi eforturi îl constituie întrecerile și concursurile școlare.

Întrecerile se organizează de obicei în cadrul clasei, pe grupe de elevi, sau în cadrul școlii, între elevii claselor paralele, iar concursurile presupun participarea elevilor de la școli diferite, dar făcînd parte din aceeași unitate administrativă (comună, oraș, județ).

Pregătirea întrecerilor trebuie să se facă din vreme, prin selecționarea elevilor fiecărei clase și trecerea lor pe liste în ordinea meritelor pe care le au. Problemele care formează conținutul întrecerilor pot avea caracter diferențiat, adică problema cea mai grea să fie dată spre rezolvare elevilor trecuți la numărul de ordine 1, problema următoare celor cu numărul 2 etc., ținînd astfel seama de capacitatea fiecărui grup de elevi. Desigur că problemele pentru întreceri pot fi aceleași pentru toți elevii care fac parte din aceeași clasă, iar formularea lor se poate face din timp dacă există suficiente condiții de discreție, sau în ziua programată pentru întrecere.

Concursurile sînt mai pretențioase datorită forțelor variate și mai puțin cunoscute care se înfruntă și de aceea trebuie organizate cu multă grijă, astfel ca să se asigure deplina obiectivitate atît în elaborarea și stabilirea problemelor, cît și în corectarea lucrărilor, evitîndu-se orice fel de suspiciuni.

Întrecerile se pot organiza trimestrial, iar concursurile între școli o dată pe an, de preferință spre sfîrșitul trimestrului al II-lea, cînd elevii pot fi considerați în plenitudinea forțelor de care dispun. Rezultatele obținute, oricare ar fi ele, trebuie aduse la cunoștința participanților și prelucrate în cadrul colectivelor respective, stabilindu-se concluzii care să stimuleze atît munca în continuare a elevilor, cît și dorința de a participa la noi întreceri și concursuri.

c. *Vizitele și excursiile.* Pentru a realiza legătura dintre cunoștințele teoretice și activitatea practică legată de procesul de producție, pentru culegerea datelor pe care le furnizează producția bunurilor materiale în vederea utilizării acestor date în formularea problemelor cu caracter practic, cît și pentru crearea cadrului necesar însușirii sau lămuririi unor cunoștințe, mai ales a celor ce se bazează pe noțiunile de lungime, distanță sau arie, se organizează vizite și excursii.

Vizite se numesc deplasările de durată scurtă pe care le face învățătorul cu elevii în afara clasei și școlii, la ateliere, fabrici, întreprinderi agricole de stat, stațiuni de mașini și tractoare sau cooperative agricole de producție, în scopul îmbogățirii cunoștințelor elevilor, al cunoașterii unor aspecte ale procesului de producție, sau pentru culegerea de date utile în predarea matematicii, iar *excursii* se numesc deplasările de

durată mai lungă, cel puțin o zi, în afara localității, pentru cunoașterea împrejurimilor sau a altor localități și obiective.

Vizitele și excursiile își ating scopul numai dacă sînt bine și din timp pregătite, dacă ajută pe elevi să-și însușească cunoștințe noi, sau să-și lămurească pe cele dobîndite în clasă și dacă materialele culese sînt fructificate în munca instructiv-educativă.

Pregătirea vizitelor trebuie să se facă ținînd seama de scopul urmărit și de diferitele laturi ale activității ce se pregătește, de natura obiectivelor ce urmează a fi cercetate. Astfel, pregătirea cu caracter instructiv constă în indicarea problemelor care vor fi urmărite și a datelor ce trebuie culese, cu repartizarea concretă a sarcinilor ce revin fiecărui grup de elevi. Spre exemplu, dacă se vizitează sectorul zootehnic al unei cooperative agricole de producție, se pot stabili următoarele obiective :

— culegerea de date privitoare la numărul animalelor de diferite categorii : cîte vaci cu lapte, cîți viței, cîte oi, berbeci, miei etc. ;

— notarea cantităților de furaje, boabe sau nutrețuri concentrate ce li se repartizează animalelor în fiecare zi ;

— însemnarea producției mijlocii de lapte pe cap de vacă și a producției maxime pe care o dă o anumită vacă ;

— creșterea în greutate pe care o înregistrează zilnic animalele tinere, datorită îngrijirii lor atente :

— felul cum sînt valorificate animalele neproductive, cantitățile de carne pe care le dau, sumele ce se obțin, precum și date în legătură cu valorificarea produselor animale : lapte, lînă ș.a.m.d.

Pregătirea din punct de vedere practic are drept scop să indice elevilor sectoarele care exemplifică sau completează noțiunile dobîndite în orele de curs, spre exemplu, cercetarea unor instrumente de măsură, stabilirea dimensiunilor unor grajduri, saivane, hale, efectuarea unor calcule în legătură cu producția specifică obiectivului vizitat etc.

De asemenea nu trebuie să se neglijeze aspectele educative ale vizitei ce se organizează, aspecte care constau în cunoașterea importanței și frumuseții muncii pe care o desfășoară oamenii în cadrul unității respective, strădaniile pe care le depun pentru ridicarea productivității muncii, cunoașterea muncitorilor evidențiați, a fruntașilor în producție și a inovatorilor, vizitarea acestora la locurile lor de muncă.

După pregătirea potrivit acestor indicații a unei vizite urmează efectuarea ei, fiecare colectiv de elevi acționînd potrivit sarcinilor și răspunderilor ce i-au fost trasate. Este necesar apoi ca în clasă, după efectuarea vizitei, să se poarte discuții în legătură cu desfășurarea ei, să se stabilească concluzii, să se verifice materialul strîns și apoi să se valorifice acest material pe parcurs.

Pregătirea unei excursii trebuie să se facă în mod asemănătar, dar pe un plan mai larg și cu utilizarea unor materiale documentare care să-i ajute pe elevi și să-i inițieze în cunoașterea problemelor urmărite.

Astfel trebuie să se facă descrierea completă a traseului cu indicarea punctelor sau a localităţilor prin care se va trece, a obiectivelor ce vor fi cercetate, a duratei excursiei, a locurilor de repaus şi masă etc. De asemenea, dacă printre obiectivele excursiei figurează formarea noţiunilor de lungime, suprafaţă, arie, sau completarea cunoştinţelor privitoare la unităţile de lungime, se va avea grijă să se ia instrumentele de măsură necesare în vederea măsurării unor lungimi şi a unor distanţe, urmînd ca pe teren să se execute practic aceste lucrări, să se dea indicaţii pentru etalonarea pasului şi să se facă exerciţii de apreciere a distanţelor.

d. *Colectivele pentru confecţionarea materialelor didactice.* În cadrul colectivelor formate prin organizarea cercurilor de elevi este indicat să se adîncească în măsură cît mai mare caracterul practic al cunoştinţelor de matematică, aceasta realizîndu-se într-o mare măsură prin confecţionare de materiale didactice. Din acest punct de vedere elevilor trebuie să li se lase liberă iniţiativa, învăţătorul dînd indicaţii în măsura în care este solicitat şi să se utilizeze atît forţele, imaginaţia şi ingeniozitatea elevilor, cît şi ale părinţilor, mai ales cînd aceştia lucrează în ateliere sau secţii care pot interveni cu folos în munca de confecţionare a materialelor.

Materialele pot fi confecţionate sub formă de planşe sau dispozitive articulate şi din diferite materiale : hîrtie, carton, placaj, tablă, sîrmă, şipci etc. Printre materialele care se pot confecţiona cu elevii claselor I—IV menţionăm următoarele :

— figuri geometrice plane : unghi de mărime fixă şi unghi variabil, felurile unghiurilor, triunghiul şi felurile lui, paralelograme şi trapeze, poligoane regulate, cercuri cu indicarea elementelor lor etc. ;
— figuri geometrice în spaţiu : cubul şi paralelipipedul, prisma şi piramida, cilindrul şi conul ;
— materiale pentru demonstrarea, cunoaşterea şi întrebuinţarea unităţilor de timp : calendare cu semnificaţia fiecărei luni, banda timpului, cadrane de ceas cu indicatoare mobile ;
— unităţile de măsură : metrul liniar, metrul pătrat, decimetrul cub ;
— dispozitive şi materiale pentru formarea numerelor şi efectuarea operaţiilor : abacul cu buline, abacul cu fişe, tabla cu cifre mobile, fişa cu numere, planşe cu figuri mobile, tabele numerice etc.

Unele din materialele specificate mai sus se găsesc în comerţ confecţionate gata. Cu toate acestea este necesar ca elevii să fie antrenaţi şi îndrumaţi în munca de confecţionare a materialelor cu caracter didactic, deoarece activitatea depusă în această direcţie contribuie la formarea deprinderilor de muncă, dezvoltarea îndemînării în construcţiile geometrice şi în mînuirea diferitelor instrumente, cultivarea simţului estetic şi al proporţiilor, clarificarea şi completarea unor anumite cunoştinţe şi noţiuni.

Cuprins

Cap. I. **Probleme generale privitoare la predarea aritmeticii în primele patru clase ale școlii generale** 3
1. Obiectul metodicii, importanța studierii ei 3
2. Scopul predării aritmeticii în primele patru clase ale școlii generale 5
3. Programa școlară de aritmetică, analiza programei școlare 7
4. Sistemul de repartiție a materiei în programă 9
5. Manualele școlare de aritmetică 10
6. Metode de predare a aritmeticii 11
7. Intuiția în predarea aritmeticii 22
8. Organizarea predării aritmeticii 24
9. Organizarea predării aritmeticii în școlile în care învățătorul predă simultan la două sau mai multe clase . . . 38

Cap. II. **Studiul numerelor naturale și al operațiilor aritmetice cu aceste numere** 46

A. *Prima zece* 46

1. Generalități privitoare la prima zece și la cunoștințele de aritmetică cu care vin elevii în clasa I 46
2. Numerația orală 46
3. Numerația scrisă 49
4. Adunarea și scăderea numerelor pînă la 10 50

B. *A doua zece* 53

1. Considerații generale privitoare la cea de-a doua zece . . 53
2. Numerația orală 54
3. Numerația scrisă 58
4. Adunarea și scăderea numerelor pînă la 20 62
5. Mărirea sau micșorarea cu cîteva unități. Compararea prin diferență a mărimilor, cantităților sau numerelor . . 66
6. Înmulțirea și împărțirea numerelor 1—20 69

C. *Prima sută* 75

1. Considerații generale 75
2. Numerația orală 75
3. Numerația scrisă 78

4. Operații cu zeci întregi 79
5. Adunarea și scăderea numerelor pînă la 100 fără trecere peste zece 79
6. Adunarea și scăderea numerelor pînă la 100 cu trecere peste zece 81
7. Adunarea și scăderea prin rotunjire a numerelor pînă la 100 83
8. Înmulțirea numerelor pînă la 100 84
Plan de lecție pentru predarea înmulțirii numărului 4 . 86
9. Împărțirea numerelor pînă la 100 89
10. Mărirea sau micșorarea de cîteva ori. Compararea prin cît a mărimilor, cantităților sau numerelor 92

D. *Numere de mai multe cifre* 95

1. Considerații generale 95
2. Numerația orală și scrisă a numerelor de mai multe cifre 96
3. Operații cu numere de mai multe cifre 102
4. Ordinea operațiilor 122
5. Paranteze 124
6. Numere romane 125

Cap. III. **Calcul mintal** 127

1. Noțiuni de calcul mintal, calcul oral și calcul în scris . . 127
2. Importanța calculului mintal, formarea priceperilor și deprinderilor de calcul mintal 128
3. Locul calculului mintal în predarea aritmeticii, organizarea calculului mintal 128
4. Procedee de calcul mintal 131
5. Exerciții de calcul mintal 135

Cap. IV. **Numere concrete, unități de măsură** 138

1. Noțiuni introductive 138
2. Unitățile de măsură în primele 4 clase ale școlii generale 139
3. Intuiția și materialul intuitiv necesar în predarea unităților de măsură 140
4. Predarea unităților de măsură 141
5. Operații cu numere concrete 147

Cap. V. **Fracții ordinare** 154

1. Noțiuni introductive 154
2. Intuiția în predarea fracțiilor ordinare 155
3. Formarea fracțiilor ordinare, scrierea și citirea lor . . 157
4. Transformarea fracțiilor ordinare 157
5. Operații cu fracții ordinare 158
6. Calcularea unei fracții dintr-un uumăr 159

Cap. VI. **Numere zecimale** 163
1. Considerații generale 163
2. Formarea numerelor zecimale, scrierea și citirea lor . . 164
3. Operații cu numere zecimale 170
4. Mărirea și micșorarea numerelor zecimale, transformarea unităților fracționare zecimale 171

Cap. VII. **Metodica rezolvării problemelor** 172

1. Noțiunea de problemă, clasificarea problemelor . . . 172
2. Importanța rezolvării problemelor 173
3. Rezolvarea problemelor simple 174
4. Rezolvarea problemelor compuse 178
5. Rezolvarea problemelor tip 188

Cap. VIII. **Metodica studierii geometriei în primele patru clase ale școlii generale** 197
1. Importanța studierii geometriei, scopurile pe care le urmărește predarea acestei discipline în primele patru clase ale școlii generale 197
2. Metode folosite în predarea geometriei la clasele I—IV . 199
3. Conținutul studiului geometriei în clasele I—IV ale școlii generale 201
4. Predarea noțiunilor de geometrie 202
5. Tratarea unor teme de geometrie 205
6. Metodica organizării celor mai simple lucrări de agrimensură 209

Cap. IX. **Metodica organizării lucrărilor în afară de clasă** . . . 212

1. Considerații generale 212
2. Scopurile care se urmăresc prin organizarea lucrărilor în afară de clasă 212
3. Formele lucrărilor în afară de clasă 213

BIBLIOTECA DE PEDAGOGIE-PSIHOLOGIE

I. O. P. P. D. - PITEȘTI
BIBLIOTECA

Coli de tipar : 13,750. B.T. 02.06.1977
Format 16/70×100, hîrtie scris I A
70×100/44,1. Tiraj : 13 000+80
leg 1/2. Apărut 1977.

I. P. „Oltenia" Craiova
Str. M. Viteazul, nr. 4
Republica Socialistă România
Plan 23335, 114/1977